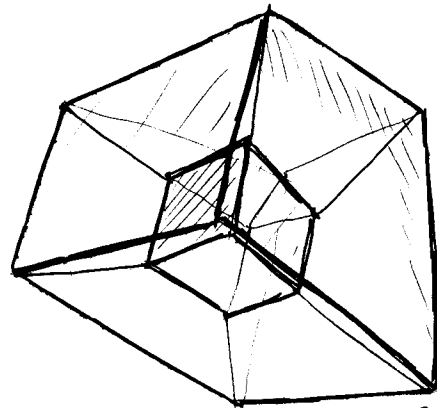


NELLA VITA DI TUTTI I GIORNI IL NUMERO DELLE DIMENSIONI SI RIFERISCE AL NUMERO MINIMO DI MISURAZIONI NECESSARIE PER SPECIFICARE LA POSIZIONE DI UN OGGETTO. LO SPAZIO USUALE È RITENUTO AVERE TRE DIMENSIONI PERCHÉ PER SPECIFICARE LA POSIZIONE DI UN PUNTO OCCORRONO TRE COORDINATE: LATITUDINE, LONGITUDINE E ALTITUDINE, OVERO ASCISSA, ORDINATA E QUOTA. QUESTA DEFINIZIONE IMPLICA NECESSARIAMENTE CHE LO SPAZIO SIA EUCLIDEO, ED OBBEDISCA AGLI LEGGI DELLA FISICA CLASSICA.

MA CHE COSA ACCADREBBE, SE NON FOSSE COSÌ? COSA ACCADREBBE SE LA SUA FORMA FOSSE DETERMINATA DA UN PROCESSO QUANTISTICO, IN CUI LE NOTIZIONI QUOTIDIANE NON SI POSSONO DARE PER SCONFATE? IN QUESTO CASO, OCCORRE SVILUPPARE NOTIZIONI PIÙ SOSTICATE DI "DIMENSIONE". NEL CASO DEI FRATTALI, LE FRATTALI STRUTTURE CHE HANNO TUTTE LO STESSO ASPETTO A TUTTE LE SCALE, QUESTO NUMERO DI DIMENSIONI PUÒ ANCHE NON ESSERE INTERO.

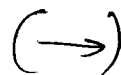
PER UNA RETTA BASTA UNA DIMENSIONE. PER UN QUADRATO OCCORRONO DUE DIMENSIONI. PER UN CUBO OCCORRONO TRE DIMENSIONI. COME MOSTRA LA FIGURA A SINISTRA, ESISTONO ANCHE I PERLUBI A QUATTRO O PIÙ DIMENSIONI, CHE NOI NON POSSIAMO VISUALIZZARE, ANCHE SE POSSIAMO VEDERNE UN'OMBRA A TRE DIMENSIONI. FIN QUI, IL NUMERO DI DIMENSIONI È INTERO. MA ESISTONO DEFINIZIONI PIÙ GENERALIZZATE DEL CONCETTO DI DIMENSIONE.



OMBRA TRIDIMENSIONALE DI UN CUBO A 5 DIMENSIONI

1) DIMENSIONE DI HAUSDORFF. FORMULATA DAL MATEMATICO TEDESCO FELIX HAUSDORFF (1868-1942), QUESTA DEFINIZIONE SI BASA SUL MODO IN CUI IL VOLUME V DI UNA REGIONE DIPENDA DALLA SUA DIMENSIONE LINEARE. PER LO SPAZIO TRIDIMENSIONALE ORDINARIO, V È PROPORZIONALE A R^3 , DOVE R È LA DIMENSIONE LINEARE O "RAGGIO" DELL'OGGETTO. L'ESPOSIMENTE DÀ IL NUMERO DELLE DIMENSIONI. SE PERÒ CONSIDERO UNA PAGINA DI CARTA STAGNOLA ACCARTOCCIATA, NE MISURO IL VOLUME E LO COMPARO CON R IN SCALA LOGARITMICA, SCOPRO CHE ESSO È PROPORZIONALE A UNA POTENZA DECIMALE DI R : IL SUO N° DI DIMENSIONI È DECIMALE!

2) DIMENSIONE SPETRALE. ESSA DESCRIVE COME GLI OGGETTI SI DIFFONDONO IN UN MEZZO IN FUNZIONE DEL TEMPO, PER ES. UNA GOCCHA D'INCHIOSTRO IN UN BICCHIERE D'ACQUA, O UNA MALATTIA IN UNA POPOLAZIONE. OGNI MOLECOLA D'ACQUA O INDIVIDUO HA UN CERTO NUMERO DI VICINI PROSSIMI, CHE DETERMINA IL TASSO DI DIFFUSIONE DELL'INCHIOSTRO O DELLA MALATTIA. IN UN MEZZO TRIDIMENSIONALE, LA GOCCHA D'INCHIOSTRO SI DIFFONDE NEL TEMPO CON POTENZA $3/2$. SE INVECE L'INCHIOSTRO DEVE PERCOLARE ATTRAVERSO UNA FORMA FRATTALE, SI DIFFONDE PIÙ LENTAMENTE, CON UNA POTENZA DEL TEMPO DECIMALE.

