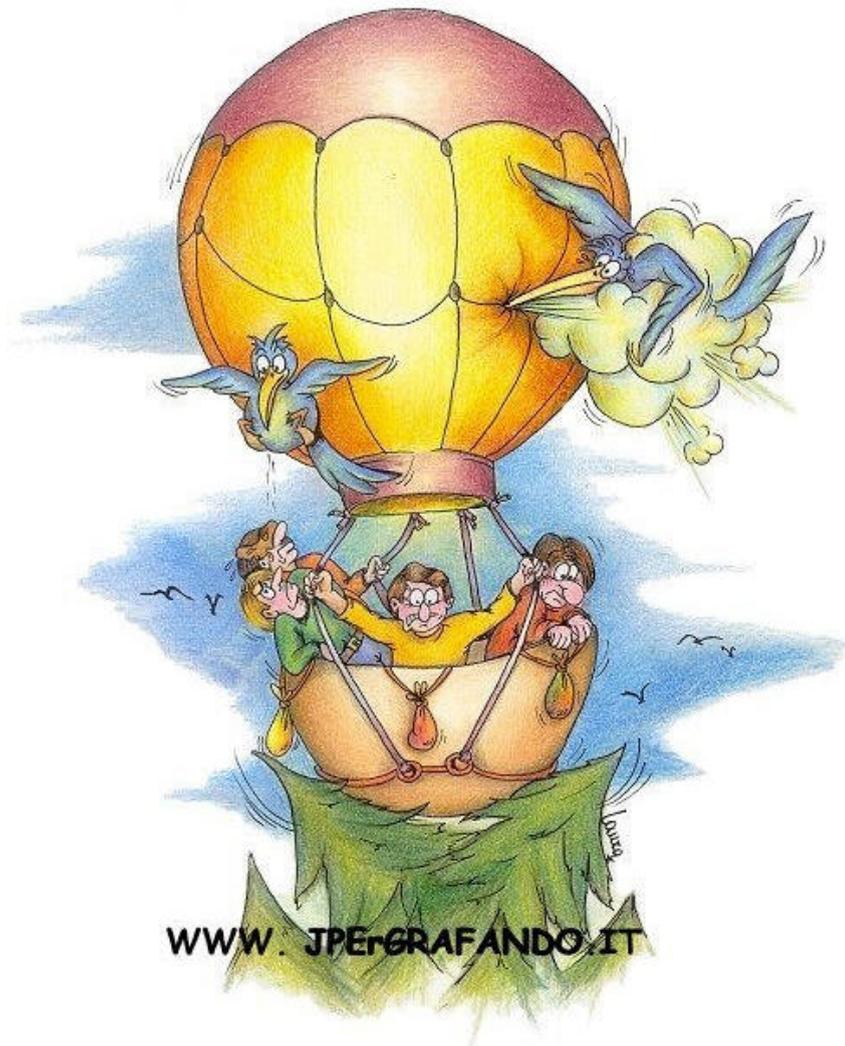


Sandro ing. DEGIANI

Elementi di Calcolo delle Mongolfiere



Una citazione ed grazie al sito <http://dida.fausser.edu> che ha fornito il materiale iconografico, lo spunto e la base matematica per questo simpatico trattato.

INDICE

Generalità.....	3
Pallone Aerostatico	3
Il Dirigibile.....	5
Il Secondo Principio della Fluidostatica	7
Sostentazione dell'aerostato a quota costante	7
Comportamento dell'aerostato in quota	9
Determinazione della quota di pienezza	9
Determinazione della quota di tangenza o di plafond	11
Determinazione dell'accelerazione ascensionale dell'aerostato	12
Determinazione della velocità ascensionale dell'aerostato.....	12
Quantità di gas persa dall'aerostato tra le quote di pienezza e tangenza	14
Aerostato adiabatico.....	15
Effetto dell'irraggiamento solare sull'ascesa dell'aerostato	17

Generalità

La sostentazione statica si richiama ai principi della *fluidostatica*, ramo della meccanica dei fluidi che s'interessa delle caratteristiche dei fluidi in quiete, e riguarda la classe degli aeromobili denominata *aerostati*. Questi si dividono **palloni aerostatici**, che privi di sistema di guida non possono che affidarsi al solo vento per lo spostamento orizzontale e in **dirigibili**, aeromobili con motori di propulsione che sono in grado di determinare la propria rotta.

Pallone Aerostatico

Mezzo più leggero dell'aria consistente in un grosso sacco floscio di seta verniciata, gomma o altro adeguato materiale non poroso e contenente aria calda o un gas più leggero dell'aria.

Gli aerostati pilotati portano una o più persone all'interno di una navicella, sospesa al di sotto del pallone; i palloni aerostatici non pilotati portano invece strumenti impiegati nella misurazione e registrazione di una vasta gamma di fenomeni fisici. I primi aerostati erano riempiti con aria calda e portavano spesso un braciere per mantenere un rifornimento costante. I moderni aerostati invece sono riempiti con idrogeno o elio, o, nel caso delle moderne mongolfiere sportive, aria riscaldata da un piccolo bruciatore a gas. L'elio presenta il considerevole vantaggio di essere ininfiammabile, ma è due volte più pesante dell'idrogeno e ha una spinta aerostatica inferiore del 7%. A pressione e temperatura atmosferiche standard, un metro cubo di idrogeno pesa 1,14 kg meno dell'aria, pertanto un aerostato di 30 m³ è in grado di sollevare un carico di circa 34 kg.

Nel 1783, due fratelli francesi, Jacques-Etienne e Joseph-Michel Montgolfier, due facoltosi fabbricanti di carta di Annonay, fecero decollare un pallone riempito di aria calda. In quello stesso anno, il fisico, chimico e aeronauta francese Jacques-Alexandre-César Charles fece sollevare un pallone pieno di idrogeno, che riuscì a effettuare con successo un volo di due ore, coprendo una distanza di 43 km. Quel medesimo anno vide la prima ascensione di esseri umani, quando il fisico francese Jean-François Pilâtre de Rozier effettuò alcuni voli nei pressi di Parigi, dapprima a bordo di un pallone frenato e in seguito a bordo di uno libero. Un anno dopo venne effettuata la prima ascensione in Gran Bretagna, a opera di un diplomatico francese. Nel 1785 l'aeronauta francese Jean-Pierre Blanchard, accompagnato dall'americano John Jeffries, portò a termine la prima traversata del canale della Manica. La prima ascensione di un pallone libero effettuata in America avvenne a Philadelphia il 9 gennaio 1793.

