Relazione di: Giacomo Lorenzon e Matteo Filipponi
Laboratorio di fisica del Liceo Scientifico "L. da Vinci" - Gallarate
Lezioni del 22 Gennaio 2016

Verifica sperimentale della conservazione dell'energia meccanica totale

Scopo

Lo scopo dell'esperienza è stato verificare sperimentalmente in laboratorio la conservazione dell'energia meccanica totale.

Materiale utilizzato

- Guida metallica;
- 2 treppiedi;
- 2 aste millimetrate (sensibilità 1 mm);
- Morsa;
- Flessometro (sensibilità 1 mm);
- Sfera d'acciaio (massa 7,06 g);
- Bilancia elettronica (sensibilità 0,01 g);
- Carta carbone.

Premessa teorica

Per la corretta comprensione e il giusto svolgimento dell'esperienza è necessario riprendere il concetto di conservazione dell'energia meccanica. Per fare ciò si consiglia di rileggere la premessa teorica della relazione di laboratorio del 16 Ottobre, intitolata "Misura sperimentale di attrito dinamico con considerazioni energetiche". In particolare, soffermarsi sui paragrafi "energia cinetica", "Energia potenziale" e "Conservazione dell'energia".

Moto parabolico

A queste conoscenze vanno, tuttavia, integrate altre nozioni, questa volta di balistica, una scienza che studia il moto dei proiettili. Con proiettile si intende qualsiasi oggetto lanciato ad una determinata forza.

Il moto che caratterizza la balistica è quello parabolico. Questo può essere ad alzo zero, se il proiettile è sparato perpendicolarmente alla forza di gravità, o ad alzo θ: in questo caso la velocità iniziale del proiettile ha però componenti anche in y, oltre che in x come nel caso precedente. Questo complica i calcoli, ed è proprio per questo motivo che nel nostro esperimento abbiamo cercato di ottenere un moto parabolico ad alzo 0.

Il moto parabolico si può considerare come la combinazione di due moti: MRU sulla componente delle x ed MRUa su quella delle y. La velocità in x rimane infatti costante: quello che cambia è la componente sulle y.

Scriviamo le leggi orarie:

$y = y_0 + V_{oy}t + at^2/2 \quad \wedge \quad x = x_0 + V_{0x}t$

Dato che il proiettile, nel nostro caso la sfera, parte da un punto che abbiamo scelto porre sull'ordinata x = 0 vorrà dire che anche $x_0 = 0$. Inoltre, abbiamo deciso di semplificare ulteriormente i calcoli cercando di ottenere una velocità iniziale con componenti solo in x. Si deduce che $V_{0y} = 0$, così come $V_{0y}t = 0$. Dopo queste semplificazioni otteniamo:

$y = y_0 + at^2/2 \quad \wedge \quad x = V_{0x}t$

Nel nostro caso, ad a sostituiamo il valore dell'accelerazione terrestre g ~ 9,81 m/s^2 con segno negativo poiché essa attrae, come ben sappiamo, al centro del pianeta e quindi verso il basso.

Se ricaviamo t dalla seconda equazione otteniamo: $t = x / V_{ox}$

Che possiamo sostituire nella prima: $y = y_0 - ½\, g\, x^2 / V_{0x}^2$

Questa è un'equazione cartesiana della parabola, in quanto è riconducibile alla proporzionalità quadratica da cui deriva la traiettoria del proiettile: ecco quindi spiegato il nome del moto in considerazione.

Per calcolare la gittata del proiettile è sufficiente fare un piccolo ragionamento: la gittata è la distanza tra il punto di lancio e quello in cui il proiettile tocca terra, quindi quando y = 0. Basta quindi risolvere l'equazione prima proposta ponendo y = 0: $0 = y_0 - ½\, g\, x^2 / V_{0x}^2$

Ricaviamo x: $x = V_{0x} \sqrt{(2h / g)}$

Il valore restituito da questa equazione è la gittata.

Fonti di errore

Oltre agli errori derivanti dalla precisione degli strumenti utilizzati, bisogna tenere conto dei nostri errori di misurazione con il flessometro e con le aste millimetrate.

