

MISURA DEL RAPPORTO CARICA-MASSA DELL'ELETTRONE

MATERIALI

- tubo catodico
- 3 alimentatori (uno per il tubo catodico, uno per il condensatore, uno per le bobine di Helmholtz)
- Tubo di deflessione con condensatore
- bobine di Helmholtz
- Griglia fluorescente (così da poter vedere il fascio di elettroni)
- Cavetti

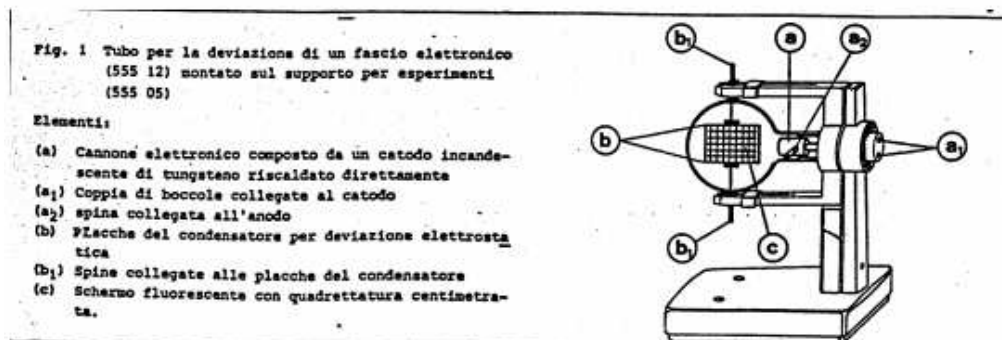
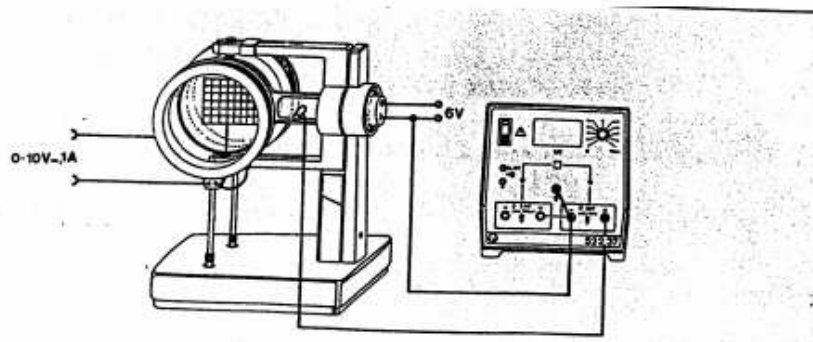


Fig. 1



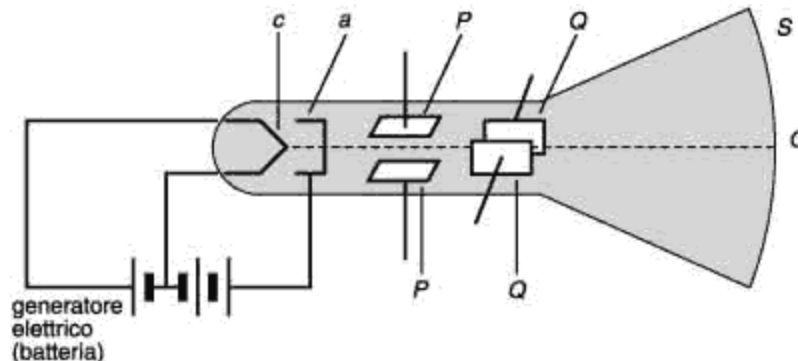
PREMESSA TEORICA

Il tubo catodico

I raggi catodici consistono in un flusso di elettroni emessi da un catodo e accelerati da un anodo. In un tubo a raggi catodici gli elettroni sono emessi da un filamento (v. fig.) riscaldato dalla corrente generata per esempio da una batteria: se la temperatura è abbastanza elevata, alcuni elettroni acquistano l'energia sufficiente ad allontanarsi dal metallo (**effetto termoelettrico**). Questi elettroni vengono accelerati dalla differenza di potenziale esistente tra l'anodo e il catodo. Attraverso un minuscolo foro praticato nell'anodo, un piccolo fascio di elettroni colpisce uno schermo, ricoperto per esempio da un sottilissimo strato di fluoruro di zinco, che causa una forte fluorescenza nel punto colpito. Se si applica una differenza di potenziale a due placche poste lungo un asse verticale lungo il cammino del fascio di elettroni, il fascio viene deviato e il punto luminoso sullo schermo si sposta verticalmente. Una differenza di potenziale applicata a due placche posizionate lungo l'asse verticale del fascio causa invece uno spostamento del punto luminoso in senso orizzontale. Applicando contemporaneamente differenze di potenziale alle due coppie di placche, il punto luminoso può essere spostato istantaneamente in qua-

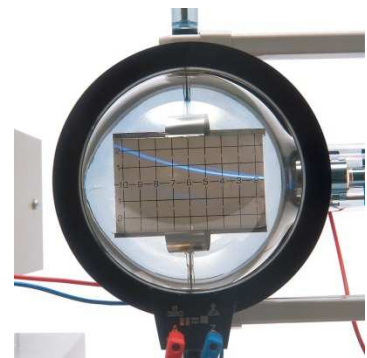
lunghi punto dello schermo. Il tubo catodico viene usato per la formazione di immagini in alcuni strumenti di misura, come l'oscilloscopio, o negli apparecchi televisivi.

Formazione dell'immagine sullo schermo S in un tubo a raggi catodici. L'anodo e il catodo sono rispettivamente a e c. Agendo sulle placche P e Q il punto luminoso O può essere spostato a piacere in qualunque punto dello schermo per produrre un'immagine.



Il tubo di deflessione

È un tubo elettronico ad alto vuoto con cannone elettronico focalizzante e schermo fluorescente inclinato rispetto all'asse del fascio in cui si rende visibile l'andamento del fascio per l'analisi dei fasci elettronici in campi elettrici e magnetici. Nel campo elettrico del condensatore a piastre integrate, è possibile deflettere i fasci elettronici in modo elettrico e magnetico utilizzando una coppia di bobine di Helmholtz. Grazie alla compensazione della deflessione magnetica con quella elettrica, è possibile determinare la carica e/m specifica e la velocità degli elettroni.



