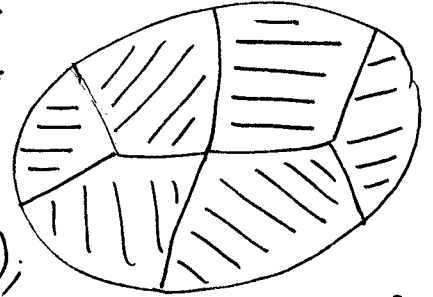


INSIEME QUOZIENTE E PRINCIPIO DI CONTRAZIONE

SI CONSIDERI LA RELAZIONE « r È PARALLELA AD s » SUW' INSIEME DELLE RETTE DEL PIANO. ESSA È RIFLESSIVA ($r \parallel r$), SIMEETRICA ($r \parallel s \rightarrow s \parallel r$) E TRANSITIVA ($r \parallel s \wedge s \parallel t \rightarrow r \parallel t$), E PERCÌ È UNA RELAZIONE DI EQUIVALENZA. MA ADORA IO POSSO DIVIDERE L'INSIEME DI TUTTE LE RETTE DEL PIANO IN SOTTOINSIEMI, DETTI CLASSI DI EQUIVALENZA,

I QUALI CONTENGONO TUTTE LE RETTE DEL PIANO PARALLELE TRA DI LORO. SI OSSERVA CHE:

- NESSUNO DI QUESTI SOTTOINSIEMI SONO VUOTI;
- SONO DISGIUNTI A DUE A DUE (NON HANNO ELEMENTI IN COMUNE);
- L'UNIONE DI TUTTI I SOTTOINSIEMI RICOSTITUISCE L'INSIEME DI PARTENZA DI TUTTE LE RETTE.



SE QUESTE PROPRIETÀ SONO SODDISFATTE, ADORA UN ELEMENTO DELLA CLASSE PÙ È ETERE CONSIDERATO RAPPRESENTATIVO DELL'INTEGRA CLASSE (TUTTI GLI ELEMENTI RISPUNDO "EQUIVALENZA" TRA DI LORO).

DEF. L'INSIEME FORMATO DA TUTTE LE CLASSI DI EQUIVALENZA (= È UN "INSIEME DI INSIEMI") VIENE CHIAMATO INSIEME QUOZIENTE DELL'INSIEME D'ACCO RISPETTO ALLA RELAZIONE CONSIDERATA.

OGNI CLASSE DEFINISCE UNA NUOVA ENTITÀ MATEMATICA. IN QUESTO CASO, OGNI CLASSE CHE CONTIENE TUTTE LE RETTE TRA LORO PARALLELE DEFINISCE UNA DIREZIONE (NEL SENSO CHE TUTTE LE RETTE HANNO IN COMUNE LA DIREZIONE PERCHÈ SONO TRA DI LORO PARALLELE).

MA COME DEFINIRE A PAROLE IL CONCETTO DI DIREZIONE? SEMPLICE: DIREZIONE È OGNI CLASSE DI EQUIVALENZA OTTENUTA APPLICANDO ALL'INSIEME DELLE RETTE LA R DI EQUIVALENZA « r È PARALLELA AD s ». L'INSIEME QUOZIENTE CORRISPONDENTE È PERCÌ L'INSIEME $Q(R)$ DELLE DIREZIONI.

QUELLO APPLICATO PRENDE IL NOME DI PRINCIPIO DI CONTRAZIONE, PERCHÈ L'INSIEME DELLE RETTE SI "CONTRAIE" NEU' INSIEME DELLE DIREZIONI. QUESTO PRINCIPIO RIVESTE GRANDE IMPORTANZA PERCHÈ CI PERMETTE DI DEFINIRE NUOVI ENTI, ALTREMENTE DIFFICILISSIMI DA INTRODURRE.

ESEMPIO - SIA L'INSIEME DELLE SEGMENTI DEL PIANO E LA RELAZIONE R « AB È SOVRAPPONIBILE A CD », IN SIMBOLI « $AB \equiv CD$ ». ESSA È UNA RELAZIONE DI EQUIVALENZA, POCHÈ AB È SOVRAPPONIBILE A SE' STESSO, SE AB LO È A CD ADORA CD LO È AD AB , E VALE LA PROPRIETÀ TRANSITIVA. ADORA L'INSIEME DEI SEGMENTI SI "CONTRAIE" NEU' INSIEME QUOZIENTE FORMATO DA TUTTE LE CLASSI D'EQUIVALENZA, CONTENENTI I SEGMENTI TRA DI LORO SOVRAPPONIBILI. PER IL PRINCIPIO DI CONTRAZIONE, TALE INSIEME COINCIDE CON L'INSIEME DELLE LUNGHEZZE, POCHÈ DUE SEGMENTI SOVRAPPONIBILI HANNO LA STESSA LUNGHEZZA, E QUINDI LA CONTRAZIONE CI PERMETTE DI GINGERE AL CONCETTO DI LUNGHEZZA!