Abbiamo deciso inoltre di trascurare l'attrito della sfera con la guida metallica e con l'aria. Il primo può essere stato di due tipi: volvente o radente. L'attrito volvente, in questo caso, è effettivamente trascurabile. Tuttavia la F_a che agisce sul moto della sfera se scivola invece di rotolare, è piuttosto elevata: l'attrito radente è infatti 100 volte maggiore di quello volvente. L'attrito viscoso con l'aria, invece, è decisamente trascurabile.

L’attrito, in realtà, anche se minimo, falsa i calcoli poiché rende il sistema un campo non conservativo.

Ultima fonte di errore è l’approssimazione che abbiamo deciso di fare circa la velocità della sfera alla fine della guida: abbiamo infatti ipotizzato che qui V avesse solo componenti in x. In realtà, non essendo la guida perfettamente orizzontale, V ha componenti anche in y.

Amalie Emmy Noether

Amalie Emmy Noether è stata una matematica tedesca di origini ebraiche. Si è occupata di fisica matematica, teoria degli anelli ed algebra astratta, ed il suo nome è indissolubilmente legato al celebre teorema di Noether del 1915, che mette in luce nel campo della fisica teorica una profonda connessione tra simmetrie e leggi di conservazione.

Nel 1915 viene invitata da David Hilbert e Felix Klein a far parte del Dipartimento di Matematica dell'Università Georg-August di Gottinga. Alcuni membri della Facoltà di Filosofia si opposero, sostenendo che il titolo Privatdozent non potesse essere attribuito alle donne, e lei trascorse quattro anni tenendo lezione a nome di Hilbert. Nel 1919 le venne infine concesso di sostenere l'esame per l'abilitazione, che ottenne nel maggio dello stesso anno, continuando però ad insegnare senza percepire alcuno stipendio fino al 1923.

Durante gli anni trascorsi a Gottinga ottenne rispetto e stima a livello mondiale per i suoi innovativi lavori in matematica, venendo invitata a tenere una conferenza plenaria al Congresso Internazionale dei Matematici di Zurigo, in Svizzera, nel 1932. L'anno seguente il governo nazista della Germania le vieta l'attività di insegnamento in quanto ebrea.

Emigra di conseguenza negli Stati Uniti d'America, dove ottiene un posto al Bryn Mawr College in Pennsylvania. Nel 1935 si sottopone ad un intervento chirurgico per una cisti ovarica e, nonostante i segni iniziali di ripresa, muore dopo quattro giorni. Il topologo russo Pavel Alexandrov la definì «il più grande matematico donna di tutti i tempi», e lo stesso Albert Einstein pubblicò un apprezzamento sul New York Times poche settimane dopo la sua morte.

Il teorema ti Nother, che appunto porta il suo nome, tratta da vicino le leggi di conservazione, legandole alle simmetrie del sistema. La sua formulazione è tuttavia molto complessa da trattare, poiché bisogna ricorrere a lagrangiane e integrali del moto, argomenti che tratteremo più avanti nel nostro percorso.

Il teorema enunciato in modo comprensibile potrebbe essere:

> “Se un sistema fisico mostra una qualche simmetria, allora vi sono delle corrispondenti grandezze i cui valori sono costanti nel tempo”.

Il suo significato è questo: se nello spazio e nel tempo non vi sono né punti né istanti privilegiati, allora certe grandezze devono essere le stesse in tutti questi punti. Ma allora, spostandomi da un punto all'altro, non devo notare alcuna differenza: e questo avviene se l'universo che mi circonda gode di un qualche tipo di simmetria.

Possiamo analizzare questi due esempi:

1. Uniformità dello spazio;
2. Invarianza rotazionale.

Uniformità dello spazio

Se per un sistema fisico lo spazio risulta omogeneo, non si compie alcun lavoro traslandolo. Ciò implica che la risultante delle forze esterne è nulla, e quindi, sempre in base alla Prima Equazione Cardinale della Dinamica, la quantità di moto si conserva. Al contrario, se la risultante di tutte le forze esterne è nulla (e quindi la quantità di moto si conserva), è nullo anche il lavoro per traslazioni in qualsiasi direzione. All'uniformità dello spazio corrisponde quindi la conservazione della quantità di moto.