Le bobine di Helmholtz

Configurazione di bobine metalliche percorse da corrente elettrica che genera un campo magnetico in buona approssimazione uniforme. Una singola spira circolare di raggio R percorsa da una corrente elettrica I produce un campo magnetico B diretto lungo l'asse della bobina la cui intensità dipende da R , da I e dalla distanza x dalla bobina secondo la legge:

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

dove μ_0 è la permeabilità magnetica del vuoto. Si considerino due spire uguali di raggio R , con asse coincidente e poste a distanza R l'una dall'altra. Se entrambe le bobine sono attraversate da una corrente I , circolante nello stesso verso, il campo magnetico risultante a metà distanza fra le due bobine è in buona approssimazione uniforme e vale:

$$B(x) \cong \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 I}{R}$$

Un'altra configurazione molto usata è quella in cui viene invertito il senso di circolazione della corrente in una delle due bobine. Il risultato non è più un campo magnetico costante al centro, ma un campo magnetico che, al primo ordine significativo, varia linearmente con la posizione (campo di quadrupolo) secondo la relazione:

$$B(x) \cong \left(\frac{4}{5}\right)^{5/2} \frac{\mu_0 I}{R^2} x$$

Due spire di corrente in questa configurazione, che permette di ottenere un gradiente di campo magnetico costante, prendono il nome di bobine di anti-Helmholtz.

L'elettrone

L'elettrone è la particella elementare costituente fondamentale dell'atomo, in cui uno o più elettroni formano la nube di particelle cariche negative che circonda il nucleo positivo e che determina tutte le proprietà chimiche dell'elemento. È, inoltre, il costituente della corrente elettrica nei materiali solidi conduttori.

L'idea di una struttura discontinua dell'elettricità ebbe origine negli anni fra il 1831 e il 1834, con le ricerche di M. Faraday sul fenomeno dell'elettrolisi. Lo stesso Faraday nei suoi scritti parlava di "quantità discrete di elettricità associate agli atomi" o "atomi di elettricità". G. J. Stoney, nel 1874, riconobbe più esplicitamente che "nei fenomeni di elettrolisi la natura presenta una singola definita quantità di elettricità, indipendente dal particolare corpo che si considera" e ne determinò per via indiretta il valore numerico. Mentre nei fenomeni elettrolitici la carica elementare non mostrava la sua individualità di particella isolabile dall'atomo, con il progredire della tecnica del vuoto fu possibile la sua identificazione come particella elementare. Gli studi partirono dalle esperienze sui raggi catodici eseguite da J. Plücker (1857), W. Hittorf (1869), J. J. Thomson (1894-97) e J. B. Perrin (1895). Le caratteristiche di tali raggi si spiegano ammettendo che siano costituiti da particelle identiche in moto, cariche negativamente. Prima ancora che l'identificazione di queste particelle fosse certa e completa G. J. Stoney propose, nel 1891, di chiamarle elettroni. Esperienze basate sul fenomeno della condensazione dei vapori su ioni e sulla deflessione delle relative tracce da parte di campi elettromagnetici furono eseguite da Thomson, J. Townsend e altri fra il 1897 e il 1910, ma il risultato migliore fu ottenuto da R. A. Millikan in una celebre esperienza del 1909. Le principali caratteristiche dell'elettrone erano ormai identificate quando, nel 1924, L. de Broglie avanzò l'ipotesi che si dovesse associare all'elettrone un'onda di lunghezza $\lambda=h/p$ con h costante di Planck e p quantità di moto della particella. Tale ipotesi emergeva dal riesame critico del modello atomico di Bohr-Sommerfeld e portava con sé la crisi del modello puramente corpuscolare della materia; anzi vanificava la ricerca stessa di un modello geometrico e meccanico a livello atomico o subatomico. Nel 1927 C. J. Davisson e L. H. Germer confermarono tale ipotesi con esperienze di diffrazione degli elettroni. Per spiegare l'effetto Zeeman, osservato fin dal 1896, nel 1925 G. E. Uhlenbeck e S. A. Goudsmit introdussero l'ipotesi dell'elettrone *rotante*, che giustificava l'assegnazione di un momento magnetico intrinseco all'elettrone: ciò spiegava i fenomeni connessi con lo sdoppiamento delle righe spettrali atomiche in presenza di campi magnetici. Infine, nel 1928, P. Dirac, nello stabilire una teoria relativistica dell'elettrone, si trovò di fronte alla necessità di ipotizzare l'esistenza di un'antiparticella per l'elettrone, cioè di un elettrone *positivo*. C. D. Anderson, nel 1932, individuò la presenza di questi elettroni positivi (positroni) nei raggi cosmici.

Elettrologia

Le prime caratteristiche dell'elettrone determinate sperimentalmente, che indussero a catalogarlo fra le particelle, furono la carica e la massa. Il valore della carica fu determinato per la prima volta con l'esperienza di Millikan; secondo le più recenti determinazioni è: $-1,60.206 \times 10^{-19}$ Coulomb (è negativo perché l'elettrone ha carica negativa, noi per questa esperienza useremo il modulo per comodità). Dalla deviazione di un fascio di elettroni mediante campi elettrici e magnetici incrociati si desume il valore del rapporto e/m e quindi il valore della massa che, da recenti valutazioni sperimentali, risulta uguale a $9,1083 \times 10^{-31}$ Kg. Le misure della massa (m), fin dal 1897, dimostrarono che questa dipende sensibilmente dalla velocità. Tale dipendenza fu spiegata da A. Einstein, nel 1905, nell'ambito della teoria della relatività:

$$m = m_0 \left(1 - v^2 / c^2 \right)^{-1/2}$$

dove: m_0 è la massa a riposo dell'elettrone, v la sua velocità e c la velocità della luce.

Se si suppone che l'elettrone sia assimilabile a una sfera di raggio r_0 uniformemente carica, la sua energia elettrostatica intrinseca è uguale a e^2/r_0 . Dalla relazione $E=mc^2$, ammesso che tutta l'energia E sia elettrostatica, si ottiene $r_0=2,82 \times 10^{-13}$ cm. Il momento magnetico intrinseco dell'elettrone è: $eh/4\pi mc$, corrispondente a un momento meccanico intrinseco (spin) pari a $h/4\pi$. Le proprietà ondulatorie dell'elettrone sono descritte da una funzione d'onda ψ che definisce in ogni istante lo stato fisico della particella e che soddisfa all'equazione di Schrödinger per velocità $v \ll c$ e all'equazione di Dirac per velocità relativistiche, cioè prossime a c . Si ha produzione di elettroni: nei tubi di scarica, riempiti con gas a pressione molto bassa, ove vengono emessi dal catodo del tubo in fasci costituenti i raggi catodici; nell'emissione termoionica da filamenti metallici a temperatura elevata; nel decadimento radioattivo, sotto forma di raggi beta; nell'interazione di fotoni con la materia, tramite effetto fotoelettronico, effetto Compton, materializzazione di fotoni con produzione di coppie elettroni e

positroni. Gli elettroni interagiscono con la materia attraverso collisioni con altri elettroni e collisioni con i nuclei. I processi del primo tipo possono essere: collisioni elastiche, con conservazione dell'energia cinetica totale prima e dopo l'urto; collisioni anelastiche, senza conservazione dell'energia cinetica totale delle due particelle (parte dell'energia viene perduta sotto forma di radiazione elettromagnetica) e annichilazioni che si hanno nell'urto di una coppia elettrone e positrone, con produzione di due fotoni γ . Nei processi del secondo tipo, un elettrone, superata la nube elettronica di un atomo, sotto l'azione del campo elettrico nucleare, modifica la sua direzione e la sua velocità emettendo una radiazione elettromagnetica detta di frenamento (Bremsstrahlung).