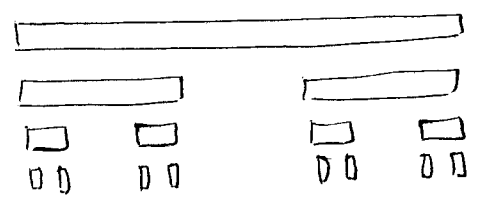


(→)

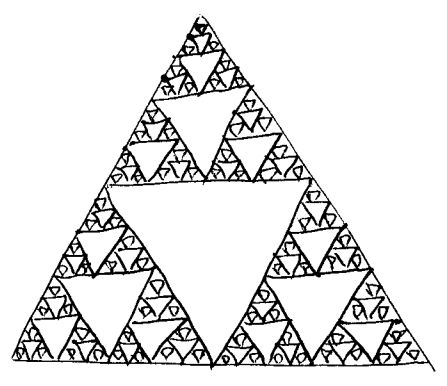
IN GENERALE, METODI DIVERSI CON CUI CALCOLARE IL NUMERO DI DIMENSIONI PORTANO A RISULTATI DIFFERENTI, POICHÉ INVESTIGANO PROPRIETÀ DIVERSE DELLA GEOMETRIA. PER ALCUNE FIGURE GEOMETRICHE, ADIRITTURA, IL NUMERO DI DIMENSIONI NON È PREFISSATO: PER ES., LA DIFFUSIONE POTREBBE ESSERE UNA FUNZIONE DEL TEMPO MOLTO PIÙ COMPLICATA DI UNA SEMPLICE POTENZA. NELLE ODIERNE SIMULAZIONI DELLA GRAVITÀ QUANTISTICA, UN OGGETTO PUNTFORME FATTO CADERE IN UN PUNTO DELLO SPAZIO-TEMPO QUANTISTICO SI MUOVE IN MODO DEL TUTTO ALEATORIO, E IL CALCOLO DELLA DIMENSIONE SPETTRALE SI FA DIFFICILISSIMO; DA QUI LA DIFFICOLTÀ DI CONFRONTARE I MODELLI FINORA ELABORATI CON LE OSSERVAZIONI SPERIMENTALI.

ALCUNI ESEMPI DI DIMENSIONI FRATTALI

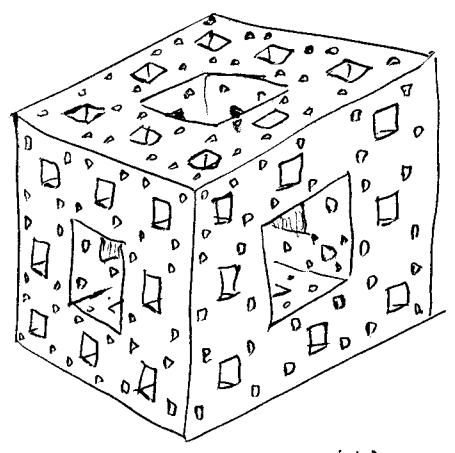
1) INSIEME DI CANCOP. SI PRENDE IN SEGUITO UNO SI DIVIDE IN TRE PARTI E SI ELIMINA QUELLA CENTRALE. OGNI UNA DELLE DUE PARTI RIMANENTI È DIVISA IN TRE E PRIVATA DELLA PARTE CENTRALE, E VIA CONTINUANDO. SECONDO LA DEFINIZIONE DI HAUSDORFF, QUESTO INSIEME COSÌ SMINUZATO HA 0,6309 DIMENSIONI. BIZZARRO, VERO?



2) TRIANGOLO DI SERPINSKI. QUESTO FRATTALE È COMPOSTO DA UN TRIANGOLO EQUILATERO DIVISO A SUA VOLTA IN QUATTRO TRIANGOLI EQUILATERI PIÙ PICCOLI, IL LATO DEI QUALI È METÀ DI QUELLO DI PARTENZA. L'OPERAZIONE È RIPETUTA ALL'INFINITO. IN PRATICA, SI TRATA DI UNA FIGURA INTERMEDIA TRA UNA LINEA UNODIMENSIONALE E UNA SUPERFICIE BIDIMENSIONALE. LA DIMENSIONE DI HAUSDORFF È 1,5850, INVECE QUELLA SPETTRALE È 1,3652.



3) SPUGNA DI MENGER. SI TRATA DI UN CUBO DA CUI SONO ELIMINATI UN CUBO PER OGNI FACCEA (CON SPIGOLI PARI A UN TERZO DI QUELLO DEL CUBO PIÙ GRANDE) E IL CUBO CENTRALE, CON PROCEDIMENTO ITERATO ALL'INFINITO. QUESTO FRATTALE È IN REALTÀ UNA SUPERFICIE CHE RICOPRE PARZIALMENTE UN VOLUME. LA SUA DIMENSIONE DI HAUSDORFF È 2,7268, SIMILE A QUELLA DEL CERVELLO UMANO (!!)



IN REALTÀ ANCHE LINEE ESISTENTI NELLA REALTÀ, E NON SOLO SUPERFICIE ASTRATTE, POSSONO AVERE DIMENSIONI FRAZIONARIE. PER ESEMPIO, LA LINEA DI COSTA DELLA SARDEGNA, SE MISURATA CON TUTTI I SUOI ANFRATTI PICCOLI E GRANDI, RIVELA UNA LUNGHEZZA INFINITA ED UNA DIMENSIONE FRAZIONARIA. SI TRATA QUINQUE DI UN FRATTALE. I FRATTALI ESISTONO NELLA REALTÀ!