Nel 1836 *The Great Balloon of Nassau* (Il grande pallone di Nassau), con una capacità di 2410 m³, volò da Londra a Weilburg, in Germania, in 18 ore. Nel corso della guerra franco-prussiana del 1870, vennero usati palloni per osservazione dagli eserciti di entrambe le nazioni belligeranti e il ministro francese Léon Gambetta compì una spettacolare fuga in pallone dalla città di Parigi, allora assediata. Nel 1914, venne stabilito un duraturo record di distanza di volo per palloni pilotati, quando il pallone *Berliner* viaggiò da Bitterfeld, in Germania, a Perm, in Russia, percorrendo ben 3052 km. Gli eserciti della prima guerra mondiale fecero un grande uso di palloni aerostatici, specialmente in ruoli di osservazione. L'interesse verso l'impiego di palloni come attività sportiva venne stimolato dalle gare del Trofeo per Aerostati Gordon Bennet. Questa competizione venne tenuta annualmente, a eccezione del periodo della prima guerra mondiale, a partire dal 1906, quando il giornalista americano James Gordon Bennett donò il trofeo, fino allo scoppio della seconda guerra mondiale, quando le gare vennero interrotte.

Il volo aerostatico sportivo è divenuto popolare in tutto il mondo e impiega palloni aerostatici ad aria calda (mongolfiere) mantenute in volo da bruciatori a propano o butano. Questo tipo di aerostati è ideale anche per i voli sopra le riserve faunistiche e i parchi naturali. *Vedi anche* Dirigibile.

Un certo numero di aeronauti ha effettuato anche diverse ascensioni ad alta quota in aerostato. Nel 1931, il fisico svizzero Auguste Piccard effettuò un'ascensione fino alla stratosfera a bordo di una cabina di metallo sferica pressurizzata appesa a un pallone appositamente costruito della capacità di 14.000 metri cubi e riempito con idrogeno, raggiungendo una quota di 15.797 m. L'anno seguente Piccard raggiunse invece una quota di 16.507 m. Nel 1935, due capitani dell'esercito statunitense, Orvil Anderson e Albert William Stevens, salirono fino a 22.080 m.

Nell'agosto 1957, il maggiore David Simons, un medico dell'US Air Force (l'aeronautica militare degli Stati Uniti), salì fino a una quota di 31.110 m, rimanendo in aria per 32 ore e allontanandosi di 652 km dal punto di decollo. Questo volo era stato progettato per registrare le reazioni dell'organismo umano alle alte quote. Il 27 agosto 1960, il capitano Joseph Kittinger si lanciò con il paracadute da un pallone aerostatico in polietilene da una quota di 31.354 m, stabilendo un nuovo record di altezza per il volo con aerostati e un nuovo record di discesa con paracadute. Il 4 maggio 1961, gli americani Malcolm Ross and Victor Prather stabilirono un record di 34.679 m su un volo lanciato da una portaerei dell'US Navy (la marina militare degli Stati Uniti).

La prima sorvolata transatlantica in aerostato terminò il 17 agosto 1978, dopo avere stabilito un record di distanza su 5000 km e un record di durata con 137 ore e 6 minuti di volo. Il *Double Eagle II*, questo era il nome dell'aerostato, riempito con elio e pilotato dagli uomini d'affari Ben Abruzzo, Max L. Anderson e Larry Newman, decollò da Presque Isle, nel Maine, l'11 agosto e atterrò a Miserey, in Francia. La prima trasvolata atlantica con una mongolfiera venne effettuata nel 1987 dal *Virgin Atlantic Flyer*, pilotato da Richard Branson e Per Lundstrand. Il record di durata di volo venne superato da due americani, Troy Bradley e il figlio di Ben Abruzzo, Richard, che decollarono da Bangor, nel Maine, il 15 settembre 1992. Nella prima gara transatlantica mondiale, vennero sospinti fuori rotta e atterrarono nei pressi di Fez, in Marocco, dopo un volo di 146 ore.



Kittinger compì la prima traversata transatlantica in solitario pilotando il suo *Rosie O'Grady's* riempito con elio per 5.690 km da Caribou, nel Maine, fino alla Riviera italiana nei pressi di Savona dal 14 al 18 settembre 1984.

Attualmente per la ricerca meteorologica vengono comunemente utilizzati tre tipi di palloni aerostatici.

I palloni aerostatici in gomma o neoprene vengono impiegati per sondaggi verticali, sia come palloni dotati di radiosonde che trasmettono informazioni meteorologiche, o come palloni pilota, piccoli palloni lanciati in aria per indicare la velocità e la direzione del vento. Il pallone, gonfiato con un gas capace di fornire una spinta aerostatica (idrogeno, elio, ammoniaca, o metano), si dilata via via che sale nell'aria più rarefatta. Quando il diametro del pallone è aumentato da tre a sei volte (cioè quando il suo volume originario è aumentato fino a 30 o addirittura 200 volte rispetto a quello iniziale), il rivestimento esterno si squarcia e il pallone si distrugge.

I palloni in materiale plastico (solitamente polietilene) a pressione zero vengono impiegati per portare strumenti scientifici fino a un livello di densità atmosferica prestabilito. Via via che il pallone sale di quota, il gas in espansione riempie l'involucro. Questo tipo di pallone ha una valvola che scarica automaticamente il gas in eccesso quando il pallone ha raggiunto la sua altezza di equilibrio, in modo che il pallone possa conservare questa quota. Quando tramonta il sole, il gas si raffredda, il volume diminuisce e il pallone ridiscende al suolo a meno che non venga rilasciata la zavorra.

I palloni a superpressione sono palloni non estensibili che vengono sigillati per impedire la fuoriuscita del gas. Quando il pallone raggiunge il suo livello di equilibrio, il gas diventa pressurizzato. Le variazioni termiche causate dal calore solare producono cambiamenti nella pressione interna del gas, ma il volume dell'aerostato rimane immutato. Pertanto, fino a quando il pallone mantiene la sua pressione, continuerà a fluttuare nell'aria al suo livello di densità costante predeterminato.

Decollando da Chico, in California, nell'ottobre 1972, un pallone da ricerca non pilotato raggiunse un'altezza di 51.850 m, la quota più elevata mai raggiunta da un pallone di questo tipo.

Ogni giorno in tutto il mondo numerosi palloni per radiosonde effettuano oltre 1000 sondaggi su venti, temperatura, pressione e umidità nell'alta atmosfera. Questi voli vengono effettuati decollando quasi esclusivamente dalla terraferma. Di conseguenza, vengono operate misurazioni sull'atmosfera adeguate solo su una superficie inferiore al 20% dell'intero globo. Per ottenere informazioni sulle vaste aree oceaniche, sono stati lanciati dall'emisfero australe dei palloni sperimentali nell'ambito del programma Global Horizontal Sounding Technique (GHOST).