Campo magnetico

Se, avvicinando due magneti, questi si attraggono o si respingono a seconda dell'orientamento dei rispettivi poli, significa che esercitano l'uno sull'altro una forza a distanza. Come per i fenomeni elettrici e per le forze gravitazionali, risulta utile descrivere le interazioni magnetiche utilizzando il concetto di campo.

Si dice che un magnete esercita attorno a sé un campo magnetico, oppure che un campo magnetico è la regione dello spazio in cui sono sensibili le forze di attrazione e repulsione esercitate da un magnete o da un insieme di magneti. Il campo magnetico è un campo di forze, quindi, analogamente al campo elettrico e al campo gravitazionale, è un campo vettoriale.

Direzione e verso del campo magnetico vengono descritti dalle linee di forza del campo, che rappresentano, in ogni punto dello spazio, la direzione lungo la quale si disporrebbe un magnetino (usato come magnete di prova per studiare il campo) posto in quel punto. Come per gli altri campi vettoriali, le linee di forza del campo magnetico sono tangenti alla direzione del campo in ogni punto e sono tanto più fitte quanto più elevata è l'intensità del campo.

Le linee di forza del campo magnetico prodotto da un magnete sono visualizzabili con un'esperienza molto semplice. Un cartoncino ricoperto di limatura di ferro viene appoggiato sopra un magnete; dando delle leggere scosse al cartoncino, la limatura di ferro si magnetizza e ogni piccolo aghetto che la compone si dispone lungo il campo magnetico, componendo il disegno della proiezione sul piano delle linee di forza del campo. Nel caso di una sbarra magnetica le linee di forza sono linee chiuse che escono dal polo nord ed entrano nel polo sud; il verso va quindi dal polo nord al polo sud.

Legame tra forze elettriche e magnetiche

Nel 1820 il fisico danese Hans Christian Oersted (1777-1851) fece una delle scoperte più importanti della storia della fisica, a quanto pare in modo del tutto inatteso: osservò che esisteva un legame tra magnetismo ed elettricità, ponendo le basi di quel ramo della fisica noto con il nome di elettromagnetismo. Avendo inviato una corrente elettrica lungo un filo di rame collegato ai due poli di una pila, Oersted osservò che l'ago di una bussola posta nelle vicinanze dell'apparecchiatura, inizialmente diretto parallelamente al filo in direzione Nord-Sud, subiva una rotazione di 90° e si disponeva perpendicolare al filo. Invertendo il verso della corrente, l'ago ruotava di 180° , invertendo la posizione dei suoi poli ma restando perpendicolare al filo percorso da corrente. La corretta interpretazione di Oersted fu che un filo elettrico percorso da corrente genera attorno a sé un campo magnetico.

Più in generale, l'esperienza di Oersted dimostra che una corrente elettrica genera un campo magnetico. Prima di questo esperimento si era tentato di trovare un legame tra le cariche elettriche e i magneti, ma senza risultato, poiché di fatto un campo magnetico non ha alcun effetto su una carica elettrica in stato di quiete, ma soltanto su una carica in movimento. Infatti solo le cariche elettriche in moto producono un campo magnetico.

Le linee di forza di un campo magnetico prodotto da un filo percorso da corrente

Le linee di forza del campo magnetico generato da un filo percorso da corrente sono perpendicolari alla corrente in ogni punto: ciò significa che sono rappresentate da cerchi concentrici attorno al filo. Il verso delle linee di forza (la direzione del polo nord del magnetino di prova) è dato dalla regola della mano destra: afferrando il filo con la mano destra e puntando il pollice in direzione della corrente, le dita della mano indicano il verso delle linee di forza del campo magnetico generato dal filo. Le linee di forza inoltre sono tanto più fitte quanto più è intensa la corrente che passa nel filo e quanto minore è la distanza dal filo stesso.

Nel caso in cui la corrente percorra un filo avvolto a spira anziché un filo rettilineo, le linee di forza del campo sono ancora perpendicolari al filo in ogni punto e il suo verso è quello di una vite destrorsa che percorre il filo nel senso della corrente. Un filo percorso da corrente avvolto a spirali ravvicinate costituisce un solenoide. Un solenoide percorso da corrente produce anch'esso, naturalmente, un campo magnetico, prodotto dalla somma dei

campi magnetici di ciascuna spira del solenoide. All'interno del solenoide le linee di forza del campo magnetico sono parallele, ovvero il campo è uniforme. Il campo magnetico prodotto da un solenoide percorso da corrente può perciò essere assimilato a quello prodotto da una sbarretta magnetica, i cui poli sono posti agli estremi del solenoide e dipendono dal verso della corrente.

L'intensità del campo magnetico prodotto da un solenoide può essere notevolmente aumentata applicando all'interno delle spire del solenoide una sbarra di ferro o di un altro materiale ferromagnetico: il solenoide magnetizza il ferro e il campo magnetico prodotto dal solenoide si somma a quello prodotto dal magnete artificiale. Un sistema di questo tipo viene chiamato elettromagnete. Gli elettromagneti sono molto usati nelle applicazioni tecnologiche: la forza di attrazione che possono esercitare dipende dal numero di avvolgimenti e dall'intensità della corrente che circola nelle spire e può raggiungere valori estremamente elevati. Piccoli elettromagneti si trovano per esempio nei campanelli e negli altoparlanti, mentre grossi elettromagneti sospesi a gru permettono di sollevare grandi quantità di materiali ferrosi negli impianti di trattamento dei metalli.

Forza tra fili percorsi da corrente

Nel 1831 Michael Faraday scoprì che un filo percorso da corrente, immerso in un campo magnetico (per esempio, posto tra i poli di una calamita), subisce una forza la cui direzione è perpendicolare sia al campo magnetico, sia alla corrente che attraversa il filo.

