

C_p E C_v

IL CALORE SPECIFICO È FUNZIONE DELLA TRASFORMAZIONE SEGUITA. INFATTI IL CALORE, COME IL LAVORO, NON È UNA FUNZIONE DI STATO, DIPENDEMO NON SOLO DAL PUNTO DI PARTENZA E DAL PUNTO DI ARRIVO DELLA TRASFORMAZIONE, MA ANCHE DAL PERCORSO SEGUITO. INTRODUCIAMO ALLORA C_x, DEFINITO COME IL CALORE SPECIFICO MOLARE (ENERGIA NECESSARIA PER FAR SALIRE DI UN KELVIN LA TEMPERATURA DI UNA MOLE DI SOSTANZA) LUNGO LA TRASFORMAZIONE X:

$$C_x = \frac{1}{m} \left(\frac{Q}{Dt} \right)_x$$

$$C_p = \frac{1}{m} \left(\frac{Q}{Dt} \right)_{p = \text{cost.}}$$

$$C_v = \frac{1}{m} \left(\frac{Q}{Dt} \right)_{v = \text{cost.}}$$

ASSUMIAMO PARTICOLARE IMPORTANZA C_p E C_v, DEFINITI COME IL CALORE SPECIFICO A PRESSIONE E A VOLUME COSTANTI, OLTRE VERO MISURATI LUNGO L'ISOBARA E L'ISOCORA. ORA, SICCOME IL LAVORO W LUNGO L'ISOCORA È NULLO, NON ESSENDO CI SONO MOVIMENTI DI PARETI, MENTRE LUNGO L'ISOBARA È DATO DA W = PΔV, SI HA CHE IL PRIMO PRINCIPIO LUNGO L'ISOBARA È ΔU = Q_p - PΔV. HO PERCÌ:

$$C_p = \frac{1}{m} \left(\frac{\Delta U + P\Delta V}{Dt} \right)_p = \frac{1}{m} \left(\frac{m C_v \Delta t + P\Delta V}{Dt} \right)_{p = \text{cost.}}$$

PERCHÉ L'ENERGIA INTERNA DEL GAS PERFETTO È DATA DA:

$$\Delta U = m C_v \Delta t$$

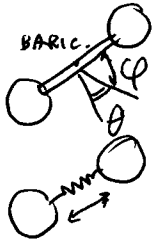
MA PV = mRT; NE SEGUE: PΔV = mRΔT, LUNGO L'ISOBARA. HO PERCÌ, SEMPLIFICANDO:

$$C_p = C_v + R$$

CHE RAPPRESENTA LA RELAZIONE DI MAYER, DAL NOME DEL FISICO DILETTANTE CHE LA RICAVÒ. VALE INOLTRE IL FONDAMENTALE:

PRINCIPIO DI EQUARTIZIONE DELL'ENERGIA - OGNI GRADO DI LIBERTÀ POSTO A SERVIZIO DELLA MOLECOLA NEL SUO MOTO CONTRIBUISCE PER UN $\frac{R}{2}$ AL CALORE SPECIFICO A VOLUME COSTANTE.

COSÌ, LA MOLECOLA MONOATOMICA (ES. He, Ne...) HA TRE GRADI DI LIBERTÀ TRASLAZIONALI, POTENDO TRASLARE NELLE TRE DIREZIONI x, y, z MA NON ROTARE (È PUNTO MATERIALE). NE SEGUE $C_v = 3 \cdot \frac{R}{2} = \frac{3}{2} R$.



INVECE LA MOLECOLA BIATOMICA (ES. H₂, O₂, HCl), OLTRE AI TRE GRADI DI LIBERTÀ TRASLAZIONALI NE HA DUE ROTAZIONALI, RAPPRESENTATI DAL DUE ANGOLI (LATITUDINE E LONGITUDINE) CHE DESCRIVONO LA ROTAZIONE. NE SEGUE $C_v = 5 \cdot \frac{R}{2} = \frac{5}{2} R$. QUESTO SE LA MOLECOLA È RIGIDA; ALTRIMENTI, SE È POSSIBILE CHE OSCILLI, SI INTRODUCE UN NUOVO GRADO DI LIBERTÀ, DETTO VIBRAZIONALE, ED IL C_v DIVENTA $6 \cdot \frac{R}{2} = 3R$.

MOLECOLA	C _v	C _p
MONOATOMICA	$\frac{3}{2} R$	$\frac{5}{2} R$
BIATOMICA RIGIDA	$\frac{5}{2} R$	$\frac{7}{2} R$
BIATOMICA OSCILLANTE	3 R	4 R

NELLA TABELLA A DESTRA SONO TABULATI TALI VALORI DI C_v E C_p. IL RAPPORTO $\frac{C_p}{C_v}$ SI INDICA CON γ E VALE $\frac{5}{3}$ PER LE MONOATOMICHE, $\frac{7}{5}$ PER LE BIATOMICHE.

ESEMPIO - SI CALCOLI IL CALORE ASSORBITO DA TRE MOL DI GAS PERFETTO BIATOMICO (ES. L'ARIA) CHE SI ESPANDE LUNGO UN'ISOBARA ED AUMENTA LA SUA TEMPERATURA DI 200 KELVIN.

BASTA CONSIDERARE IL CASO DI MOLECOLA RIGIDA BIATOMICA (NON SERVIRE PERÒ QUESTO MODELLO DESCRIVE BENE IL COMPORTAMENTO EFFETTIVO DELL'ARIA), PER OTTENERE:

$$Q = m C_v \Delta T = 3 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 200 \text{ K} = 17.451 \text{ J} = 4,17 \text{ Kcal}$$

IL MODELLO DI GAS PERFETTO MONOATOMICO DESCRIVE BENE IL COMPORTAMENTO REALE DEI GAS NOBILI; NON ALTRETTANTO DICASI PER QUELLI BIATOMICI, IL CUI C_p È FORTEMENTE FUNZIONE ANCHE DELLA TEMPERATURA.