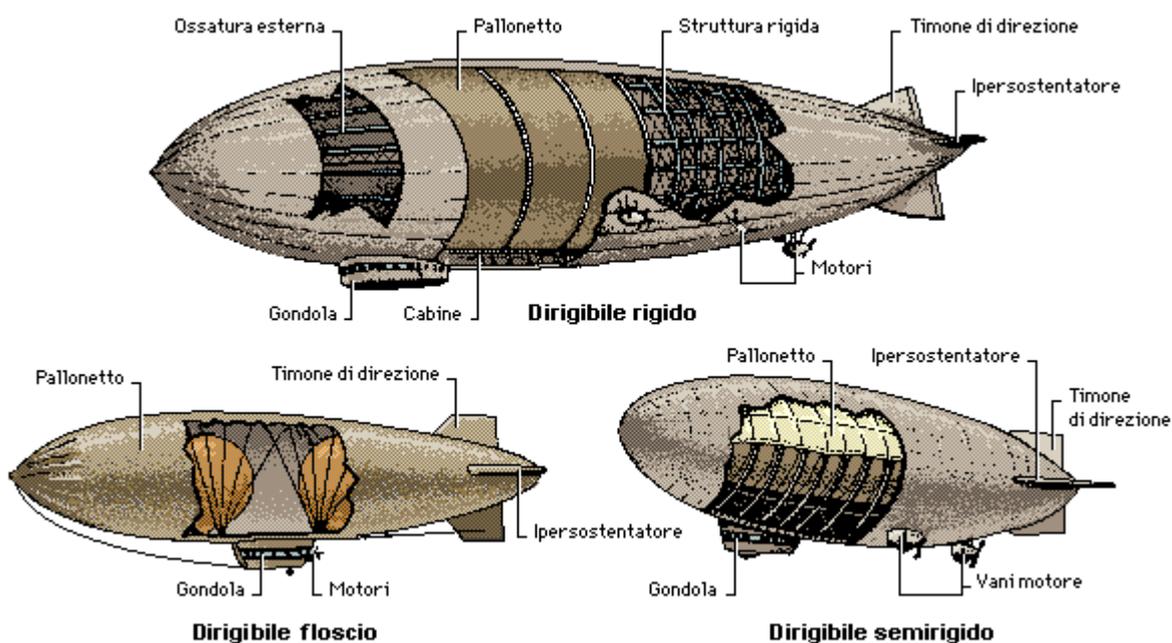
Il Dirigibile

Aeromobile più leggero dell'aria, in passato detto anche aeronave, costituito da un involucro contenente un gas per la sostentazione, un apparato motopropulsore, dispositivi per regolare la spinta aerostatica e una o più gondole per i motori, l'equipaggio e i passeggeri.

Attualmente l'involucro contiene esclusivamente elio, che ha sostituito l'idrogeno usato nei primi modelli, e ha forma allungata o affusolata per favorire la penetrazione nell'aria. L'apparato motopropulsore è costituito in genere da uno o più motori che azionano eliche aeree. Per aumentare la spinta aerostatica si possono usare dispositivi che sganciano una zavorra, solitamente sacchetti di sabbia o acqua, mentre per ridurla si può far uscire dall'involucro un'opportuna quantità di gas; in alcuni casi si utilizzano dei pallonetti, che vengono situati all'interno dell'involucro e possono essere gonfiati con aria compressa o sgonfiati, in modo da variare la densità complessiva dell'aeromobile. Uno o più timoni incernierati verticalmente consentono le virate a destra e a sinistra, mentre i timoni incernierati orizzontalmente consentono la salita e la discesa.

I dirigibili, che rappresentarono il logico sviluppo del pallone libero, si dividono in tre classi:

- flosci, nei quali l'involucro assume e mantiene la forma per effetto della pressione del gas;
- semirigidi, nei quali una chiglia rigida contribuisce con la pressione del gas a dare forma all'involucro;
- rigidi, nei quali la forma dell'involucro è data da una struttura reticolare rigida interna.



Il primo dirigibile funzionante, costruito nel 1852 dal francese Henri Giffard, aveva involucro floscio a forma di sigaro, era lungo 44 m ed era propulso da un'elica azionata da un motore a vapore da 3 CV (2,2 kW). Il dirigibile di Giffard, che sorvolò Parigi alla velocità di circa 10 km/h, poteva però essere controllato solo in

assenza o quasi di vento. Il primo volo con ritorno al punto di partenza in presenza di una leggera brezza fu compiuto nel 1884 dal dirigibile *La France*, dei francesi Charles Renard e Arthur Krebs, propulso da un'elica azionata da un motore elettrico.

Nel primo decennio del 1900 in molti paesi furono costruiti dirigibili in grado di volare, compreso il primo dirigibile italiano, di tipo semirigido, progettato da Gaetano Arturo Crocco e collaudato nel 1908, ma i tentativi di arrivare a una produzione valida commercialmente fallirono quasi ovunque, soprattutto perché i motori allora disponibili erano troppo pesanti in rapporto alla potenza che erogavano. L'eccezione si verificò in Germania, dove il conte Ferdinand von Zeppelin già nel 1900 aveva costruito il primo dirigibile rigido (perfezionando un progetto del 1897 del tedesco D. Schwarz), prototipo di molti modelli successivi.

L'involucro del primo dirigibile Zeppelin era costituito da una fila di 17 compartimenti di tessuto gommato pieni di idrogeno, racchiusi insieme in una struttura cilindrica a sua volta rivestita da tessuto di cotone teso. Lungo circa 128 m, con 12 m di diametro, conteneva 11.300 m³ di gas. Aveva timoni di direzione a prua e a poppa ed era equipaggiato con due motori a combustione interna Daimler da 15 CV (11 kW), azionanti due eliche ciascuno. Nel primo volo di collaudo, il 2 luglio 1900, con cinque persone a bordo, raggiunse un'altezza di 400 m e percorse 6 km in 17 minuti.

Le prime rotte aeree commerciali con trasporto passeggeri regolare furono servite dai dirigibili Zeppelin *Deutschland* e *Sachsen*, entrati in servizio, rispettivamente, nel 1910 e nel 1913. Allo scoppio della prima guerra mondiale erano in servizio 10 Zeppelin, e altri erano stati costruiti per impieghi militari. Alla fine del 1918 erano stati costruiti in totale 67 Zeppelin, 16 dei quali sopravvissero alla guerra e, in base al trattato di Versailles del 1919, furono ceduti agli Alleati. Nel 1914 la Francia aveva una flottiglia di dirigibili semirigidi sviluppati da ufficiali dell'esercito, ma la guerra mise in luce la maggior vulnerabilità dei dirigibili a confronto con gli aeroplani e segnò il loro abbandono come mezzo offensivo. I dirigibili flosci invece si rivelarono utili per l'osservazione aerea, il pattugliamento costiero, la scorta ai convogli e la localizzazione dei sommergibili e delle mine galleggianti, grazie alla loro capacità di volare a punto fisso e di restare in aria per periodi di tempo di gran lunga superiori rispetto agli aeroplani.

