Nome studenti: Matilde Del Pio e Arianna Luise
Data: 16/01/13
Luogo: Laboratorio di fisica del liceo.

Urti in una dimensione.

Materiali utilizzati:
- guida metallica;
- carrellini semoventi;
- plastilina;
- 2 masse da 50g;
- respingenti.

Premessa teorica:

La legge di conservazione della quantità di moto:

Per descrivere il moto di un corpo, grandezze cinematiche come accelerazione e velocità spesso non sono sufficienti. Si pensi per esempio all'urto tra una sferetta ferma e una in movimento: la velocità che verrà impressa alla sferetta ferma a seguito dell'urto dipende dalla velocità della sferetta in moto, ma anche dalle relative masse. Una sferetta di massa piccola acquista a seguito dell'urto una velocità maggiore di una di massa più grande. Per tener conto della dipendenza della massa sul moto di un corpo, viene introdotta in fisica una nuova grandezza vettoriale, la quantità di moto, indicata con **p**, data dal prodotto della velocità v di un corpo in moto per la sua massa *m*:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Direzione e verso della quantità di moto di un corpo coincidono con quelli della sua velocità.
La seconda legge della dinamica stabilisce che, quando un corpo è sottoposto a una forza, varia la sua velocità e di conseguenza varia anche la sua quantità di moto. La seconda legge della dinamica:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

si può scrivere anche in termini di variazione della quantità di moto.
La legge scritta come sopra vale soltanto nel caso in cui la massa del corpo resti costante durante il processo. Se, per esempio, si dovesse studiare la forza alla quale è sottoposto un missile, che perde grandi quantità di combustibile nel lancio, o di un corpo qualsiasi la cui massa varia quando è sottoposta a una forza, si dovrebbe utilizzare una diversa formulazione della legge. Poiché l'accelerazione è per definizione la variazione della velocità nel tempo, la seconda legge della dinamica si può scrivere nel seguente modo:

$$\mathbf{F} = m\left(\frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}\right) = \frac{\Delta(m\mathbf{v})}{\Delta t} = \frac{\Delta\mathbf{p}}{\Delta t}$$

che esprime il concetto per cui la forza agente su un corpo è uguale alla variazione della sua quantità di moto nel tempo.
Nel caso in cui un corpo non sia sottoposto ad alcuna forza (**F** = 0), o sia sottoposto a una serie di forze la cui risultante è nulla, la seconda legge della dinamica scritta in termini di quantità di moto esprime la legge **di conservazione della quantità di moto**: la quantità di moto di un corpo sottoposto a forze di risultante nulla è costante nel tempo. Analogamente, dato un sistema

costituito da più corpi, se si definisce la quantità di moto totale del sistema come la somma delle quantità di moto dei singoli corpi che lo compongono, si può dire che, in un sistema di corpi sottoposto a forze di risultante nulla, la quantità di moto totale del sistema rimane costante.
Si definisce infine impulso, **I**, di una forza **F** il prodotto della forza applicata a un corpo per l'intervallo di tempo Δt nel quale dura l'applicazione:

$$\mathbf{I} = \mathbf{F}\Delta t$$

per cui la seconda legge della dinamica si può scrivere come:

$$\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p}$$

a significare che l'impulso di una forza applicata a un corpo è uguale alla variazione della quantità di moto del corpo stesso. La legge di conservazione della quantità di moto viene utilizzata per studiare gli urti tra i corpi.

Quantità di moto e urti
La quantità di moto risulta molto utile nello studio degli urti tra due o più corpi, che avvengono nell'interazione tra i corpi a distanze molto ravvicinate e in tempi brevissimi. In questi casi le forze in causa, che agiscono per intervalli di tempo molto brevi, si dicono impulsive e la loro azione produce l'effetto di cambiare istantaneamente la direzione e la velocità dei corpi che collidono.
Consideriamo il caso più semplice di urto, quello dovuto allo scontro fra due sferette (indicate con *A* e *B*) in moto; durante l'urto con la sferetta *B*, la sferetta *A* è sottoposta a un impulso dato dal prodotto della forza esercitata da *B*, indicata con **F***B*, per l'intervallo di tempo Δ*t* durante il quale avviene l'urto, che sarà uguale alla variazione della sua quantità di moto:

$$\mathbf{F}_B\Delta t = \Delta\mathbf{p}_B$$

Allo stesso tempo, la sferetta *B* sarà sottoposta a un impulso, dato dalla forza **F**A esercitata da *A*, che uguaglia la variazione della quantità di moto di *B*:

$$\mathbf{F}_A\Delta t = \Delta\mathbf{p}_A$$

In base alla terza legge della dinamica , la forza che *A* esercita su *B* deve essere uguale e contraria alla forza che *B* esercita su *A*, quindi:

$$\mathbf{F}_B = -\mathbf{F}_A$$

e di conseguenza:

$$\frac{\Delta\mathbf{p}_B}{\Delta t} = -\frac{\Delta\mathbf{p}_A}{\Delta t}$$

Questa uguaglianza si può scrivere anche come:

$$\frac{\Delta(\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B)}{\Delta t} = 0$$