Invarianza rotazionale

Sappiamo che la conservazione del momento angolare comporta il fatto che il momento delle forze applicate è nullo e, di conseguenza, anche il lavoro è uguale a zero. Ora, dato che non viene speso lavoro per ruotare il sistema, esso è invariante per rotazione: tutte le direzioni dello spazio sono infatti equivalenti. L'insieme di queste caratteristiche definiscono uno spazio isotropo. L'invarianza rotazionale è "la proprietà che comporta la conservazione del momento angolare".

Fonti

http://giovanniboaga.blogspot.it/2009/11/amalie-emmy-noether.html

http://www.enciclopediadelledonne.it/biografie/emmy-noether/

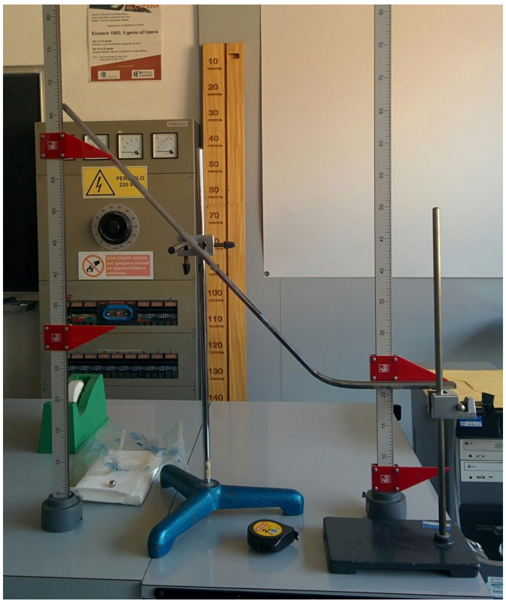
http://loscientifico.it/2013/05/10/scienza-e-donne-emmy-noether/

http://www.fmboschetto.it/

Esecuzione dell'esperienza

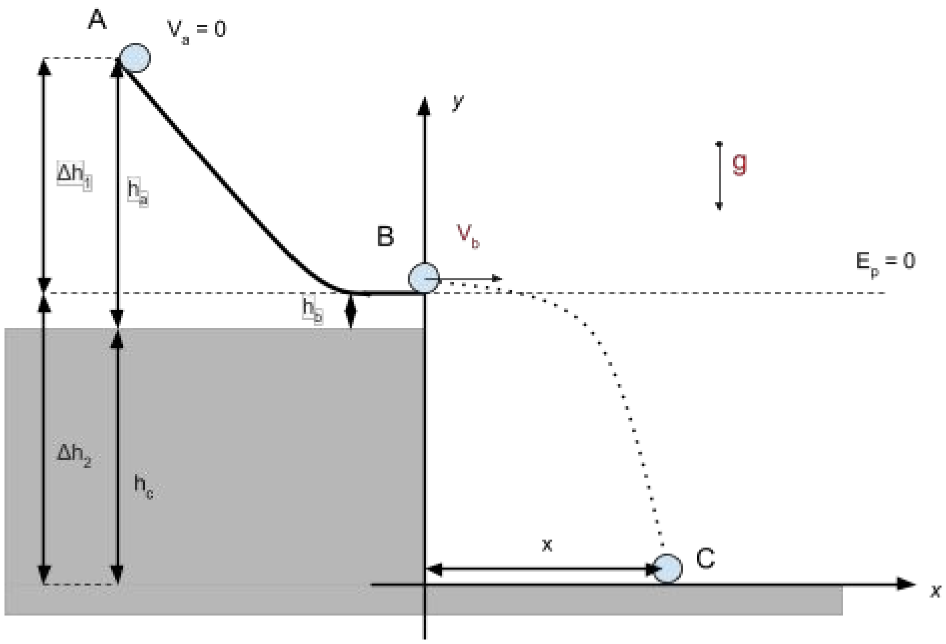
Per una comprensione chiara del procedimento, fare riferimento allo schema nella sezione "Dati e loro elaborazione".