Non solo quindi un filo percorso da corrente esercita una forza su un magnete, generando un campo magnetico, ma vale anche il viceversa, ovvero un magnete esercita una forza su un filo percorso da corrente. Un campo magnetico genera dunque una forza che non si risente soltanto su un magnete, ma anche su un conduttore percorso da corrente. Ma poiché Oersted dimostrò che un conduttore percorso da corrente genera un campo magnetico, Ampère ne dedusse che due fili percorsi da corrente devono esercitare una forza l'uno sull'altro, ovvero attrarsi o respingersi a seconda del verso reciproco delle rispettive correnti. E infatti due conduttori rettilinei percorsi da corrente tendono ad attrarsi se sono percorsi da correnti che viaggiano nello stesso verso e tendono a respingersi se le due correnti hanno versi opposti.

Sull'attrazione tra due fili percorsi da corrente è basata la definizione dell'unità di misura della corrente elettrica, l'ampere: l'ampere infatti è definito come la corrente che, percorrendo due conduttori rettilinei paralleli, di lunghezza infinita, posti nel vuoto a una distanza di 1 m l'uno dall'altro, produce fra di essi una forza di $2 \cdot 10^{-7}$ newton per ogni metro di lunghezza.

Poiché la materia è costituita di particelle elettricamente cariche in movimento, il legame tra elettricità e magnetismo scoperto da Oersted può venirci in aiuto per spiegare il motivo per cui differenti sostanze hanno un differente comportamento rispetto ai fenomeni magnetici: la spiegazione risiede nel comportamento degli atomi (o delle molecole) quando vengono sottoposti a un campo magnetico.

Spiegazione atomica del magnetismo

Per spiegare gli effetti di magnetizzazione sulle differenti sostanze, e di conseguenza la differente permeabilità magnetica relativa delle diverse sostanze, occorre spiegare cosa accade a livello microscopico quando gli atomi (o le molecole) di una sostanza sono sottoposti a un campo magnetico esterno. I possibili effetti di un campo magnetico esterno su una sostanza sono due: la distorsione del moto degli elettroni e l'orientamento degli atomi (o delle molecole) nella direzione del campo esterno.

Nelle sostanze diamagnetiche, che vengono debolmente respinte da un campo magnetico, prevale l'effetto di distorsione del moto degli elettroni: quando applichiamo un campo magnetico esterno a una sostanza diamagnetica, gli elettroni in moto negli atomi (o nelle molecole) della sostanza subiscono una forza, poiché un campo magnetico esercita una forza su una carica in movimento. Il risultato di questa forza è una magnetizzazione degli elettroni, che – si può dimostrare – è opposta a quella del campo magnetico applicato. Il diamagnetismo è una proprietà intrinseca di ogni atomo e molecola; quando in una sostanza ferromagnetica o paramagnetica prevale un comportamento opposto è perché prevale un effetto diverso e più forte, che produce l'attrazione magnetica, ma il diamagnetismo è ancora presente.

Nelle sostanze paramagnetiche, debolmente attratte, prevale l'effetto di orientamento degli elettroni: gli atomi (o le molecole) delle sostanze paramagnetiche, in presenza di un campo magnetico esterno, tendono a orientarsi tutti lungo il campo esterno, dando luogo così a una leggera magnetizzazione addizionale. Il paramagnetismo aumenta al diminuire della temperatura e dà luogo a fenomeni anche abbastanza intensi a temperature prossime allo zero assoluto.

Le sostanze ferromagnetiche, fortemente attratte da un campo magnetico esterno, presentano a livello microscopico una magnetizzazione permanente, ovvero una naturale tendenza a orientare tutti i loro atomi (o le loro

molecole) nella stessa direzione. Inoltre, la magnetizzazione delle sostanze ferromagnetiche dipende fortemente dall'intensità del campo magnetico applicato e dalla temperatura: per temperature superiori a un certo valore il ferromagnetismo scompare e la sostanza diventa paramagnetica.

Un fisico francese, Pierre Weiss (1865-1940), postulò l'esistenza nelle sostanze ferromagnetiche di minuscole zone, dette domini di Weiss, all'interno delle quali gli atomi, che possono essere considerati dei piccoli magneti, si allineano in modo da rafforzare le loro proprietà. Queste regioni sono magnetizzate anche in assenza di campo esterno. In presenza di un campo magnetico esterno i domini subiscono delle variazioni che dipendono dall'intensità del campo applicato e che portano alla magnetizzazione del materiale: possono deformarsi, e dunque quello allineato con il campo esterno prende il sopravvento sugli altri, o, per campi più intensi, possono orientarsi tutti nella direzione del campo, rafforzando la loro magnetizzazione.

I poli magnetici terrestri e le fasce di Van Allen

Dalle misure del campo magnetico terrestre si è trovato che i poli magnetici (che per comodità continueremo a chiamare rispettivamente nord e sud in corrispondenza dei poli geografici) non coincidono esattamente con i poli geografici. L'asse che li congiunge (asse del dipolo) forma con l'asse di rotazione della Terra un angolo di 11° 05' e incontra la superficie della Terra in due punti situati rispettivamente vicino a Thule, in Groenlandia (polo Nord geomagnetico) e vicino a Vostok, in Antartide (polo Sud geomagnetico).

L'angolo di declinazione magnetica, formato dai piani del meridiano astronomico e del meridiano magnetico (contenente la direzione dell'ago magnetico), varia da punto a punto della Terra e non è costante nel tempo.

Le origini del campo magnetico terrestre non sono ancora del tutto certe. Inizialmente si pensava che il campo geomagnetico potesse essere dovuto alla presenza di sostanze magnetiche poste in prossimità dei poli magnetici, ma oggi si pensa che sia più probabilmente generato da correnti elettriche prodotte nel nucleo fluido della Terra.

Strettamente connesse con il campo magnetico terrestre sono le fasce di Van Allen, veri e propri flussi di particelle cariche (protoni ed elettroni) derivanti dal bombardamento dell'atmosfera prodotto dai raggi cosmici, che rimangono intrappolate nelle vicinanze della Terra a causa del suo campo magnetico.

Il campo magnetico uniforme

Un campo magnetico può anche essere descritto tramite le **linee di campo magnetico** che sono tangenti punto per punto al campo magnetico e vanno dal polo Nord al polo Sud dei magneti. In base alla **convenzione di Faraday** le linee del campo magnetico hanno una densità che è proporzionale all'intensità del campo, in altre parole le linee sono tanto più fitte quanto più il campo è intenso. Un campo magnetico **uniforme** ha la stessa intensità in ogni punto: le linee del campo pertanto risultano essere parallele, equidistanti e la loro densità è costante in tutto lo spazio.