Se la variazione nel tempo della quantità di moto totale del sistema costituito dalle due sferette è nulla, significa che la quantità di moto totale del sistema è costante, quindi che vale la legge di conservazione della quantità di moto applicato al sistema costituito dalle due sferette:

$$\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B = \text{costante}$$

La quantità di moto totale del sistema non cambia a seguito dell'urto. La collisione ha l'effetto di ridistribuire tra le due sferette la quantità di moto di cui il sistema dispone, ma la somma totale rimane costante: questo significa che la quantità di moto di ciascuna sferetta può variare di intensità, di direzione e di verso, ma la somma delle due rimane costante. Su un sistema di questo

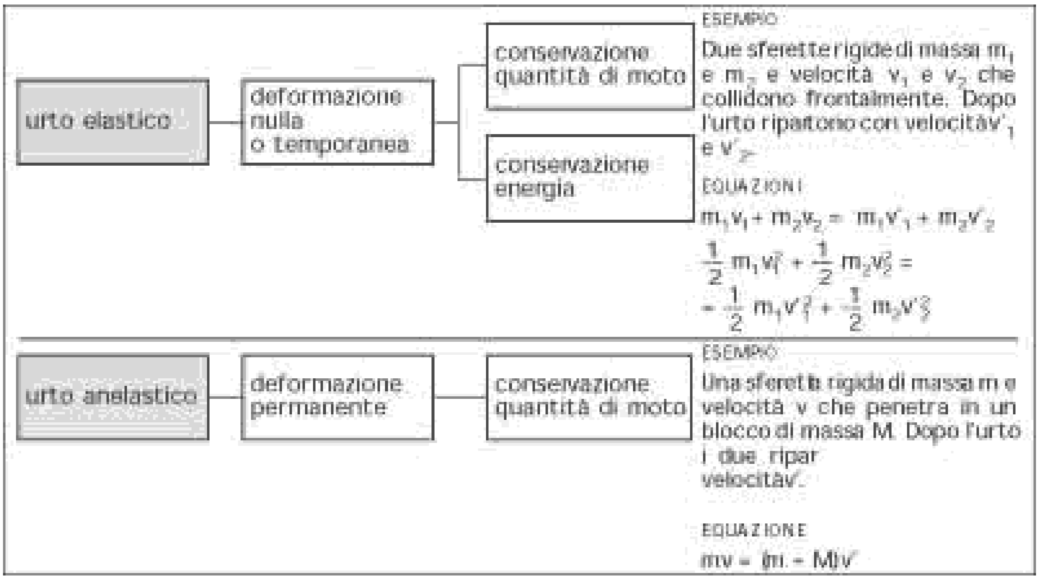
tipo si è supposto che non agiscano forze esterne non equilibrate, ma che le uniche forze che contribuiscono a variare il moto delle due sferette siano prodotte dall'interazione tra esse, quindi il sistema si può considerare isolato. Si può dunque estendere la legge di conservazione della quantità di moto al caso più generale dicendo che la quantità di moto totale di un sistema isolato si conserva, cioè rimane costante nel tempo.
Questa legge vale per un numero qualunque di corpi che interagiscono ed è indipendente dalle loro dimensioni. Inoltre, come la legge di conservazione dell'energia, vale anche per quei sistemi (per esempio, i sistemi atomici) per i quali cessa di valere la meccanica classica ed è estremamente utile per studiare gli urti tra particelle elementari, che permette di ricavare preziose informazioni sulle loro caratteristiche (come per esempio le masse) che non sono misurabili direttamente.

Che cos'è un urto?
L'**urto** è il termine fisico che indica un'interazione che avviene su tempi molto più brevi della durata caratteristica dei fenomeni in gioco, non ha bisogno del contatto per poter avvenire. Con esso si identifica una collisione che avviene tra due o più corpi rigidi nello spazio, caratterizzato dalla presenza di forze interne molto intense e di breve durata (forze impulsive), mentre le forze esterne sono trascurabili. Il sistema si può quindi considerare isolato. Un'interpretazione più corretta viene fornita dalla meccanica del continuo: i corpi sono dotati di elasticità e l'intervallo di tempo durante il quale tali oggetti sono a contatto si compone di un **periodo di compressione**, nel quale si compie una deformazione spesso impercettibile, e di un **periodo di ritorno** elastico durante il quale la forma torna allo stato iniziale.

Si dividono in tre categorie:

- Completamente elastici: sono urti durante i quali si conserva l'energia meccanica totale del sistema, ed in particolare l'energia cinetica. Nel caso di corpi prossimi a velocità della luce un urto elastico è un urto nel quale si conserva il quadrivettore quantità di moto. Si conservano la forza viva e quantità di moto.
- Completamente anelastici: è l'urto in cui l'energia meccanica totale non si conserva; i corpi, dopo la collisione, restano a contatto e possono essere considerati come un unico corpo ed essi viaggiano con la stessa velocità, come può essere il caso di un'automobile che urta contro un camion e rimane incastrata in esso: nel sistema, dopo l'urto, automobile e camion si fondono in un unico corpo, che continua a viaggiare con una velocità V diversa dalla velocità iniziale dell'automobile e da quella del camion. l'energia si riduce ma non a zero. I due corpi dopo l'urto hanno un'energia complessiva pari a zero. Si conserva solo quantità di moto.
- Parzialmente anelastici: Si conserva solo quantità di moto e i due corpi dopo l'urto hanno un'energia ridotta ma comunque maggiore di zero.