- Abbiamo scelto il punto A della guida metallica e abbiamo misurato h_a, cioè da dove la sfera inizia a cadere;
- Abbiamo posato la sfera sulla guida metallica, tenendola cautamente ferma, nel punto appena trovato;



- Abbiamo sistemato della carta carbone sul pavimento nell'area che avevamo ipotizzato potesse essere la zona in cui la sfera sarebbe caduta (punto C);
- Abbiamo lasciato cadere la sfera lungo la guida;
- Abbiamo cercato il punto del pavimento su cui era rimasto il segno lasciato dalla carta carbone, provocato dall'impatto della sfera d'acciaio;
- Abbiamo misurato la distanza x, cioè la distanza tra la proiezione sul pavimento dell'estremità bassa della guida metallica e il punto appena trovato;
- Abbiamo inserito i dati in tabelle ed eseguito i calcoli;
- Abbiamo ripetuto tutti i passaggi tre volte.

Dati e loro elaborazione



Noti i seguenti valori:
- $h_a = 0,551$ m
- $h_b = 0,229$ m

Calcoliamo V_b applicando il principio di conservazione dell'energia.

$$E_{CA} + E_{PA} = E_{CB} + E_{PB}$$

Dato che $E_{CA} = 0$ (poiché la sfera è ferma) e $E_{PB} = 0$ (poiché abbiamo stabilito che l'energia potenziale è zero in B), l'equazione si riduce a:

$$E_{PA} = E_{CB}$$

Che sappiamo equivalere a:

$$mgh = 1/2mV^2$$

Innanzitutto riduciamo m da entrambi i membri:

$$gh = 1/2v^2$$

V, nel nostro caso, è proprio V_B, mentre h equivale a Δh_1, cioè $h_a - h_b$. Ricaviamo allora V:

$$V_B = \sqrt{}\ (2g\Delta h_1)$$

Svolgiamo sostituendo le lettere con numeri:

$$V_B = \sqrt{}\ (2 * g * (0,551 - 0,299)\ )\ m/s$$

$V_B = 2{,}51$ m/s

Ora calcoliamo la stessa V_B ma con un altro metodo:
Noti i seguenti valori

- $x_1 = 1{,}060$ m
- $x_2 = 1{,}071$ m
- $x_3 = 1{,}055$ m
- $h_c = 1{,}175$ m
- $h_b = 0{,}229$ m

Calcoliamo V con le leggi orarie del moto parabolico.

$x = V_B t \quad \wedge \quad y = h - ½ g t^2$

Ricaviamo t dalla prima equazione:

$t = x / V_B$

Sapendo che x_1, x_2 ed x_3 sono i valori della gittata rispettivamente del primo, del secondo e del terzo lancio, sostituiamo 0 ad y:

$0 = h - ½ g t^2$

Ora sostituiamo x / V_B a t:

$0 = h - ½ g x^2 / V_B^2$

Ricaviamo V_B:

$V_B = \sqrt{(g x^2 / 2h)}$

Sappiamo che h nella nostra equazione è pari a $\Delta h_2 = h_c + h_b$, quindi:

$V_B = \sqrt{(g x^2 / 2(h_c + h_b))}$

Svolgiamo sostituendo le lettere con numeri:

1. $V_B = \sqrt{((g * 1{,}060^2) / (2 * (1{,}175 + 0{,}229))}$ m/s $\qquad V_B = 1{,}98$ m/s
2. $V_B = \sqrt{((g * 1{,}071) / (2 * (1{,}175 + 0{,}229))}$ m/s $\qquad V_B = 2{,}00$ m/s
3. $V_B = \sqrt{((g * 1{,}055) / (2 * (1{,}175 + 0{,}229))}$ m/s $\qquad V_B = 1{,}97$ m/s

Troviamo $<V_B>$:

$<V_B> = (V_{B1} + V_{B2} + V_{B3}) / 3$

$<V_B> = (1{,}98 + 2{,}00 + 1{,}97)$ m/s $\qquad <V_B> = 1{,}985$ m/s

Ora troviamo lo scarto percentuale tra i due valori di V_B trovati con metodi diversi:

scarto percentuale = (MAX - min) / MAX * 100

= 21,02%

Conclusioni

Lo scarto percentuale è relativamente basso. Inoltre, considerate le numerose fonti di errore, possiamo considerare l'esperienza riuscita.