Il campo magnetico che abbiamo appena introdotto ha molte proprietà in comune con il campo elettrico: in particolare entrambi sono descritti da linee di forza e sono campi associati a una forza che può essere in entrambi i casi attrattiva (tra poli o cariche di tipo diverso) o repulsiva (tra poli o cariche dello stesso tipo). Sia l'elettrizzazione che la magnetizzazione possono avvenire per contatto ma, mentre nell'elettrizzazione c'è un passaggio di cariche elettriche, nella magnetizzazione non si ha trasferimento di poli magnetici. Inoltre, le cariche elettriche possono sempre essere isolate, mentre un magnete presenta sempre sia il polo Nord che il polo Sud.

L'intensità del campo magnetico

Per misurare l'intensità di un campo magnetico si usa una "corrente di prova", ovvero un filo percorso da corrente. A questo scopo si considera un tratto di filo di lunghezza l , percorso da una corrente I , posto tra i poli di una calamita, ovvero immerso in un campo magnetico.

Come dimostrato da Ampère, il filo subisce una forza F , la cui direzione e verso sono ricavabili mediante la regola della mano sinistra: con l'indice rivolto nella direzione del campo e il medio perpendicolare all'indice, nella direzione della corrente, la direzione della forza è data dal pollice, perpendicolare a entrambi. Se si misura la forza F con un dinamometro, questa risulta proporzionale alla lunghezza del filo l e all'intensità della corrente I :

$$F = B \cdot l \cdot I$$

dove la costante di proporzionalità B rappresenta l'intensità del vettore campo magnetico.

Si definisce quindi vettore campo magnetico \mathbf{B} , detto più propriamente vettore induzione magnetica, quel vettore che ha come direzione e verso quelli delle linee di forza del campo magnetico e intensità data dalla forza esercitata su un conduttore rettilineo per unità di lunghezza e per unità di corrente elettrica.

L'unità di misura dell'intensità del campo magnetico nel Sistema Internazionale è il tesla (simbolo T). Si dice che un campo magnetico ha intensità di 1 tesla quando esercita una forza di 1 newton su un filo conduttore della lunghezza di 1 m percorso da una corrente di 1 ampere:

$$1 \text{ T} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}} 1 \text{ A}$$

La forza esercitata da un campo magnetico su un filo percorso da corrente è sfruttata nei motori elettrici per trasformare energia elettrica in energia meccanica.

La forza di Lorentz

Se un campo magnetico esercita una forza su un conduttore percorso da corrente, è lecito pensare che ogni particella carica che si muove in un campo magnetico subisce una forza, poiché la corrente è costituita da cariche in movimento. Questa forza è la forza di Lorentz, così detta dal nome del fisico olandese Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928), premio Nobel per la fisica nel 1902.

Per calcolare l'intensità della forza di Lorentz partiamo dalla forza esercitata su un tratto di filo di lunghezza l percorso da una corrente I :

$$F = B \cdot I \cdot l$$

Una particella con carica q che si muove in quel tratto di filo produce una corrente data dalla sua intensità di carica nell'unità di tempo, quindi:

$$I = \frac{q}{t}$$

Se la particella si muove con velocità uniforme v , percorre un tratto l in un tempo t e la corrente si può scrivere:

$$I = \frac{qv}{l}$$

così l'intensità della forza di Lorentz diventa:

$$F = qvB$$

La direzione della forza di Lorentz è perpendicolare alla velocità della particella e perpendicolare al campo magnetico; il suo verso è quello del pollice nella regola della mano sinistra (come per la forza esercitata su un filo percorso da corrente), se la carica è positiva (il verso convenzionale della corrente infatti è quello delle cariche positive), ed è quello opposto se la carica è negativa.

Essendo sempre perpendicolare alla direzione della particella carica, la forza di Lorentz funge da forza centripeta per una particella di velocità perpendicolare alla direzione del campo magnetico e costringe la particella a curvare la sua traiettoria lungo un percorso circolare, il cui raggio r si può ricavare uguagliando la forza di Lorentz alla forza centripeta:

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

Questo effetto è sfruttato negli acceleratori di particelle ad anello, che, attraverso l'uso di campi magnetici, costringono le particelle cariche a rimanere confinate su traiettorie circolari. Conoscendo l'intensità dei campi magnetici applicati, e misurando la velocità e il raggio della traiettoria della particella, la formula data sopra può essere utilizzata per determinare la massa di particelle cariche sconosciute.

Campo elettrico

Il campo elettrico è la regione di spazio in cui agiscono le forze elettriche su altre cariche eventualmente presenti. Come per il campo gravitazionale, si dice che una carica elettrica, o una distribuzione di cariche elettriche, genera attorno a sé un campo elettrico, nel senso che modifica le proprietà dello spazio circostante in modo che una qualunque altra carica posta nelle vicinanze viene sollecitata da una forza di natura elettrica.

Il campo elettrico è un campo vettoriale, perché caratterizzato da una forza, quella elettrica, ed è conservativo, perché il lavoro che si compie per passare da un punto a un altro del campo non dipende dal cammino scelto, ma solo dai punti iniziale e finale.

Il vettore campo elettrico

Per verificare l'esistenza del campo elettrico generato da una carica Q si introduce una carica di prova q , di intensità molto più piccola, nella regione di spazio occupata da Q (è importante sottolineare che il campo generato da Q esiste indipendentemente dalla presenza della carica di prova q). La forza esercitata da Q su q , divisa per il valore di q , è indipendente dalla carica di prova. Questa grandezza si definisce vettore campo elettrico, e si indica con E . Per definizione quindi:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} \quad (1)$$

rappresenta la forza che agisce su una carica unitaria; nel Sistema Internazionale si misura in newton/coulomb (N/C).

Poiché in base alla legge di Coulomb l'intensità della forza è:

$$F = k \frac{Qq}{d^2}$$

operando la sostituzione di F nella (1), l'intensità del campo elettrico è data da:

$$E = \frac{F}{q} = k \frac{Q}{d^2}$$

dove d è la distanza tra la carica Q e il punto nel quale viene misurato il campo (con la carica q). L'intensità del campo elettrico dunque non dipende dalla carica di prova q , ma dalla distanza alla quale il campo viene misurato: allontanandosi dalla carica Q generatrice del campo, la sua intensità diminuisce.

Le linee di forza

Un campo elettrico può essere rappresentato graficamente attraverso le linee di forza: ciascuna di esse corrisponde, in ogni punto, alla traiettoria che verrebbe percorsa da una carica elettrica posta in quel punto (ricordiamo che la carica deve essere abbastanza piccola da non modificare in modo sensibile il campo preesistente). Inoltre in ogni punto di una linea di forza l'intensità del campo è rappresentata da un vettore tangente alla linea in quel punto. Le linee di forza sono orientate: il loro verso va dalla carica positiva (o dai corpi positivi) alla carica negativa (o ai corpi negativi). La rappresentazione attraverso le linee di forza è abituale in fisica per visualizzare i campi vettoriali, ma va sottolineato che non corrisponde a qualcosa di realmente esistente, bensì è una comoda astrazione che viene usata per rappresentare la variazione del campo nello spazio, ovvero per individuare direzione e verso del campo in ogni punto dello spazio.