Ci fu una diatriba fra Cartesio e Leibniz; Cartesio diceva che prima e dopo l'urto di conserva la quantità di moto, Leibniz diceva, invece, che resta costante la forza viva mv^2. Chi aveva ragione? Entrambi, mv è la quantità di moto, che si conserva nei sistemi isolati. mv^2 ci ricorda l'energia cinetica, infatti Leibniz fu il primo a parlare di energie.



Come abbiamo ricavato le formule?

Ecco i passaggi che abbiamo eseguito per gli urti anelastici:

$$p_{TOT\ iniziale} = p_{TOT\ finale}$$

Indicando con A, B i carrellini abbiamo che:

$$p_{A\ iniziale} + p_{B\ iniziale} = p_{A\ finale} + p_{B\ finale}$$

Visto che la quantità di moto è uguale alla massa per la velocità, la formula può essere scritta come:

$$m_A \cdot Vi_A + m_B \cdot Vi_B = m_A \cdot Vf_A + m_B \cdot Vf_B$$

Dato che i due carrellini si uniscono dopo l'urto, le due velocità finali coincidono.

$$m_A \cdot Vi_A + m_B \cdot Vi_B = m_A \cdot Vf + m_B \cdot Vf$$

Invece per gli urti anelastici abbiamo usato un sistema, visto che dopo l'urto i due carrellini, non unendosi, hanno due velocità finali distinte che non possono essere calcolate con una sola equazione.

La prima equazione è quella della conservazione della quantità di moto:

$$m_A \cdot Vi_A + m_B \cdot Vi_B = m_A \cdot Vf_A + m_B \cdot Vf_B$$

La seconda è quella della conservazione dell'energia cinetica:

$$Ec_{\ iniziale} = Ec_{\ finale}$$

Indicando con A, B i carrellini abbiamo che:

$$Ec_{A\ iniziale} + Ec_{B\ iniziale} = Ec_{A\ finale} + Ec_{B\ finale}$$

Visto che l'energia cinetica è uguale a 1/2 della massa per il quadrato della velocità, la formula può essere scritta come:

$$\frac{1}{2}m_A Vi_A^2 + \frac{1}{2}m_B Vi_B^2 = \frac{1}{2}m_A Vf_A^2 + \frac{1}{2}m_B Vf_B^2$$

L'equazione può essere scritta come:

$$m_A Vi_A^2 + m_B Vi_B^2 = m_A Vf_A^2 + m_B Vf_B^2$$

Da notare come, semplificati gli ½, rimanga solo mv^2, ossia la forza viva che, a detta di Leibniz, si conservava.

Svolgimento dell'esperienza ed elaborazione dei dati:

L'esperienza si divide in due parti: nella prima si misurerà la velocità finale dei carrellini semoventi dopo un urto completamente anelastico e in quattro casi differenti, mentre nella seconda parte la velocità finale sarà ricavata in seguito ad un urto completamente elastico e con cinque casi differenti.

<u>Urto completamente anelastico</u> (attuato grazie a della plastilina sul bordo dei carrellini)

<u>Primo caso:</u>

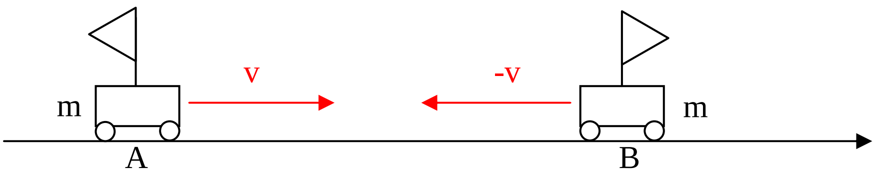
I due carrellini hanno la stessa massa e velocità iniziali uguali ed opposte. Quindi:

$m_A = m$

$m_B = m$

$Vi_A = v$

$Vi_B = -v$



Sostituisco i valori delle velocità iniziali e delle masse nella formula (sapendo che la velocità finale sarà una sola perché i carrellini diventano un solo corpo dopo l'urto):

$p_{TOT\,i} = p_{TOT\,f}$

$p_{A\,i} + p_{B\,i} = p_{A\,f} + p_{B\,f}$

$m_A \cdot Vi_A + m_B \cdot Vi_B = m_A \cdot Vf + m_B \cdot Vf$

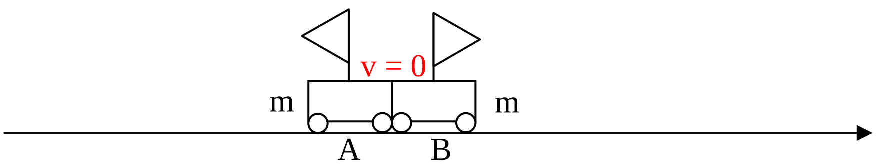
$m \cdot V + m \cdot (-V) = m \cdot Vf + m \cdot Vf$

$mV - mV = 2mVf$ gli mV si annullano

$2mVf = 0$, che vuol dire

$Vf = 0$

Infatti, nella verifica qualitativa, abbiamo notato che facendo urtare i carrellini tra loro a velocità (quasi) uguali, dopo l'urto rimanevano uniti con la plastilina e fermi.