Verso la fine della guerra la Gran Bretagna intensificò la produzione di dirigibili rigidi e nel 1919 mise in servizio l'*R34*, lungo 196 m e contenente 56 100 m³ di gas, che fu il primo dirigibile a trasvolare l'Atlantico: il viaggio di andata, da East Fortune (Scozia) a Mineola (New York), dopo aver sorvolato Terranova, e quello di ritorno fino a Pulham (Norfolk), per un totale di 11.200 km, durarono complessivamente 183 ore e 15 minuti.

Nel 1923 la Marina militare degli Stati Uniti mise in servizio lo *Shenandoah*, che in origine si chiamava *ZR1*, il primo dirigibile di tipo Zeppelin interamente costruito negli Stati Uniti e il primo a usare l'elio (59.900 m³) come gas di riempimento. Lungo 206 m, in due anni compì numerosi lunghi viaggi, finché nel settembre del 1925 andò completamente distrutto in una tempesta, perdendo 14 membri dell'equipaggio. I 28 superstiti si salvarono perché il dirigibile era stato riempito con elio, un gas non infiammabile. Nel 1924 la Marina prese in consegna lo *ZR4*, poi ribattezzato *Los Angeles*, costruito in Germania dalla Zeppelin a parziale risarcimento dei danni di guerra. Era lungo 198 m e conteneva 70.000 m³ di gas. La gondola comando poteva ospitare anche trenta passeggeri, con cuccette simili a quelle dei vagoni-letto. Fu posto in disarmo nel 1932, dopo aver compiuto circa 250 voli.

Il 12 maggio 1926 il dirigibile italiano *Norge*, partito dalle Isole Spitsbergen, a nord della Norvegia, sorvolò il Polo Nord atterrando poi a Teller, in Alaska, dove fu demolito. Si trattava di un dirigibile semirigido con una capacità di 18.500 m³, progettato e costruito dall'ingegnere aeronautico Umberto Nobile, che ne ebbe il comando nella spedizione polare diretta dal norvegese Roald Amundsen. Nel 1928 Nobile costruì l'*Italia*, simile al *Norge*, per ripetere con una spedizione tutta italiana, da lui diretta, l'esplorazione polare. Giunto al Polo Nord il 24 maggio, il dirigibile incappò il giorno successivo, all'inizio del viaggio di ritorno, in una bufera che causò la morte di otto dei quindici membri dell'equipaggio.

In Germania nel 1928 fu costruito il *Graf Zeppelin*, lungo 235 m con una capacità di 105.000 m³. In nove anni di servizio volò per oltre 1.600.000 km, attraversando l'Atlantico 139 volte e percorrendo un giro del mondo con scalo solo a Tokyo, Los Angeles e Lakehurst, nel New Jersey.

Nel 1929 la Gran Bretagna varò due dirigibili rigidi, lo *R100* e lo *R101*, con la stessa capacità di 140.000 m³ ma lunghi 215 m il primo e 221 il secondo. Quest'ultimo era dotato di cinque motori diesel da 650 CV (485

kW) e disponeva di servizio ristorante, cuccette e intrattenimenti per cento persone. Nell'ottobre 1930 lo *R101* fu travolto da una tempesta e si schiantò contro una collina presso Beauvais, in Francia, finendo distrutto dal fuoco, con la morte di 46 persone, fra passeggeri ed equipaggio. Questo disastro indusse il governo britannico a ordinare la demolizione anche dello *R100*, che aveva compiuto un solo viaggio, e a cessare la costruzione di dirigibili.

Anche gli ultimi due dirigibili rigidi degli Stati Uniti finirono distrutti in incidenti. Lunghi 239 m e riempiti con 184.000 m³ di elio, ciascuno con otto motori da 560 CV (418 kW), erano provvisti di un compartimento interno in cui trovavano posto cinque aeroplani da ricognizione, che potevano uscire e rientrare durante il volo. Il primo, l'*Akron*, fu completato nel 1931 e andò distrutto in una tempesta al largo della costa del New Jersey nel 1933 (il relitto fu ritrovato nel 1986); il secondo, il *Macon*, fu completato nel 1933 e precipitò nel 1935.

Enorme turbamento suscitò il disastro del più grande dirigibile mai costruito, il tedesco *Hindenburg*, lungo 245 m e contenente 190.000 m³ di gas, che, dopo aver effettuato nel 1936 dieci traversate atlantiche, fu distrutto dal fuoco nel 1937 mentre stava atterrando a Lakehurst, nel New Jersey, provocando la morte di 36 delle 92 persone a bordo, fra passeggeri e membri dell'equipaggio.

La sciagura dell'*Hindenburg* segnò la fine dei dirigibili rigidi, che da allora non sono più stati costruiti, ma sancì anche l'ormai indiscutibile supremazia dell'aeroplano sul dirigibile, supremazia che per vent'anni era stata in dubbio. Nella seconda guerra mondiale furono ancora impiegati alcuni dirigibili flosci, con compiti di pattugliamento, esplorazione, scorta ai convogli e sorveglianza antisommergibili. Anche dopo il conflitto la Marina degli Stati Uniti continuò a usare tali dirigibili, per azioni antisommergibili e missioni di sorveglianza a medio e lungo raggio. Il modello più grande, lo *ZPG-2*, era lungo 99 m e aveva una capacità di 24.800 m³ di elio: un dirigibile di questo tipo restò in volo per oltre 200 ore senza rifornimento. L'impiego di dirigibili è cessato ufficialmente in tutto il mondo nel 1962, tranne per un particolarissimo tipo di piccolo dirigibile floscio che un'azienda privata statunitense continua a produrre e che viene impiegato per riprese televisive di avvenimenti sportivi, voli turistici e pubblicità. Alla fine degli anni Ottanta, si è vista comunque una ripresa d'interesse militare nei confronti del dirigibile; molti paesi hanno cominciato a studiarne le possibilità di impiego come sistema di allarme radar avanzato volante e per la guerra elettronica, oltre che per la guerra sottomarina. Alcuni paesi mostrano altrettanto interesse riguardo all'uso del dirigibile nell'aviazione civile e nella pubblicità.

Il Secondo Principio della Fluidostatica

Il secondo principio della fluidostatica, noto come principio di Archimede afferma che:
un corpo immerso in un fluido riceve una spinta, diretta dal basso verso l'alto, d'intensità pari al peso del volume di fluido spostato.
Sfruttando questo principio è stato possibile costruire oggetti volanti la cui sustentazione è indipendente dal moto relativo (portanza).