La deflessione degli elettroni

Quando una particella carica è in moto in un campo magnetico, essa risente di una forza detta forza di Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

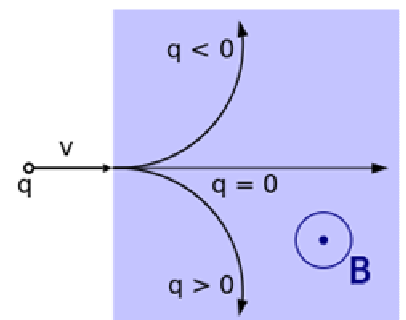
dove q è la carica in moto con velocità \vec{v} nel campo magnetico \vec{B} .

Come mostrato nel diagramma a fianco, se il campo magnetico è un vettore uscente dal piano del disegno e il vettore velocità ha la direzione e il verso dell'asse x , la carica subisce una forza perpendicolare ad entrambi i vettori e diretta (secondo la regola della mano destra) verso il basso se la carica è positiva, verso l'alto se la carica è negativa. L'azione della forza di Lorentz determina quindi la deviazione del moto della carica. Il modulo della forza di Lorentz è qvB , essendo essa sempre perpendicolare alla velocità, è una forza centripeta che tiene quindi la carica in moto su di una traiettoria circolare di raggio R . Imponendo che la forza di Lorentz sia la forza centripeta, con semplici calcoli si ottiene il rapporto carica su massa.

$$qvB = m \frac{v^2}{R} \Leftrightarrow qB = m \frac{v}{R} \Rightarrow \frac{q}{m} = \frac{v}{BR}$$

Dalla precedente si osserva che noti velocità, campo magnetico e raggio di curvatura è possibile misurare il rapporto carica massa della particella.

La forza di Lorentz è una diretta conseguenza della legge di Faraday. Infatti la carica in moto vede un campo magnetico variabile nel tempo (si pensi ad un passeggero in un treno che nel proprio sistema di riferimento



vede muoversi il paesaggio), il campo magnetico variabile nel tempo genera un campo elettrico e quindi una forza elettrica che agisce sulla carica. La forza di Lorentz è dunque una espressione semplice della legge di Faraday.

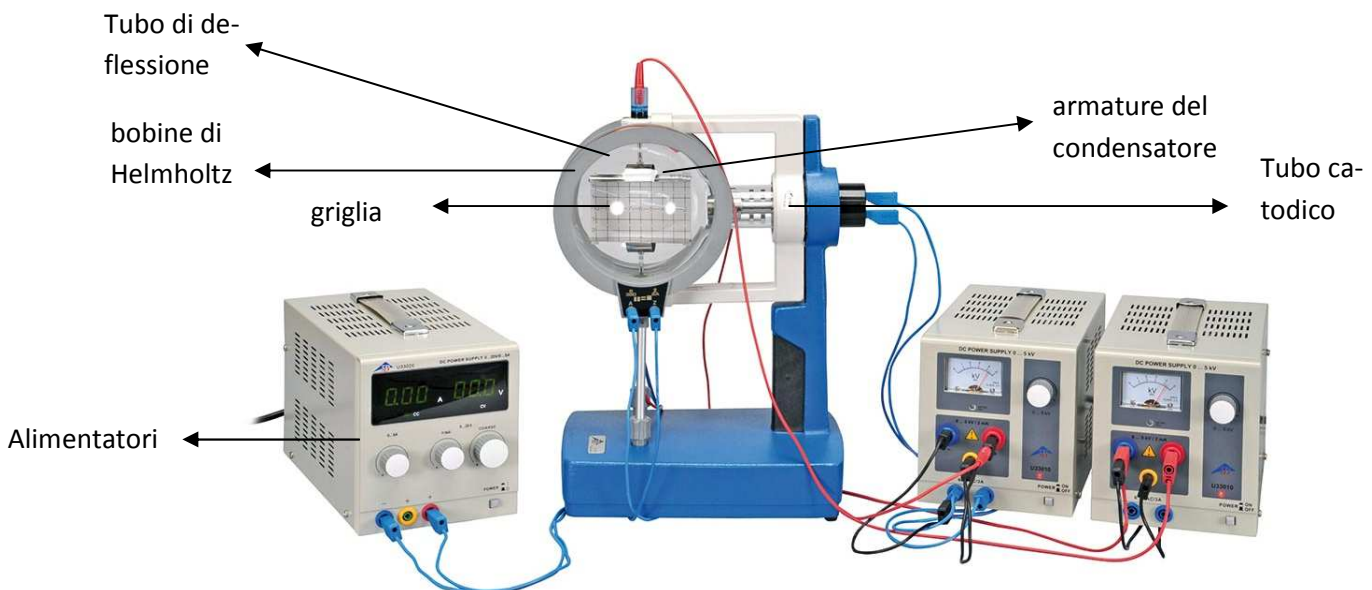
L'esperienza fu realizzata per la prima volta da Thompson.

SVOLGIMENTO

Per prima cosa è necessario preparare gli strumenti necessarie alla misurazione. Si devono collegare al catodo e all'anodo del tubo catodico due alimentatori. Grazie alla presenza di un potenziale tra anodo e catodo gli elettroni ricevono energia sufficiente per allontanarsi dal metallo; essi diventano quindi un fascio che giunge fino al tubo di deflessione, che contiene il condensatore. Gli elettroni passano attraverso una griglia dotata di fluorescenza, e che quindi si illumina immediatamente al passaggio degli elettroni, permettendoci di osservare il fascio altrimenti invisibile. All'interno del tubo di deflessione è contenuto un condensatore, che genera un campo elettrico. Questo condensatore è collegato ad un secondo alimentatore. Intorno al tubo di deflessione sono montate delle bobine di Helmholtz, che generano invece un campo magnetico uniforme, anch'esse collegate ad un terzo alimentatore. Accendendo solo il primo alimentatore (tubo catodico) il fascio di elettroni risulta orizzontale. Accendendo l'alimentatore collegato al condensatore il campo elettrico devia il fascio in un arco di parabola. In più si nota che il fascio verso la fine, non essendo molto collimato, è meno intenso perché gli elettroni si disperdono. Accendendo l'alimentatore del campo magnetico il fascio viene deviato secondo un arco di circonferenza, in senso opposto rispetto a prima. Se si accendono entrambi gli alimentatori contemporaneamente, se il campo elettrico e quello magnetico sono equivalenti, le deflessioni ottenute si equilibrano e il fascio di elettroni risulta nuovamente orizzontale. I due campi in questo caso sono perpendicolari l'uno all'altro.

