

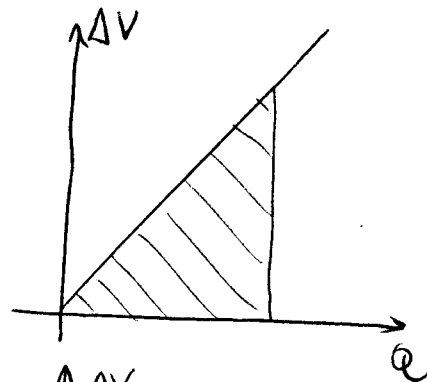
LAVORO DI CARICA DI UN CONDENSATORE

SI VUOLE DETERMINARE IL LAVORO NECESSARIO PER CARICARE UN CONDENSATORE CON UNA CARICA Q , AFFINCHÉ LA DIFFERENZA DI POTENZIALE TRA LE SUE ARMATURE SIA PARI A ΔV . È NOTO CHE:

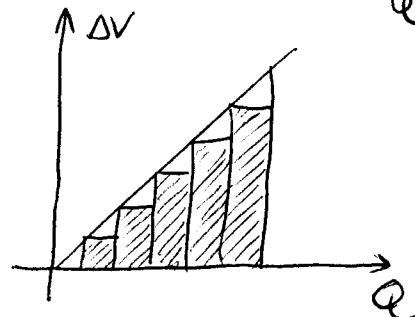
$$L = \Delta V = Q \Delta V$$

MA QUESTO VALE SOLO SE LA CARICA È COSTANTE (ES. UNA CARICA PUNTIFORME SPOSTATA IN UN CAMPO ESTERNO). NEL NOSTRO CASO SI HA INVECE:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \rightarrow \Delta V = \frac{1}{C} Q$$



AL CAMBIARE DELLA CARICA SUL CONDENSATORE CAMBIA LA d.d.p. TRA LE ARMATURE. COME SI OPERA ALLORA? COSA SI MOLTIPLICA PER COSA?



SCOMPONIAMO L'AREA SOTTO LA RETTA (CHE RAPPRESENTA LA CARATTERISTICA DEL CONDENSATORE) IN TANTI RETTANGOLI, CHE FORMANO UNA FIGURA CHIAMATA "SCALOIDE".

SE IL POTENZIALE È COSTANTE, L'AREA SOTTO LA RETTA RAPPRESENTA PROPRIO IL PRODOTTO DI Q PER ΔV , CIOÈ IL LAVORO DI CARICA. SE NON È COSTANTE, INVUOLTO CHE IL POTENZIALE AUMENTI A SCALZI (COME FA IN EFFETTI, SE SI TIENE CONTO DEL FATTO CHE LA CARICA È QUANTIZZATA), E RESTI COSTANTE IN OGNI TRATTO ORIZZONTALE. L'AREA DI OGNI RETTANGOLINO È IL LAVORO NECESSARIO PER FAR CRESCERE LA CARICA DI QUEL VALORE, DUNQUE IL LAVORO TOTALE È LA SOMMA DI TUTTI I RETTANGOLI, OVVEROSSIA L'AREA DELLO SCALOIDE. SE PASSIAMO AL LIMITE, QUANDO IL NUMERO DELLE SUDDIVISIONI TENDE ALL'INFINITO, LO SCALOIDE SI TRASFORMA NELL'AREA SOTTO LA CARATTERISTICA DEL CONDENSATORE. NEL DIAGRAMMA $Q-\Delta V$, LE AREE RAPPRESENTANO DEL LAVORO.

NEL NOSTRO CASO SI HA DA CALCOLARE L'AREA DI UN TRIANGOLO:

$$L = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} Q \cdot \frac{Q}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C \Delta V^2$$

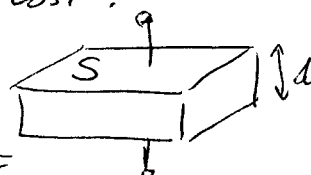
QUESTO SI CHIAMA LAVORO DI CARICA DEL CONDENSATORE.

MA SI HA:

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}, \quad \Delta V = \frac{Q}{\epsilon_0 d}$$

ESSENDO $\frac{Q}{\epsilon_0}$ IL CAMPO ELETTRICO UNIFORME NEL CONDENSATORE, d LA DISTANZA TRA LE ARMATURE, S LA LORO SUPERFICIE AFFRACCELATA. SI HA COSÌ:

$$L = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{S}{d} \cdot \left(\frac{Q}{\epsilon_0 d}\right)^2 d^2 = \frac{1}{2} (Sd) \epsilon_0 \left(\frac{Q}{\epsilon_0 d}\right)^2$$



MA (Sd) È IL VOLUME RACCHIUSO TRA LE ARMATURE DEL CONDENSATORE. HO COSÌ:

$$W_E = \frac{L}{Sd} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{Q}{\epsilon_0 d}\right)^2 \quad [J m^{-3}]$$

QUESTA È L'ENERGIA PER UNITÀ DI VOLUME DEL CONDENSATORE, SI CHIAMA DENSITÀ DI ENERGIA DEL CAMPO ELETTRICO, E VALE PER OGNI CAMPO, NON SOLO QUELLO UNIFORME.