<u>Secondo caso:</u>

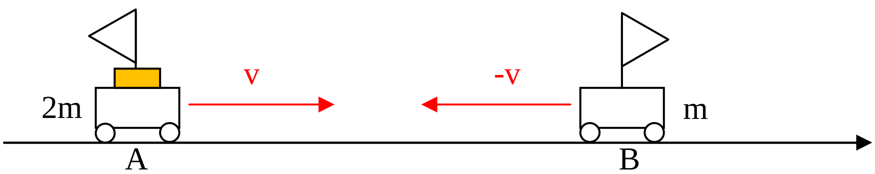
I due carrellini hanno le masse una il doppio dell'altra e velocità uguale ed opposta.

$m_A = 2m$

$m_B = m$

$Vi_A = v$

$Vi_B = -v$



Si sostituiscono i valori delle velocità iniziali e delle masse nella formula:

$p_{TOT\,i} = p_{TOT\,f}$

$p_{A\,i} + p_{B\,i} = p_{A\,f} + p_{B\,f}$

$m_A \cdot Vi_A + m_B \cdot Vi_B = m_A \cdot Vf + m_B \cdot Vf$

$2m \cdot V + m \cdot (-V) = 2m \cdot Vf + m \cdot Vf$

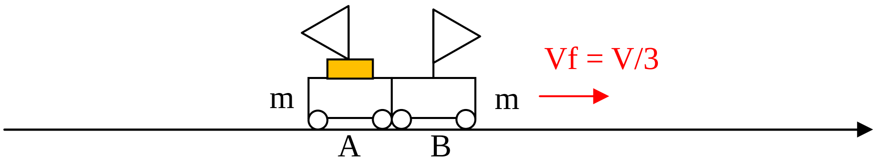
$2mV - mV = 3mVf$ gli mV non si annullano

$3\cancel{m}Vf = \cancel{m}V$ le masse si annullano

$3Vf = V$, quindi

$Vf = V/3$

Infatti, nella verifica qualitativa, abbiamo notato che facendo urtare i carrellini tra loro a velocità (quasi) uguali, dopo l'urto rimanevano uniti, ma si muovevano lentamente verso la direzione che inizialmente aveva il carrellino più pesante.



Inoltre, più la differenza tra le masse dei carrellini è grande e più la velocità finale è maggiore (ma è minore della velocità iniziale): se m_A è 3 volte m_B, la velocità finale è la metà della velocità iniziale; se m_A è 4 volte m_B, la velocità finale è i 3/5 della velocità iniziale; se m_A è 5 volte m_B, la velocità finale è i 2/3 della velocità iniziale, e così via, sempre avvicinandosi alla velocità di partenza e, nel caso le seconda massa sai trascurabile rispetto alla prima, la velocità si può ritenere invariata.

Terzo caso:

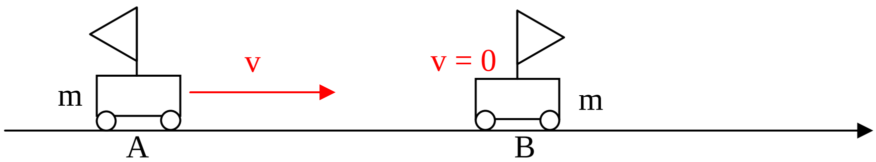
I due carrellini hanno uguale massa, ma uno è fermo.

$m_A = m$

$m_B = m$

$Vi_A = v$

$Vi_B = 0$



Si sostituiscono i valori delle velocità iniziali e delle masse nella formula:

$p_{TOT\,i} = p_{TOT\,f}$

$p_{A\,i} + p_{B\,i} = p_{A\,f} + p_{B\,f}$

$m_A \cdot Vi_A + m_B \cdot Vi_B = m_A \cdot Vf + m_B \cdot Vf$

$m \cdot V + m \cdot (0) = m \cdot Vf + m \cdot Vf$

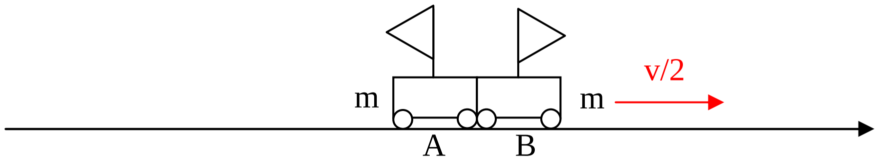
$mV + 0 = 2mVf$ gli mV non si annullano

$2\cancel{m}Vf = \cancel{m}V$ le masse si annullano

$2Vf = V$, quindi

$Vf = V/2$

Infatti, nella verifica qualitativa, abbiamo notato che facendo urtare i carrellini tra loro a velocità (quasi) uguali, dopo l'urto rimanevano uniti, e si muovevano più lentamente verso la direzione che inizialmente aveva il carrellino in moto; questo avviene perché il primo carrellino ha trasferito metà della sua quantità di moto all'altro.



Quarto caso:

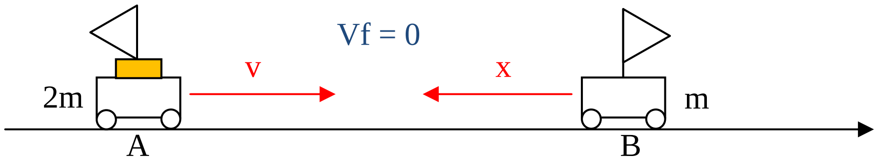
Si vuole trovare la velocità iniziale sapendo la velocità finale è uguale a 0 e che un carrellino ha velocità v e massa doppia rispetto all'altro.

