



COGNOME _____ NOME _____ classe 5 sez ____ 17.05.2012

SIMULAZIONE ESAME di STATO LICEO SCIENTIFICO tema di MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario, indicando nella griglia il problema e i quesiti scelti.

P1	P2	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10

Problema 1

Si determinino i coefficienti dell'equazione:

$$y = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

- in modo che la curva γ che la rappresenta sia simmetrica rispetto all'asse delle ordinate, abbia i punti di flesso sull'asse delle ascisse e che la retta di equazione $y - 5 = 0$ secchi la curva γ in due punti distinti e le sia tangente in un ulteriore punto;
- si studi la funzione così ottenuta avente equazione:

$$y = x^4 - 6x^2 + 5$$

e la si rappresenti in un sistema di riferimento cartesiano ortogonale;

- si trovi l'equazione della parabola p normale alla funzione studiata nei suoi punti di flesso (le due curve si intersecano ove le rispettive tangenti sono tra loro perpendicolari);
- si valuti se l'area della regione finita di piano delimitata dalla curva γ e la parabola p e contenente l'origine degli assi sia maggiore di 11.

Problema 2

Preso un punto P su una semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2R$, si indichi con T la proiezione di P sulla tangente in B alla semicirconferenza.

- Si determini il volume del solido ottenuto dalla rotazione completa di $ABTP$ intorno al diametro in funzione di $AC = x$, dove C è la proiezione di P su AB .
- Posto $R = 1$ si studi la funzione $f(x)$ che rappresenta il volume del solido ottenuto e la si rappresenti graficamente in un piano cartesiano ortogonale evidenziando la parte di grafico relativa al problema geometrico.
- Si calcoli l'area compresa tra la curva e l'asse delle ascisse nell'intervallo: $0 \leq x \leq x_F$ ove x_F è l'ascissa del flesso della funzione.
- Si enunci il teorema di Lagrange e si verifichi la sua applicabilità nell'intervallo $[2; 4]$ e, in caso affermativo, si applichi la sua tesi.

Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Quesito 1

E' dato il cubo di lato l , si determini il rapporto tra il volume della sfera tangente a tutti gli spigoli del cubo e il volume del cubo stesso.

Quesito 2

Quale fra le seguenti espressioni è priva di significato in R ? Si dia una spiegazione esauriente della risposta.

1. $\sin \ln e^{-2\pi}$ 2. $\ln \cos(-4\pi)$ 3. $\log_{\sqrt{1-x^2}}(x-1)$ 4. $\sqrt{-\log_{\frac{1}{2}} 8}$

Quesito 3

Un triangolo ABC ha l'angolo di vertice B doppio dell'angolo di vertice C e il lato AC misura b . Si determinino \overline{AB} e \overline{BC} in funzione dell'ampiezza x dell'angolo in C . Si risolva nel contesto della situazione proposta la disequazione $\overline{AB} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}b$.

Quesito 4

Si dimostri che la funzione $f(x) = x^3 - x + q$ ammette almeno uno zero $\forall q \in R$. Si determini poi per quali valori del parametro $q \in R$ la funzione ammette soltanto uno zero.

Quesito 5

Fra le funzioni aventi $y'' = -\cos x - 2\sin(2x)$ si individui quella che nel suo punto $P\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$ ha come retta tangente $y = -2x + \pi$.

Quesito 6

Data la funzione $y = \begin{cases} \frac{2(x+a)^3}{x^3 - 3x^2 + 4} & \text{per } x \leq 0, a \in R \\ \frac{\ln(1-4x)}{\sin x} & \text{per } 0 < x < \frac{1}{4} \end{cases}$ determinare per quale valore di a si ottiene una funzione continua

in $x=0$. Classificare inoltre eventuali altre discontinuità.

Quesito 7 Le funzioni di equazione $y = f(x)$ e $y = F(x)$ si intersecano nel punto $A\left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Si determini

l'equazione della funzione $y = F(x)$, primitiva di $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$; si calcoli inoltre l'ampiezza dell'angolo acuto formato dalle rette tangenti alle due curve in A .

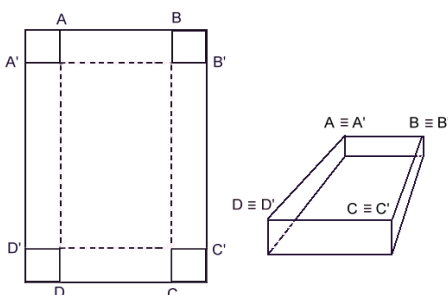
Quesito 8

Una spira circolare di raggio r e centro O percorsa da una corrente di intensità I , genera in un punto P della perpendicolare per O al suo piano, e alla distanza d da O , un campo magnetico B la cui intensità è data da:

$B = f(r) = \frac{2\pi \cdot I \cdot r^2}{\sqrt{(r^2 + d^2)^3}}$. Per quale raggio della spira è massimo in P il campo B ? Che valore assume?

Quesito 9

Si risolva la seguente disequazione $\begin{pmatrix} x \\ x-3 \end{pmatrix} > \frac{10}{3} \begin{pmatrix} x \\ 5 \end{pmatrix}$

**Quesito 10**

Si vuole costruire una scatola asportando dagli angoli di un cartone rettangolare, di dimensioni a e $6a$, quattro quadrati uguali e piegando i lembi ottenuti come mostrato in figura. Si determini il lato l dei quadrati affinché la scatola ottenuta abbia volume massimo.