Sostentazione dell'aerostato a quota costante

Indicando con:

- V il volume dell'aerostato;
- γ il peso specifico dell'aria;

la spinta di Archimede o spinta ascensionale, detta anche *portanza statica*, è espressa dalla relazione:

$$1.8 \quad P_s = \gamma V$$

dalla quale si deduce che per avere una spinta ascensionale apprezzabile, essendo il peso specifico alquanto piccolo, occorre un volume notevolmente elevato. Il volume è mantenuto, soprattutto negli aerostati *flosci*, facendo ricorso ad un gas leggero (aria calda o più comunemente idrogeno o elio, con preferenza per quest'ultimo per la sua infiammabilità e quindi impossibilità di dar luogo ad esplosioni), sfruttando la sua tendenza ad espandersi e salire.

Perché l'aerostato (fig. 1.8) possa sostenersi a quota costante, il peso complessivo, composto dal suo peso proprio e da quello del gas di riempimento, deve essere bilanciato dalla spinta ascensionale, come mostra la relazione:

$$2.8 \quad W + w = P_s$$

in cui è stato indicato con:

- W il peso proprio dell'aerostato;
- w il peso del gas di riempimento.

Il peso del gas di riempimento, indicando con γ' il suo peso specifico e supponendo che occupi tutto il volume dell'aerostato, può essere espresso dal prodotto $\gamma'V$ e la relazione 2.8, tenendo conto della 1.8, diventa:

$$3.8 \quad W + \gamma'V = \gamma V$$

dalla quale si ottiene:

$$4.8 \quad W = (\gamma - \gamma')V$$

Questa relazione evidenzia la necessità, per minimizzare il volume V , di utilizzare un gas di riempimento a

bassissimo peso specifico rispetto all'aria $\left(\gamma = 12,029 \frac{N}{m^3} \right)$, onde rendere massima la *spinta specifica* $\gamma - \gamma'$.

A tal fine l'idrogeno $\left(\gamma' = 0,876 \frac{N}{m^3} \right)$ sarebbe da preferire rispetto all'elio $\left(\gamma' = 1,753 \frac{N}{m^3} \right)$ in quanto presenterebbe una maggiore spinta specifica, tuttavia esigenze di sicurezza impongono l'uso del secondo rispetto al primo.

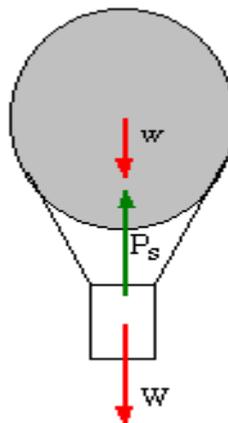


Fig. 1.8 Forze agenti su un aerostato

Comportamento dell'aerostato in quota

La relazione 1.8 evidenzia che la spinta ascensionale P_s , dipendendo dal peso specifico dell'aria, con l'aumentare della quota diminuisce. Esiste, però, la possibilità di ricorrere ad un accorgimento che permette di inibire tale diminuzione e consentire che la portanza statica resti costante al crescere della quota: evitare al gas di riempimento di disperdersi, uscendo dall'involucro, ma di espandersi rimanendo all'interno dello stesso. L'espansione del gas può essere ottenuta riempiendo l'involucro solo parzialmente se si tratta di palloni o ricorrendo ad una camera con diaframma mobile nel caso di dirigibili. Dimostriamo la costanza della spinta ascensionale con l'aumento della quota.

Poiché sia l'aria che il gas di riempimento si trovano in condizione di quiete e quindi di ritenere trascurabili le azioni tangenziali, il loro comportamento termodinamico può essere assimilato a quello di gas perfetti; pertanto per essi si può scrivere rispettivamente:

$$5.8 \quad p = \gamma R T$$

$$6.8 \quad p' = \gamma' R' T'$$

Essendo in pratica la pressione di gonfiamento del gas p' pari a quella dell'aria p (isobaria) così come le rispettive temperature $T = T'$ (isoterma), dalle relazioni precedenti si ricava:

$$7.8 \quad \gamma R = \gamma' R'$$

da cui:

$$8.8 \quad \gamma = \gamma' \frac{R'}{R}$$

Sostituendo questa espressione nella 1.8 si ottiene:

$$9.8 \quad P_s = \gamma' \frac{R'}{R} V = w \frac{R'}{R} = \text{cost.}$$

La relazione precedente dimostra l'invariabilità della spinta ascensionale conseguente alla possibilità data al gas di espandersi ma conservando inalterato il suo peso. E' intuitivo che l'espansione non potrà continuare all'infinito, ma esiste una quota alla quale il gas occuperà tutto il volume dell'aerostato, detta *quota di pienezza*. Oltre tale quota parte del gas uscirà dall'involucro, il peso non potrà più mantenersi costante e la spinta ascensionale comincerà a diminuire. A tale diminuzione corrisponderà una minore salita dell'aerostato il quale non potrà raggiungere una quota infinita ma un limite massimo detto *quota di tangenza*.

Determinazione della quota di pienezza

E' stato osservato in precedenza che fino alla *quota di pienezza* il peso del gas di riempimento, in continua espansione, si mantiene costante. Indichiamo con, fig. 2.8:

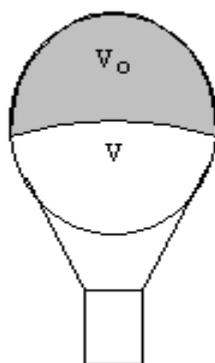


Fig. 2.8 Riempimento parziale dell'aerostato

- V_0 il volume iniziale di riempimento del gas;
- V il volume totale dell'aerostato;
- γ_0 il peso specifico del gas alla quota di riempimento;
- γ_{z_p} il peso specifico del gas di riempimento alla quota di pienezza.