$m_A = 2m$

$m_B = m$

$Vf = 0$

$Vi_A = v$



Si sostituiscono i valori nella formula, ma con un procedimento inverso.

$p_{TOT\ i} = p_{TOT\ f}$

$p_{A\ i} + p_{B\ i} = p_{A\ f} + p_{B\ f}$

$m_A \cdot Vi_A + m_B \cdot Vi_B = m_A \cdot 0 + m_B \cdot 0$

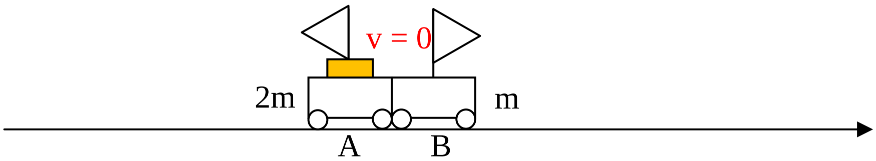
$2m \cdot V + m \cdot (x) = 2m \cdot 0 + m \cdot 0$

$2mV + mx = 0 + 0$

$2\cancel{m}V + \cancel{m}x = 0$ le masse si annullano

$x = -2V$ (il risultato è negativo perché la velocità deve essere opposta rispetto a quella di partenza)

Infatti, nella verifica qualitativa, abbiamo notato che facendo urtare i carrellini tra loro con una velocità doppia rispetto all'altra, dopo l'urto si fermavano.

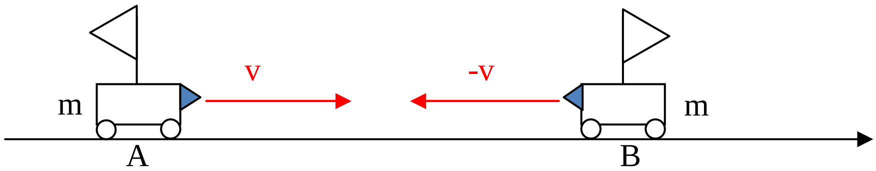


Urto completamente elastico (attuato grazie ai respingenti posizionati sui carrellini)

Primo caso:

I due carrellini hanno la stessa massa e velocità iniziali uguali ed opposte. Quindi:

$m_A = m$
$m_B = m$
$Vi_A = v$
$Vi_B = -v$



Sostituisco i valori delle velocità iniziali e delle masse nel sistema (sapendo che le velocità finali saranno due per ogni carrellino, ossia la situazione di partenza, dove cioè l'urto non è avvenuto, e quella con urto avvenuto):

$$\begin{cases} m_A V i_A + m_B V i_B = m_A V f_A + m_B V f_B \\ m_A V i_A^2 + m_B V i_B^2 = m_A V f_A^2 + m_B V f_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mV + m(-V) = mVf_A + mVf_B \\ mV^2 + m(-V)^2 = mVf_A^2 + mVf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mV - mV = mVf_A + mVf_B \\ mV^2 + mV^2 = mVf_A^2 + mVf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mV - mV = mVf_A + mVf_B \\ 2mV^2 = mVf_A^2 + mVf_B^2 \end{cases}$$

gli mV si annullano

$$\begin{cases} mVf_A + mVf_B = 0 \\ mVf_A^2 + mVf_B^2 = 2mV^2 \end{cases}$$

le m si annullano

$$\begin{cases} Vf_A + Vf_B = 0 \\ Vf_A^2 + Vf_B^2 = 2V^2 \end{cases}$$

ricavo Vf_B dalla prima equazione e lo sostituisco nella seconda

$$\begin{cases} Vf_B = -Vf_A \\ Vf_A^2 + (-Vf_A)^2 = 2V^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Vf_B = -Vf_A \\ Vf_A^2 + Vf_A^2 = 2V^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Vf_B = -Vf_A \\ 2Vf_A^2 = 2V^2 \end{cases}$$

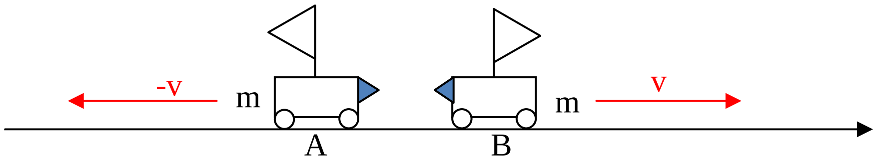
da cui ricavo $Vf_A^2 = V^2$ e cioè $Vf_A = \pm V$, che sostituisco nella prima equazione per trovare Vf_B:

$$\begin{cases} Vf_B = -V \\ Vf_A = V \end{cases}$$

è la situazione di partenza (senza urto avvenuto)

$$\begin{cases} Vf_B = V \\ Vf_A = -V \end{cases}$$ è la situazione finale (con urto avvenuto)

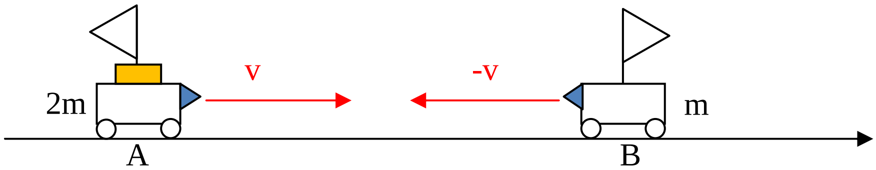
Infatti, nella verifica qualitativa, abbiamo notato che facendo urtare i carrellini tra loro con velocità (quasi) uguali, dopo l'urto tornavano indietro con le stesse velocità.