Per la nostra esperienza era necessario calcolare l'intensità del campo elettrico e magnetico e la velocità degli elettroni per poter trovare la misura del rapporto carica-massa dell'elettrone, secondo i procedimenti illustrati. Perciò abbiamo ripetuto l'esperienza equilibrando il campo magnetico e elettrico quattro volte, cambiando ogni volta i valori dell'intensità di corrente e del voltaggio del campo magnetico, e la differenza di potenziale del campo elettrico, sempre accertandoci che il fascio di elettroni risultasse orizzontale. Abbiamo preso anche le misure della lunghezza della griglia, la x , e di quanto si distanziava il fascio di elettroni dalla linea orizzontale che formava con i campi in equilibrio, la y .

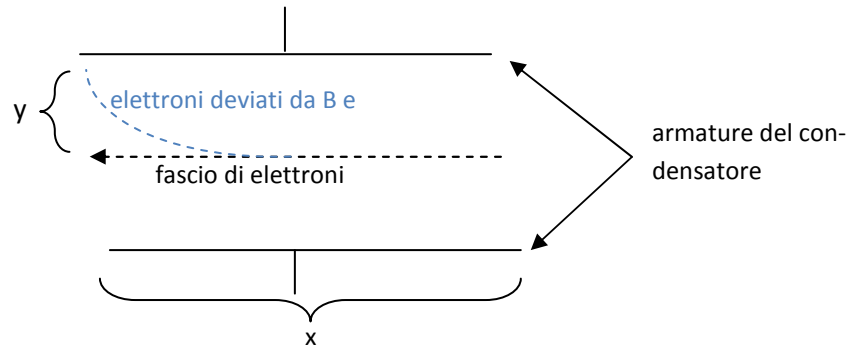
A questo punto con tutti i dati a disposizione, abbiamo potuto effettuare i calcoli, trovando prima il campo elettrico, poi quello magnetico, la velocità dell'elettrone (rapporto tra i due campi), infine il rapporto carica-massa, insieme allo scarto quadratico medio e la varianza, confrontando i risultati ottenuti con quelli ricavati da strumenti e misurazioni più accurate.



Qui di seguito i procedimenti attuati per l'elaborazione dei dati:

La forza elettrica si calcola facendo $F_{el} = q \cdot E$, dove in questo caso la carica q è la carica dell'elettrone ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C)

Nell'esperienza si ottiene questa situazione:



Il fascio di elettroni, se non perturbato da campo magnetico od elettrico, segue un moto rettilineo uniforme orizzontale, con legge oraria $X = v_0 t$.

Se perturbato da campi magnetici o elettrici, il fascio devia in direzione verticale e inizia a seguire un moto uniformemente accelerato perché interviene una forza (in questo caso la forza esercitata dal campo elettrico generato dal condensatore) secondo la legge $y = \frac{1}{2} a t^2$

Il moto del fascio di elettroni è quindi il seguente:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} a t^2 \end{cases}$$

Dato che, secondo la legge della dinamica, $F = ma$, l'accelerazione si può scrivere come $a = \frac{F}{m}$. In questa esperienza la forza è quella del campo elettrico, quindi $a = \frac{F_{el}}{m}$, ovvero $a = \frac{q \cdot E}{m}$ che, sostituita nel sistema, diventa:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} \frac{q \cdot E}{m} t^2 \end{cases}$$

Dalla legge $V = x/t$ si ricava che il tempo è dato dal rapporto tra spazio percorso e velocità, quindi $t = x/V$, che, inserito nel sistema:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} \frac{q \cdot E}{m} \left(\frac{x}{v}\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{q \cdot E x^2}{m v^2} \end{cases}$$

La formula finale quindi del moto del fascio degli elettroni è:

$$y = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \cdot E \cdot \frac{x^2}{v^2}$$

In cui l'incognita è q/m , x è la lunghezza della griglia (nel nostro caso, 7 cm), y è la misura della deviazione del fascio, che varia ad ogni misurazione perché si usa un campo elettrico diverso, E è il campo elettrico e v è la velocità degli elettroni.

Il campo elettrico E di un condensatore si trova facendo

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

con ΔV la differenza di potenziale misurata dal voltmetro e

d la distanza tra le due armature del condensatore, che in questo caso è di 55 mm, cioè $55 \cdot 10^{-3}$ m.

Per quanto riguarda la velocità, essa è ricavabile dal rapporto di equivalenza tra il campo elettrico e il campo magnetico, dato che in questa esperienza sono stati regolati in modo da compensarsi a vicenda.

$$F_{El} = F_M$$

La forza esercitata dal campo elettrico è

$$F_{El} = q \cdot E,$$

mentre quella esercitata dal campo magnetico equivale alla forza di Lorentz, cioè

$$F_L = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$$

Dato che l'angolo formato tra il campo magnetico e gli elettroni è di 90° , e dato che il seno di 90 è 1 , la formula diventa

$$F_L = q \cdot v \cdot B,$$

ed uguagliando le due forze si ottiene:

$$q \cdot E = q \cdot v \cdot B, \text{ da cui si semplifica la carica e si ricava la velocità, che diventa:}$$

$$v = E/B$$

Il campo magnetico si calcola con:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 n}{R} \cdot i,$$

Dove μ_0 è la permeabilità magnetica nel vuoto,
 n il numero di spire delle bobine,
 R il raggio e i la corrente.

In questa esperienza, $\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 n}{R}$ è stato considerato una costante equivalente a $4,2$ mT/A, cioè $4,2 \cdot 10^{-3}$ T/A

DATI E LORO ELABORAZIONE

1. Condensatore: $V = 1400 \text{ V}$

Bobine di Helmholtz: $i = 0,2 \text{ A}$

$y = 1,2 \text{ cm} = 0,012 \text{ m}$

$x = 7 \text{ cm} = 0,07 \text{ m}$

$d = 55 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

- $E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{1400}{55 \cdot 10^{-3}} = 25,45 \cdot 10^3 = 2,545 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$
- $B = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\mu_0 \cdot n}{R} \cdot i = 4,2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,2 = 0,84 \cdot 10^{-2} = 8,4 \cdot 10^{-4} \text{ T}$
- $V_0 = \frac{|E|}{|B|} = \frac{2,545 \cdot 10^4}{8,4 \cdot 10^{-4}} = 0,303 \cdot 10^8 = 3,03 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- $y = \frac{1}{2} E \cdot \frac{q}{m} \cdot \frac{x^2}{V_0^2}$
$$0,012 = \frac{1}{2} \cdot 2,545 \cdot 10^4 \cdot \frac{q}{m} \cdot \frac{0,0049}{9,181 \cdot 10^{-4}}$$
$$\frac{q}{m} = \frac{0,024 \cdot 9,181 \cdot 10^{-4}}{2,545 \cdot 10^4 \cdot 0,0049} = 17,67 \cdot 10^{10} = 1,767 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{Kg}}$$
- $\frac{q}{m} = 1,767 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{Kg}}$