Imponendo la condizione di costanza del peso del gas alla quota di riempimento ed a quella di pienezza, si può scrivere:

$$10.8 \quad \gamma_0' V_0 = \gamma_{z_p}' V$$

dalla quale si ricava:

$$11.8 \quad \frac{\gamma_{z_p}'}{\gamma_0'} = \frac{V_0}{V}$$

Il rapporto $\frac{V_0}{V}$ prende il nome di *grado di riempimento*. Ricordando che la variazione del peso specifico del

gas di riempimento con la quota segue la stessa legge dell'aria $\left(\frac{\gamma_{z_p}'}{\gamma_0'} = \frac{\gamma_{z_p}}{\gamma_0} \right)$ e che il volo per gli aerostati si svolge a quote solitamente inferiori agli 11.000 metri, dalla 11.8 si ottiene:

$$12.8 \quad (1 - 0,0000226 \cdot z_p)^{4,256} = \frac{V_0}{V}$$

dalla quale si può ricavare la *quota di pienezza* nel modo seguente:

$$13.8 \quad z_p = \frac{1 - \left(\frac{V_0}{V} \right)^{\frac{1}{4,256}}}{0,0000226}$$

Dimostriamo che il peso specifico del gas e dell'aria variano con la quota seguendo la stessa legge. Applicando la legge del gas perfetto sia all'aria che al gas alle quote di riempimento e di pienezza, si ottiene:

$$14.8 \quad \begin{aligned} p_o &= \gamma_o RT_o \\ p_{z_p} &= \gamma_{z_p} RT_{z_p} \end{aligned}$$

$$15.8 \quad \begin{aligned} p'_o &= \gamma'_o R'T'_o \\ p'_{z_p} &= \gamma'_{z_p} R'T'_{z_p} \end{aligned}$$

da cui si ricava, per l'aria e il gas rispettivamente:

$$16.8 \quad \frac{p_{z_p}}{p_o} = \frac{\gamma_{z_p}}{\gamma_o} \frac{T_{z_p}}{T_o}$$

$$17.8 \quad \frac{p'_{z_p}}{p'_o} = \frac{\gamma'_{z_p}}{\gamma'_o} \frac{T'_{z_p}}{T'_o}$$

Confrontando queste equazioni si deduce che, in caso di *isobaria* $\left(\frac{p_{z_p}}{p_o} = \frac{p'_{z_p}}{p'_o} \right)$ e *isotermia* $\left(\frac{T_{z_p}}{T_o} = \frac{T'_{z_p}}{T'_o} \right)$, sussiste la relazione che giustifica l'asserzione precedente:

$$18.8 \quad \frac{\gamma_{z_p}}{\gamma_o} = \frac{\gamma'_{z_p}}{\gamma'_o}$$

Determinazione della quota di tangenza o di plafond

E' già stato notato che il gas di riempimento oltre la quota di pienezza, continuando ad espandersi, esce dall'involucro e la spinta diminuisce. L'aerostato continua ad ascendere fino alla quota di tangenza, alla quale la salita si arresta poiché la spinta bilancia il peso. In base alla fig. 1.8 f la forza che determina l'ascensione dell'aerostato, detta *spinta*, alla quota generica, può essere valutata nel modo seguente:

$$19.8 \quad S = P_s - w = \gamma W - \gamma' V = V(\gamma - \gamma')$$

Alla quota di tangenza, quindi:

$$20.8 \quad W = S = V(\gamma_{z_t} - \gamma'_{z_t}) = V\gamma_{z_t} \left(1 - \frac{\gamma'_{z_t}}{\gamma_{z_t}} \right) = V\gamma_{z_t} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) = V\gamma_o \delta \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

in cui è stato indicato con ε il rapporto:

$$21.8 \quad \varepsilon = \frac{\gamma_{z_t}}{\gamma_{z_0}}$$

che assume i valori correnti:

● $\varepsilon = 4.5 \div 5$ per l'elio;

● $\varepsilon = 8 \div 9$ per l'idrogeno;

leggermente inferiori a quelli dei rispettivi gas puri per effetto del fenomeno dell'*osmosi* attraverso il tessuto dell'involucro.

Sostituendo nella 20.8 alla densità relativa δ la sua espressione, si ottiene:

$$22.8 \quad W = V\gamma_0(1 - 0,0000226 \cdot z_t)^{4,256} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

da cui si ricava la quota di tangenza con l'espressione:

$$23.8 \quad z_t = \frac{1 - \left[\frac{W}{V\gamma_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)} \right]^{1/4,256}}{0,0000226}$$

Determinazione dell'accelerazione ascensionale dell'aerostato

Indicando con W' il peso del gas di riempimento, l'accelerazione verticale dell'aerostato può essere ricavata richiamando la seconda legge della dinamica, espressa nella forma:

$$24.8 \quad a = \frac{F}{m} = \frac{S - W}{W + W'} = \frac{gW}{W + V_0\gamma} \left(\frac{S}{W} - 1 \right) = \frac{g}{1 + \frac{V_0\gamma'}{W}} \left(\frac{S}{W} - 1 \right) = \frac{g}{1 + \frac{V_0\gamma'}{W}} \left[\frac{V}{W} \gamma \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) - 1 \right]$$

Dalla relazione si deduce che il valore dell'accelerazione, ad una quota generica, dipende dall'eccedenza

della spinta sul peso dell'aerostato, infatti più alto è il rapporto $\frac{S}{W}$ più elevata è l'accelerazione. Per evitare che tale accelerazione ascensionale raggiunga limiti non sopportabili si fa uso di zavorra che si scarica per permettere al mezzo di salire con gradualità e comfort. La discesa dell'aerostato, invece, viene ottenuta con la fuoriuscita del gas dall'involucro mediante una valvola posta sulla sua sommità. Ciò mostra che il volo dell'aerostato, ove non sono presenti motori, come nei dirigibili, è possibile solo per effetto di una continua regolazione tra zavorra e quantità di gas utilizzato.

Determinazione della velocità ascensionale dell'aerostato

Indichiamo con:

- ρ la densità dell'aria alla quota generica;
- C_r il coefficiente di resistenza dell'aerostato;
- R la resistenza aerodinamica incontrata dall'aerostato;
- S_m la superficie maestra dell'aerostato;
- w la velocità ascensionale.

Con riferimento alla fig. 3.8, la condizione di equilibrio dinamico alla quota generica viene espressa dalla seguente relazione:

$$25.8 \quad S = W + R$$

Esprimendo la resistenza nella nota forma aerodinamica, la 25.8 diventa:

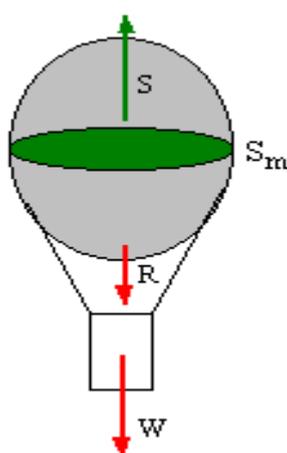


Fig. 3.8 Forze agenti sull'aerostato in ascesa

$$26.8 \quad S - W = \frac{1}{2} \rho w^2 S_m C_r$$

dalla quale si ricava la velocità ascensionale nel seguente modo:

$$27.8 \quad w = \sqrt{\frac{2(S - W)}{\rho S_m C_r}} = \sqrt{\frac{2W \left[\frac{V}{W} \gamma \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) - 1 \right]}{\rho S_m C_r}}$$

Questa relazione mette in evidenza che la velocità ascensionale dell'aerostato non è costante al crescere della quota in quanto variano la densità dell'aria e, dalla quota di pienezza a quella di tangenza, la spinta.