Secondo caso:

I due carrellini hanno velocità uguale ed opposta, ma il primo ha massa doppia rispetto al secondo.

$m_A = 2m$
$m_B = m$
$Vi_A = v$
$Vi_B = -v$



Sostituisco i valori delle velocità iniziali e delle masse nel sistema:

$$\begin{cases} m_A Vi_A + m_B Vi_B = m_A Vf_A + m_B Vf_B \\ m_A Vi_A^2 + m_B Vi_B^2 = m_A Vf_A^2 + m_B Vf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2mV + m(-V) = 2mVf_A + mVf_B \\ 2mV^2 + m(-V)^2 = 2mVf_A^2 + mVf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2mV - mV = mVf_A + mVf_B \\ 2mV^2 + mV^2 = mVf_A^2 + mVf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mV = 2mVf_A + mVf_B \\ 3mV^2 = 2mVf_A^2 + mVf_B^2 \end{cases}$$ gli mV <u>non</u> si annullano

$$\begin{cases} 2mVf_A + mVf_B = mV \\ 2mVf_A^2 + mVf_B^2 = 3mV^2 \end{cases}$$ le m si annullano

$$\begin{cases} 2Vf_A + Vf_B = V \\ 2Vf_A^2 + Vf_B^2 = 3V^2 \end{cases}$$ ricavo Vf_B dalla prima equazione e lo sostituisco nella seconda

$$\begin{cases} Vf_B = V - 2Vf_A \\ Vf_A^2 + (V - 2Vf_A)^2 = 3V^2 \end{cases}$$ per semplificare, impongo $Vf_A = x$

$$\begin{cases} Vf_B = V - 2x \\ x^2 + (V-2x)^2 = 3V^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Vf_B = V - 2x \\ 2x^2 + V^2 + 4x^2 - 4Vx = 3V^2 \end{cases}$$ si svolgono i calcoli

$$\begin{cases} Vf_B = V - 2x \\ 6x^2 - 4Vx - 2V^2 = 0 \end{cases}$$ si semplifica per 2

$$\begin{cases} Vf_B = V - 2x \\ 3x^2 - 2Vx - V^2 = 0 \end{cases}$$

da cui ricavo $x = \dfrac{V \pm \sqrt{V^2 + 3V^2}}{3}$

$x = \dfrac{\mathbf{V} \pm \mathbf{2V}}{3}$

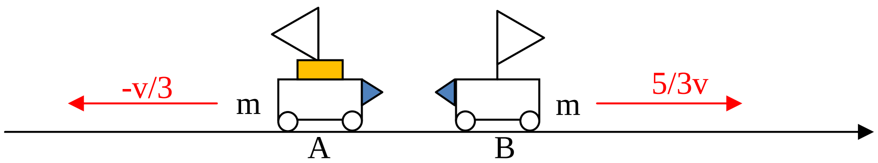
$x_1 = V$

$x_2 = -\dfrac{V}{3}$ che sostituisco nella prima equazione per trovare Vf_B:

$$\begin{cases} Vf_B = V - 2V = -V \\ Vf_A = V \end{cases}$$ è la situazione di partenza (senza urto avvenuto)

$$\begin{cases} Vf_B = V - \left(-\dfrac{V}{3}\right) = \dfrac{5}{3}V \\ Vf_A = -\dfrac{V}{3} \end{cases}$$ è la situazione finale (con urto avvenuto)

Infatti, nella verifica qualitativa, abbiamo notato che facendo urtare i carrellini tra loro con velocità (quasi) uguali, dopo l'urto quello con massa minore aveva velocità maggiore, mentre quello con massa maggiore aveva velocità minore, perché il carrellino più pesante ha trasferito più quantità di moto all'altro.



Terzo caso:

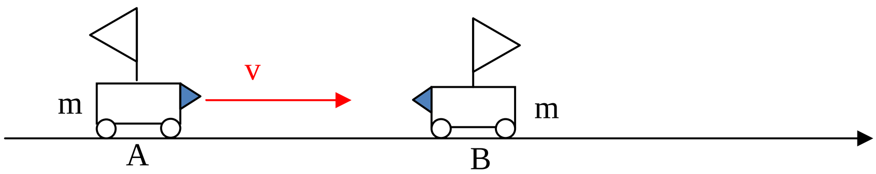
I due carrellini hanno la stessa massa, ma uno è fermo.