2. Condensatore: $V = 2350 \text{ V}$

Bobine di Helmholtz: $i = 0,33 \text{ A}$

$y = 1,6 \text{ cm} = 0,016 \text{ m}$

$x = 7 \text{ cm} = 0,07 \text{ m}$

$d = 55 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

- $E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{2350}{55 \cdot 10^{-3}} = 42,73 \cdot 10^3 = 4,273 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

- $B = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\mu_0 \cdot n}{R} \cdot i = 4,2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,33 = 1,386 \cdot 10^{-3} T$

- $V_0 = \frac{|E|}{|B|} = \frac{4,273 \cdot 10^4}{1,386 \cdot 10^{-3}} = 3,08 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$

- $y = \frac{1}{2} E \cdot \frac{q}{m} \cdot \frac{x^2}{V_0^2}$

$$0,016 = \frac{1}{2} \cdot 4,273 \cdot 10^4 \cdot \frac{q}{m} \cdot \frac{0,0049}{9,4864 \cdot 10^{14}}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{0,032 \cdot 9,4864 \cdot 10^{14}}{4,273 \cdot 10^4 \cdot 0,0049} = 14,49 \cdot 10^{10} = 1,449 \cdot 10^{11} \frac{C}{Kg}$$

- $\frac{q}{m} = 1,449 \cdot 10^{11} \frac{C}{Kg}$

3. Condensatore: $V = 3750 V$

Bobine di Helmholtz: $i = 0,5 A$

$y = 2,4 cm = 0,024 m$

$x = 7 cm = 0,07 m$

$d = 55 \cdot 10^{-3} m$

- $E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{3750}{55 \cdot 10^{-3}} = 68,182 \cdot 10^3 = 6,818 \cdot 10^4 \frac{V}{m}$

- $B = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\mu_0 \cdot n}{R} \cdot i = 4,2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 = 2,1 \cdot 10^{-3} T$

- $V_0 = \frac{|E|}{|B|} = \frac{6,818 \cdot 10^4}{2,1 \cdot 10^{-3}} = 3,25 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$

- $y = \frac{1}{2} E \cdot \frac{q}{m} \cdot \frac{x^2}{V_0^2}$

$$0,024 = \frac{1}{2} \cdot 6,818 \cdot 10^4 \cdot \frac{q}{m} \cdot \frac{0,0049}{10,5625 \cdot 10^{14}}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{0,048 \cdot 10,5625 \cdot 10^{14}}{6,818 \cdot 10^4 \cdot 0,0049} = 15,17 \cdot 10^{10} = 1,517 \cdot 10^{11} \frac{C}{Kg}$$

- $\frac{q}{m} = 1,517 \cdot 10^{11} \frac{C}{Kg}$

4. Condensatore: $V = 4600 \text{ V}$

Bobine di Helmholtz: $i = 0,6 \text{ A}$

$y = 3,4 \text{ cm} = 0,034 \text{ m}$

$x = 7 \text{ cm} = 0,07 \text{ m}$

$d = 55 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

- $E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{4600}{55 \cdot 10^{-3}} = 83,64 \cdot 10^3 = 8,364 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$
- $B = \left(\frac{4}{3}\right)^{\text{bilis}} \cdot \frac{\mu_0 \cdot n}{R} \cdot i = 4,2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,6 = 2,52 \cdot 10^{-2} \text{ T}$
- $V_0 = \frac{|E|}{|B|} = \frac{8,364 \cdot 10^4}{2,52 \cdot 10^{-2}} = 3,32 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- $y = \frac{1}{2} E \cdot \frac{q}{m} \cdot \frac{x^2}{V_0^2}$

$$0,034 = \frac{1}{2} \cdot 8,364 \cdot 10^4 \cdot \frac{q}{m} \cdot \frac{0,0049}{11,0224 \cdot 10^{14}}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{0,068 \cdot 11,0224 \cdot 10^{14}}{8,364 \cdot 10^4 \cdot 0,0049} = 18,288 \cdot 10^{10} = 1,829 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{Kg}}$$

- $\frac{q}{m} = 1,829 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{Kg}}$

$$\text{Media dei valori} = \frac{1,767 \cdot 10^{11} + 1,449 \cdot 10^{11} + 1,517 \cdot 10^{11} + 1,829 \cdot 10^{11}}{4} = \frac{6,562 \cdot 10^{11}}{4} = 1,6405 \cdot 10^{11}$$

$$\text{Valore teorico} = 1,778 \cdot \frac{10^{11} \text{C}}{\text{Kg}}$$

$$\text{Scarto percentuale} = \frac{\text{valore massimo} - \text{valore minimo}}{\text{valore massimo}} \cdot 100 = \frac{1,778 \cdot 10^{11} - 1,6405 \cdot 10^{11}}{1,778 \cdot 10^{11}} \cdot 100 = 0,07$$

$$\text{Errore assoluto} = \sqrt{\frac{\frac{q}{m_1}^2 + \frac{q}{m_2}^2 + \frac{q}{m_3}^2 + \frac{q}{m_4}^2}{4} - \text{valor medio}^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{[(1,767)^2 + 1,449^2 + 1,517^2 + 1,829^2] \cdot 10^{22}}{4} - 1,6705^2 \cdot 10^{22}} = \sqrt{\frac{(3,122 + 2,099 + 2,301 + 3,345) \cdot 10^{22}}{4}}$$

$$= \sqrt{0,026 \cdot 10^{22}} =$$

$$= 0,161 \cdot 10^{11}$$

Valore sperimentale: $q/m = (1,6405 \pm 0,1610 \cdot 10^{11}) \text{ C/Kg}$

CONCLUSIONE

Dato che lo scarto percentuale è risultato sufficientemente basso e quindi accettabile, l'esperienza può considerarsi riuscita. Infatti sarebbe stato accettabile uno scarto percentuale fino al 50%.

Naturalmente nell'esperienza si sono riscontrati comunque degli errori dovuti oltre che all'imprecisione degli strumenti stessi anche al campo magnetico non perfettamente uniforme, e all'approssimazione delle misurazioni e dei calcoli effettuati.