

APPLICAZIONI ECONOMICHE DELLA DERIVAZIONE

SIA UNA MERCE x IL CUI COSTO C È DATO DALLA FUNZIONE:

$$C(x) = 100 + 15x - 5x^2 + x^3 \quad \text{CON } x \in [0; +\infty)$$

IL PREZZO p DELLA MERCE È UNA COSTANTE, LA QUANTITÀ $q = x$, ALLORA IL RICAVO È $R(x) = p q = p x$ (PREZZO PER COSTO), IL GUADAGNO ALLORA È DATO DALLA FUNZIONE:

$$g(x) = R(x) - C(x) \quad (\text{RICAVO MENO COSTO})$$

SE $p = 40$ FISSATO, NEL NOSTRO CASO SI HA ALLORA:

$$\begin{aligned} g(x) &= 40x - (100 + 15x - 5x^2 + x^3) = \\ &= -100 + 25x + 5x^2 - x^3 \end{aligned}$$

QUANDO IL GUADAGNO È MASSIMO? QUANDO $g'(x) = 0$. SICCOME SI HA:

$$g'(x) = 25 + 10x - 3x^2$$

RISOLVENDO $g'(x) \geq 0$ SI HA $-\frac{5}{3} \leq x \leq 5$. SOLO $x = 5$ È ACCETTABILE PERCHÉ $x \in [0; +\infty)$. DUNQUE IL GUADAGNO È MASSIMO PER $q = 5$

ELASTICITÀ

SIA $f(x)$ DEFINITA IN $(a; b)$ E A VALORI IN \mathbb{R} . SI PRENDA IL PUNTO $x_0 \in (a; b)$ E > 0 ED ESISTA $f'(x_0)$. SI DICE ELASTICITÀ D'ARCO RISPETTO AL PUNTO INIZIALE IL RAPPORTO TRA I DUE INCREMENTI RELATIVI:

$$\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{f(x_0)} : \frac{h}{x_0} = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} \cdot \frac{x_0}{f(x_0)}$$

IL LIMITE PER $h \rightarrow 0$ DI TALE RAPPORTO SI DICE ELASTICITÀ PUNTALE E SI SCRIVE:

$$E_f(x_0) = f'(x_0) \cdot \frac{x_0}{f(x_0)} = \frac{f'(x_0)}{f(x_0)/x_0}$$

LA FUNZIONE È DETTA ELASTICA IN x_0 SE $|E(x_0)| > 1$, INELASTICA SE $|E(x_0)| < 1$, ANELASTICA SE $|E(x_0)| = 1$. ELASTICITÀ IN UN PUNTO COINCIDE CON LA PENDENZA DEL GRAFICO DI $f(x)$ IN SCALA LOGARITMICA.

SIA $q = q(p)$ LA FUNZIONE DI DOMANDA DI UN BENE IL CUI PREZZO È p . L'ELASTICITÀ DELLA DOMANDA SI PÒ' ALLORA DEFINIRE COME $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta q}{q} : \frac{h}{p} \right) = q'(p) \cdot \frac{p}{q(p)}$

SE $|E_p| < 1$, LA DOMANDA È INELASTICA, CIÒÈ UNA DATA VARIAZIONE PERCENTUALE DEL PREZZO PROVOCA UNA VARIAZIONE PERCENTUALE MINORE DELLA DOMANDA; VICEVERSA, SE $|E_p| > 1$, LA DOMANDA È ELASTICA, E AD UNA DATA VARIAZIONE PERCENTUALE DEL PREZZO CORRISPONDE UNA VARIAZIONE PERCENTUALE MAGGIORE DELLA DOMANDA; SE $|E_p| = 1$, AD UNA VARIAZIONE PERCENTUALE DEL PREZZO CORRISPONDE UNA CORRISPONDENTE DELLA DOMANDA.

ES. SIA $q = \frac{k}{p^\alpha}$ ($k > 0, \alpha > 0$). ALLORA $E_q = -\alpha \frac{k}{p^{\alpha+1}} \cdot \frac{p}{\frac{k}{p^\alpha}} = -\alpha \frac{k}{p^\alpha} \cdot \frac{p^\alpha}{k} = -\alpha$ (cost.)

SE $\alpha = 2$, $q = k/p^2$ E $|E_q| = 2 > 1$: AD UN AUMENTO DEL PREZZO DEL 10% IL MERCATO RISPONDE CON UNA RIDUZIONE DELLA DOMANDA DEL 10%. SE INVECE $\alpha = 1$, $q = k/p$ ED $|E_q| = 1$: AD UN AUMENTO DI PREZZO DEL 10% CORRISPONDE UN'EGUALE RIDUZIONE DELLA DOMANDA.