$m_A = m$

$m_B = m$

$Vi_A = v$

$Vi_B = 0$



Sostituisco i valori delle velocità iniziali e delle masse nel sistema:

$$\begin{cases} m_A Vi_A + m_B Vi_B = m_A Vf_A + m_B Vf_B \\ m_A Vi_A^2 + m_B Vi_B^2 = m_A Vf_A^2 + m_B Vf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mV + m(0) = mVf_A + mVf_B \\ mV^2 + m(0)^2 = mVf_A^2 + mVf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mV - 0 = mVf_A + mVf_B \\ mV^2 + 0 = mVf_A^2 + mVf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mV = mVf_A + mVf_B \\ mV^2 = mVf_A^2 + mVf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mVf_A + mVf_B = mV \\ mVf_A^2 + mVf_B^2 = mV^2 \end{cases}$$ le m si annullano

$$\begin{cases} Vf_A + Vf_B = V \\ Vf_A^2 + Vf_B^2 = V^2 \end{cases}$$ ricavo Vf_B dalla prima equazione e lo sostituisco nella seconda

$$\begin{cases} Vf_B = V - Vf_A \\ Vf_A^2 + (V - Vf_A)^2 = V^2 \end{cases}$$ per semplificare, impongo $Vf_A = x$

$$\begin{cases} Vf_B = V - x \\ x^2 + (V - x)^2 = V^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Vf_B = V - x \\ x^2 + V^2 + x^2 - 2xV = V^2 \end{cases}$$ si svolgono i calcoli

$$\begin{cases} Vf_B = V - x \\ 2x^2 + V^2 - 2xV = V^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Vf_B = V - x \\ 2x^2 - 2xV = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Vf_B = V - x \\ 2x(x - V) = 0 \end{cases}$$ da cui ricavo

$x_1 = V$
$x_2 = 0$ che sostituisco nella prima equazione per trovare Vf_B:

$$\begin{cases} Vf_B = V - V = 0 \\ Vf_A = V \end{cases}$$ è la situazione di partenza (senza urto avvenuto)

$$\begin{cases} Vf_B = V - 0 = V \\ Vf_A = 0 \end{cases}$$ è la situazione finale (con urto avvenuto)

Infatti, nella verifica qualitativa, abbiamo notato che facendo urtare i carrellini tra loro, dopo l'urto quello che inizialmente era fermo proseguiva nella direzione dell'altro carrellino (ora fermo) con la stessa velocità.

Quarto caso:

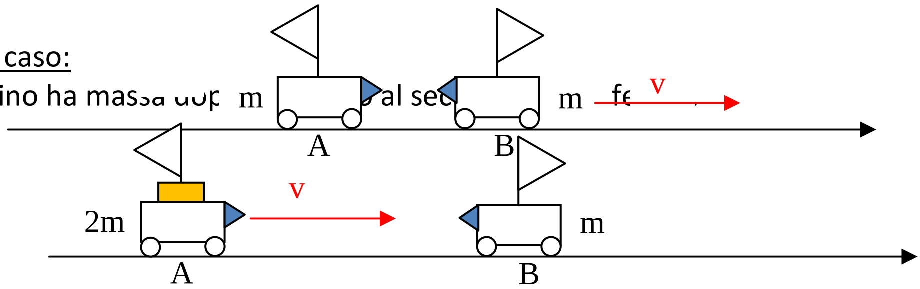
Il primo carrellino ha massa dop ... al sec

$m_A = m$

$m_B = m$

$Vi_A = v$

$Vi_B = 0$



Sostituisco i valori delle velocità iniziali e delle masse nel sistema:

$$\begin{cases} m_A Vi_A + m_B Vi_B = m_A Vf_A + m_B Vf_B \\ m_A Vi_A^2 + m_B Vi_B^2 = m_A Vf_A^2 + m_B Vf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2mV + m(0) = 2mVf_A + mVf_B \\ 2mV^2 + m(0)^2 = 2mVf_A^2 + mVf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2mV - 0 = 2mVf_A + mVf_B \\ 2mV^2 + 0 = 2mVf_A^2 + mVf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2mV = 2mVf_A + mVf_B \\ 2mV^2 = 2mVf_A^2 + mVf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2mVf_A + mVf_B = 2mV \\ 2mVf_A^2 + mVf_B^2 = 2mV^2 \end{cases}$$

le m si annullano

$$\begin{cases} 2Vf_A + Vf_B = 2V \\ 2Vf_A^2 + Vf_B^2 = 2V^2 \end{cases}$$

ricavo Vf_B dalla prima equazione e lo sostituisco nella seconda

$$\begin{cases} Vf_B = 2V - 2Vf_A \\ 2Vf_A^2 + (2V - 2Vf_A)^2 = 2V^2 \end{cases}$$

per semplificare, impongo $Vf_A = x$

$$\begin{cases} Vf_B = 2V - 2x \\ 2x^2 + (2V - 2x)^2 = 2V^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Vf_B = 2V - 2x \\ 2x^2 + 4V^2 + 4x^2 - 8xV = 2V^2 \end{cases}$$

si svolgono i calcoli

$$\begin{cases} Vf_B = 2V - 2x \\ 6x^2 + 2V^2 - 8xV = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Vf_B = 2V - 2x \\ 3x^2 - 4xV + V^2 = 0 \end{cases}$$

da cui ricavo

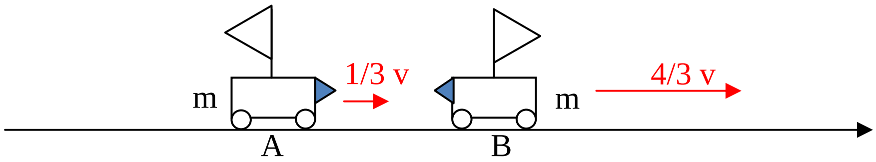
$$x = \frac{2V \pm \sqrt{4V^2 - 3V^2}}{3} = \frac{2V \pm 1V}{3}$$