Infatti, come mostra la fig. 4.8, da quota 0 a quella di pienezza z_p , essendo la spinta costante, poiché l'aerostato è riempito solo parzialmente, la velocità ascensionale cresce per effetto della diminuzione della

densità dell'aria. Dalla quota di pienezza a quella di tangenza z_t riprende a decrescere anche la spinta oltre alla densità e poiché la diminuzione della prima è più marcata rispetto alla seconda l'effetto risultante è una diminuzione della velocità, che si riduce a 0 alla quota di tangenza dove la spinta si annulla.

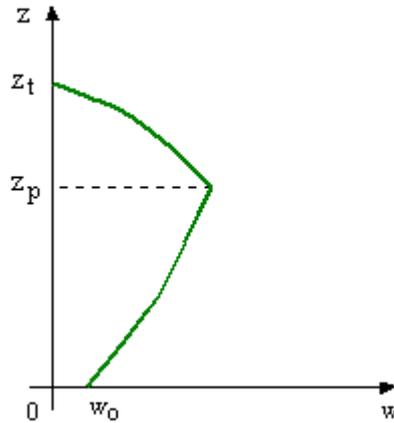


Fig. 4.8 Andamento della velocità ascensionale dell'aerostato con la quota

Quantità di gas persa dall'aerostato tra le quote di pienezza e tangenza

Durante la salita dell'aerostato dalla quota di pienezza a quella di tangenza, l'ulteriore espansione del gas di riempimento provoca una fuoriuscita dello stesso dall'involucro in cui è contenuto. La quantità di gas che viene persa può essere valutata ricavando la differenza di peso del gas alle due diverse quote. Indicando con:

- γ'_{z_p} il peso specifico del gas alla quota di pienezza;
- γ'_{z_t} il peso specifico del gas alla quota di tangenza;
- V il volume dell'aerostato, pari a quello occupato dal gas nell'intervallo di quota pienezza-tangenza;
- W'_{z_p} il peso del gas alla quota di pienezza;
- W'_{z_t} il peso del gas alla quota di tangenza;

la quantità di gas persa vale:

$$28.8 \quad \Delta W' = W'_{z_p} - W'_{z_t} = V(\gamma'_{z_p} - \gamma'_{z_t})$$

Moltiplicando e dividendo la 28.8 per il peso specifico del gas alla quota di riempimento, si ottiene:

$$29.8 \quad \Delta W' = V \gamma'_0 \left(\frac{\gamma'_{z_p}}{\gamma'_0} - \frac{\gamma'_{z_t}}{\gamma'_0} \right)$$

che in base alle ipotesi di isobaria e isoterma diventa:

$$30.8 \quad \Delta W' = V \gamma'_0 \left(\frac{\gamma_{z_p}}{\gamma_0} - \frac{\gamma_{z_t}}{\gamma_0} \right)$$

In base alla 21.8, applicata alla quota di riempimento, e ricordando che il rapporto dei pesi specifici coincide con la densità relativa, si perviene alla relazione definitiva:

$$31.8 \quad \Delta W' = V \frac{\gamma_o}{\varepsilon} (\delta_{z_p} - \delta_{z_t})$$

Aerostato adiabatico

Si è supposto finora che l'ascensione dell'aerostato avvenisse in condizioni *ideali*, cioè è stato supposto che gas ed aria fossero costantemente alla stessa pressione (isobaria o omobaria) e temperatura (isotermia o omotermia). Nel caso reale continua a sussistere la prima ma l'evoluzione termica del gas si avvicina più ad una *adiabatica* che ad una *isoterma*. Questa nuova ipotesi modifica sia la quota di pienezza che di tangenza. Vediamo, quindi, come variano le espressioni per la determinazione delle due quote caratteristiche.

● Quota di pienezza adiabatica

$$\left(\frac{p}{\gamma^k} = \text{cost.} \right)$$

Applicando la legge delle trasformazioni adiabatiche alle quote di riempimento e di pienezza, si ottiene:

$$32.8 \quad \frac{p'_{z_{pa}}}{\gamma'_{z_{pa}}{}^k} = \frac{p'_o}{\gamma'_o{}^k}$$

da cui:

$$33.8 \quad \frac{\gamma'_{z_{pa}}}{\gamma'_o} = \left(\frac{p'_{z_{pa}}}{p'_o} \right)^{\frac{1}{k}}$$

Tenendo conto della condizione di isobaria, questa espressione diventa:

$$34.8 \quad \frac{\gamma'_{z_{pa}}}{\gamma'_o} = \left(\frac{p_{z_{pa}}}{p_o} \right)^{\frac{1}{k}}$$

e sostituendola nella 11.8, si ottiene:

$$35.8 \quad \left(\frac{p_{z_{pa}}}{p_o} \right)^{\frac{1}{k}} = \frac{V_o}{V}$$

Essendo il rapporto tra le pressioni espresso dalla relazione:

$$36.8 \quad \frac{p_{z_{pa}}}{p_o} = \left(1 - 0,0000226 \cdot z_{pa} \right)^{5,256}$$

e tenendo conto che per l'aria $k = 1,4$, la quota di *pienezza adiabatica* è, in definitiva, pari a:

$$\left(\frac{V_o}{V}\right)^{1,4} = \left(1 - 0,0000226 \cdot z_{pa}\right)^{5,256}$$

$$\left(\frac{V_o}{V}\right)^{\frac{1,4}{5,256}} = 1 - 0,0000226 \cdot z_{pa}$$

$$37.8 \quad z_{pa} = \frac{1 - \left(\frac{V_o}{V}\right)^{\frac{1,4}{5,256}}}{0,0000226}$$

Confrontando questa relazione con la 13.8 si deduce che, essendo il numeratore della 37.8 più elevato, perché la potenza è più bassa essendo la base minore dell'unità e l'esponente più elevato, la quota di *pienezza adiabatica* è più alta rispetto a quella *isotermica ideale*.

