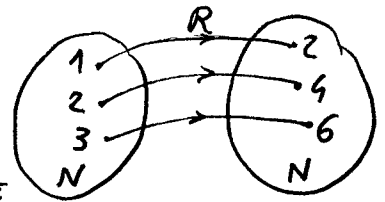
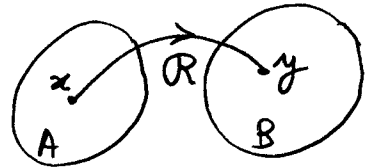


RELAZIONI

DATI DUE INSIEMI A E B ED UNA PROPOSIZIONE APERTA $p(x, y)$ CON $x \in A$ ED $y \in B$, DICIAMO CHE L'ELEMENTO x È IN RELAZIONE R CON L'ELEMENTO y SE LA PROPOSIZIONE RISULTA VERA, CIOÈ SE (x, y) APPARTIENE ALL'INSIEME DI VERITÀ DI $p(x, y)$. SI PARLA IN QUESTO CASO DI RELAZIONE DA A A B.

L'ELEMENTO y SI CHIAMA IMMAGINE DI x SECONDO R ; x È LA CON=
TRORRIMAGINE DI y . SI SCRIVE: $x R y$ ED $y R^{-1} x$.

CON I DIAGRAMMI DI EULERO-VEENN È POSSIBILE REALIZZARE
UNA RAPPRESENTAZIONE SASITATE COME QUELLO A FIANCO.



AD ESEMPIO: $R = \langle\langle x \text{ È IL DOPIO DI } y \rangle\rangle$ ASSOCIA AD UN NUMERO
NATURALE UN NUMERO NATURALE PARI.

L'INSIEME DEGLI ELEMENTI DI A CUI R SI PUÒ APPLICARE SI DICE
DOMINIO DELLA RELAZIONE; L'INSIEME DEGLI ELEMENTI y DI B CHE HANNO ALMENO UNA
CONTRORRIMAGINE IN A SI DICE CODOMINIO DELLA RELAZIONE. IL DOMINIO È UN SOTTOINSIEME
DI A , IL CODOMINIO È UN SOTTOINSIEME DI B .

PROPRIETÀ DELLE RELAZIONI:

• RIFLESSIVA: OGNI ELEMENTO DI A È IN RELAZIONE CON SE' STESSO:

$$x R x, \quad \forall x \in A$$

• SIMMETRICA: SE x È IN RELAZIONE CON y , y LO È CON x :

$$x R y \rightarrow y R x, \quad \forall x, y \in A$$

• TRANSITIVA: SE x È IN RELAZIONE CON y ED y CON z , ALLORA x LO È CON z :

$$x R y \wedge y R z \rightarrow x R z, \quad \forall x, y, z \in A$$

• ANTIRIFLESSIVA: SE NESSUN ELEMENTO DI A È IN RELAZIONE CON SE' STESSO:

$$\nexists x \in A \mid x R x$$

• ANTISIMMETRICA: SE x È IN RELAZIONE CON y ED y È IN RELAZIONE CON x , ALLORA

$$x = y.$$

$$x R y \wedge y R x \rightarrow x = y$$

Def. 1 SI DICE CHE UNA RELAZIONE È DI EQUIVALENZA SE È RIFLESSIVA, SIMMETRICA
E TRANSITIVA.

Def. 2 - SI DICE CHE UNA RELAZIONE È D'ORDINE SE È ANTISIMMETRICA E TRANSITIVA.

ESEMPIO: LA RELAZIONE $\langle\langle r \text{ È PARALLELA AD } s \rangle\rangle$ SULL'INSIEME DELLE RETTE È UNA RE=
LAZIONE DI EQUIVALENZA (r È PARALLELA A SE' STESSA; SE $r \parallel s$, ALLORA $s \parallel r$; SE
 $r \parallel s$, $s \parallel t$ ALLORA $r \parallel t$). INVECE LA RELAZIONE $\langle\langle a \text{ È PIÙ ANZIANO DI } b \rangle\rangle$ SULL'INSIEME
DEGLI UOMINI È UNA RELAZIONE D'ORDINE (SE a È PIÙ VECCHIO O COETANEO DI b È VICE=

Def. 3 - SI DICE CHE UNA RELAZIONE È UNA APPLICAZIONE O FUNZIONE DI A IN B SE AD
OGNI ELEMENTO DI A FA CORRISPONDERE UNO ED UN SOLO ELEMENTO DI B .