$x_1 = V$
$x_2 = 1/3\ V$ che sostituisco nella prima equazione per trovare Vf_B:

$$\begin{cases} Vf_B = 2V - 2V = 0 \\ Vf_A = V \end{cases}$$ è la situazione di partenza (senza urto avvenuto)

$$\begin{cases} Vf_B = 2V - \frac{2}{3}V = \frac{4}{3}V \\ Vf_A = \frac{1}{3}V \end{cases}$$ è la situazione finale (con urto avvenuto)

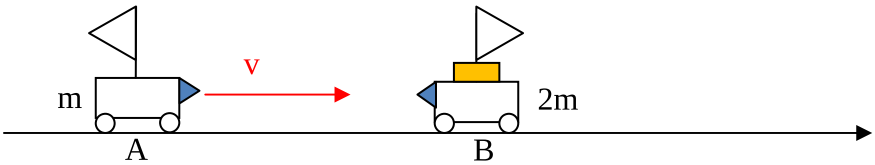
Infatti, nella verifica qualitativa, abbiamo notato che facendo urtare i carrellini tra loro, dopo l'urto quello che inizialmente era fermo proseguiva nella direzione dell'altro carrellino (che proseguiva più lentamente) con velocità maggiore di quella iniziale.



Quinto caso:

Il secondo carrellino ha massa doppia rispetto al secondo ed è fermo.

$m_A = m$
$m_B = 2m$
$Vi_A = v$
$Vi_B = 0$



Sostituisco i valori delle velocità iniziali e delle masse nel sistema:

$$\begin{cases} m_A Vi_A + m_B Vi_B = m_A Vf_A + m_B Vf_B \\ m_A Vi_A^2 + m_B Vi_B^2 = m_A Vf_A^2 + m_B Vf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mV + 2m(0) = mVf_A + 2mVf_B \\ mV^2 + 2m(0)^2 = mVf_A^2 + 2mVf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mV - 0 = mVf_A + 2mVf_B \\ mV^2 + 0 = mVf_A^2 + 2mVf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mV = mVf_A + 2mVf_B \\ mV^2 = mVf_A^2 + 2mVf_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mVf_A + 2mVf_B = mV \\ mVf_A^2 + 2mVf_B^2 = mV^2 \end{cases}$$ le m si annullano

$$\begin{cases} Vf_A + 2Vf_B = V \\ Vf_A^2 + 2Vf_B^2 = V^2 \end{cases}$$ ricavo Vf_A dalla prima equazione e lo sostituisco nella seconda

$$\begin{cases} Vf_A = V - 2Vf_B \\ (V - 2Vf_B)^2 + 2Vf_B^2 = V^2 \end{cases}$$ per semplificare, impongo $Vf_B = x$

$$\begin{cases} Vf_A = V - 2x \\ (V - 2x)^2 + 2x^2 = V^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Vf_A = V - 2x \\ V^2 + 4x^2 - 4xV + 2x^2 = V^2 \end{cases}$$ si svolgono i calcoli

$$\begin{cases} Vf_B = V - 2x \\ 6x^2 - 4xV = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Vf_B = V - 2x \\ 3x^2 - 2xV = 0 \end{cases}$$

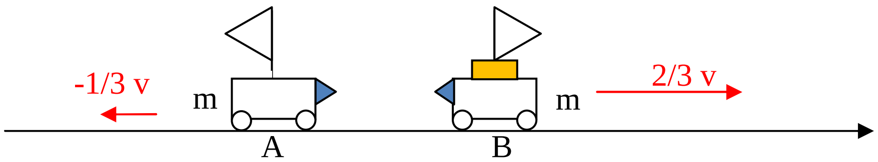
$$\begin{cases} Vf_B = V - 2x \\ x(3x - 2V) = 0 \end{cases}$$ da cui ricavo

$x_1 = 0$
$x_2 = 2/3\ V$ che sostituisco nella prima equazione per trovare Vf_A:

$$\begin{cases} Vf_A = V - 0 = V \\ Vf_B = 0 \end{cases}$$ è la situazione di partenza (senza urto avvenuto)

$$\begin{cases} Vf_A = V - \frac{4}{3}V = -\frac{1}{3}V \\ Vf_B = \frac{2}{3}V \end{cases}$$ è la situazione finale (con urto avvenuto)

Infatti, nella verifica qualitativa, abbiamo notato che facendo urtare i carrellini tra loro, dopo l'urto quello che inizialmente era fermo proseguiva nella direzione dell'altro carrellino (che tornava indietro lentamente) con velocità minore di quella iniziale.



Conclusioni:
Abbiamo verificato che, dal punto di vista sperimentale e, in seguito, qualitativo, l'esperienza è riuscita.
I carrellini hanno le ruote per diminuire l'attrito volvente, quindi lo riteniamo nullo, consideriamo

la somma di energia cinetica e potenziale, si conservano sia energia totale che potenziale quindi anche l’energia cinetica . Ciò vale solo per gli urti elastici. Inoltre si deve anche tenere conto del fatto che i respingenti assorbono parte dell’urto. In seguito a tutti questi errori, la verifica con i carrellini è solo qualitativa perché, se fosse stata quantitativa, l’errore sarebbe stato talmente grande da non rendere i risultati accettabili.