 *Quota di tangenza adiabatica*

Imponendo, come è stato fatto nel caso ideale, alla quota di tangenza l'equilibrio tra peso e spinta, si ottiene:

$$38.8 \quad W = S = V(\gamma_{z_{ta}} - \gamma'_{z_{ta}}) = V\gamma_{z_{ta}} \left(1 - \frac{\gamma'_{z_{ta}}}{\gamma_{z_{ta}}}\right) = V\gamma_{z_{ta}} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

Applicando la legge dell'adiabatica alle quote di riempimento e di tangenza e tenendo conto che gas e aria hanno le stese leggi di variazione del peso specifico, si ottiene:

$$39.8 \quad \frac{\gamma_{z_{ta}}}{\gamma_o} = \left(\frac{p_{z_{ta}}}{p_o}\right)^{\frac{1}{k}}$$

Ricavando da questa espressione il peso specifico alla quota di tangenza e sostituendolo nella 38.8, si ricava:

$$40.8 \quad W = V\gamma_o \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) \left(\frac{p_{z_{ta}}}{p_o}\right)^{\frac{1}{k}} = V\gamma_o \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) \left[\left(1 - 0,0000226 \cdot z_{ta}\right)^{5,256}\right]^{\frac{1}{1,4}}$$

Da questa espressione si può ricavare la quota di *tangenza adiabatica* nel modo seguente:

$$\frac{W}{V\gamma_o \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)} = \left(1 - 0,0000226 \cdot z_{ta}\right)^{\frac{5,256}{1,4}}$$

$$\left[\frac{W}{V\gamma_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)} \right]^{\frac{1,4}{5,256}} = 1 - 0,0000226 \cdot z_{t_a}$$

$$41.8 \quad z_{t_a} = \frac{1 - \left[\frac{W}{V\gamma_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)} \right]^{\frac{1,4}{5,256}}}{0,0000226}$$

Il confronto di questa espressione con la 23.8 mostra che la quota di *tangenza adiabatica* è più alta rispetto a quella *isotermica ideale*, perché il numeratore della 41.8 è più alto in quanto la base della potenza è minore dell'unità e l'esponente è maggiore.

Effetto dell'irraggiamento solare sull'ascesa dell'aerostato

Quanto detto finora non ha tenuto conto dell'effetto del riscaldamento solare sul gas di riempimento. Tale effetto si traduce nella realtà in un'ulteriore espansione del gas che, pertanto, esercita una spinta aggiuntiva, denominata *spinta libera*, di cui bisogna valutarne l'entità. Riferendoci, per comodità, ad una ascensione dell'aerostato in condizioni ideali ed applicando la legge dei gas perfetti alle quote generica e di riempimento rispettivamente, si ottiene:

● per l'aria

$$p = \gamma RT$$

$$42.8 \quad p_0 = \gamma_0 RT_0$$

● per il gas

$$p' = \gamma' R' T'$$

$$43.8 \quad p'_0 = \gamma'_0 R' T'_0$$

Dalla 42.8 si ricava:

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{T}{T_0}$$

$$44.8 \quad \gamma = \gamma_0 \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T}$$

Con analogo procedimento dalla 43.8 discende:

$$\frac{p'}{p'_0} = \frac{\gamma'}{\gamma'_0} \frac{T'}{T'_0}$$

$$45.8 \quad \gamma' = \gamma'_o \frac{p' T'_o}{p'_o T'}$$

Dividendo tra loro le espressioni 44.8 ed 45.8 ed imponendo le condizioni ideali di ascensione (isobaria ed isoterma alla sola quota di riempimento), si ricava che alla generica quota:

$$\frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{\gamma_o}{\gamma'_o} \frac{p}{p'} \frac{p'_o}{p_o} \frac{T_o}{T'_o} \frac{T'}{T}$$

$$46.8 \quad \frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{\gamma_o}{\gamma'_o} \frac{T'}{T}$$

Poiché dalla quota di riempimento in poi l'irraggiamento solare produce una variazione ΔT di temperatura del gas, dalla 46.8 discende:

$$\frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{\gamma_o}{\gamma'_o} \frac{T + \Delta T}{T}$$

$$\varepsilon' = \varepsilon \frac{T + \Delta T}{T}$$

$$47.8 \quad \varepsilon' = \varepsilon \left(1 + \frac{\Delta T}{T} \right)$$

Come può notarsi l'effetto solare provoca un incremento del rapporto dei pesi specifici tra la quota di riempimento in poi che si traduce in un aumento sia della spinta che della quota di tangenza. Infatti, per la spinta alla generica quota, nell'ipotesi che il gas occupi l'intero volume dell'involucro :

● *senza irraggiamento solare*

$$48.8 \quad S = V\gamma \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

● *con irraggiamento solare*

$$49.8 \quad S' = V\gamma' \left(1 - \frac{1}{\varepsilon'} \right)$$

Dal confronto di queste due equazioni si nota che, essendo $\varepsilon' > \varepsilon$, $S' > S$; la *spinta libera* sarà allora valutabile nel modo seguente:

$$\begin{aligned}
 S_1 = S' - S &= V\gamma \left(1 - \frac{1}{\varepsilon'}\right) - V\gamma \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) \\
 &= V\gamma \left(1 - \frac{1}{\varepsilon'} - 1 + \frac{1}{\varepsilon}\right) \\
 &= V\gamma \left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon'}\right)
 \end{aligned}$$

50.8

Per effetto di questa ulteriore spinta del gas, la quota di tangenza subisce un incremento. La nuova tangenza ideale si troverà alla quota:

$$z'_t = \frac{1 - \left[\frac{W}{V\gamma_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon'}\right)} \right]^{4,256}}{0,0000226}$$

51.8

che è superiore a quella espressa dalla 23.8.

Anche la quota di pienezza risente dell'irraggiamento solare in quanto il gas espandendosi più velocemente impiegherà un tempo inferiore e quindi un minore intervallo di quota per occupare l'intero volume dell'involucro.

Infatti, dalla 47.8 scritta nella forma:

$$\frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{\gamma_0}{\gamma'_0} \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right)$$

può essere ricavato, alla quota di pienezza:

$$\frac{\gamma_{z'_p}}{\gamma_0} = \frac{\gamma'_{z_p}}{\gamma'_0} \left(1 + \frac{\Delta T}{T_{z'_p}}\right)$$

52.8

Introducendo in questa relazione la 11.8, si ottiene:

$$\frac{\gamma_{z'_p}}{\gamma_0} = \frac{V_0}{V} \left(1 + \frac{\Delta T}{T_{z'_p}}\right)$$

53.8

dalla quale, la quota di pienezza in presenza di irraggiamento solare vale:

$$\left(1 - 0,0000226 \cdot z'_p\right)^{4,256} = \frac{V_0}{V} \left(1 + \frac{\Delta T}{T_{z'_p}}\right)$$

$$1 - 0,0000226 \cdot z'_p = \left[\frac{V_o}{V} \left(1 + \frac{\Delta T}{T_{z'_p}} \right) \right]^{\frac{1}{4,256}}$$

$$z'_p = \frac{1 - \left[\frac{V_o}{V} \left(1 + \frac{\Delta T}{T_{z'_p}} \right) \right]^{\frac{1}{4,256}}}{0,0000226}$$

54.8

Questa espressione, tenuto conto che il suo numeratore è più piccolo di quello della 13.8, fornisce una quota di pienezza, con irraggiamento solare, inferiore rispetto a quello isothermico ideale e giustifica l'asserto precedente.