Alessia Salandini
Yasmine Hamdouni
5°C
11/5/2019
Laboratorio di fisica del liceo

Misura sperimentale della dimensione frattale

Scopo

Misurare sperimentalmente il valore della dimensione frattale.

Materiali

1. Sfere in acciaio (dimensioni diverse)
2. Carta d'alluminio
3. Bilancia elettronica (incertezza: ±0,01 g)
4. Calibro ventesimale (incertezza: ±0,05 cm)
5. Foglio elettronico

Alessia Salandini
Yasmine Hamdouni
5°C
11/5/2019
Laboratorio di fisica del liceo

Premessa teorica

I frattali

Si dice frattale una grandezza che è auto somigliante. La fisica del caos si basa sul concetto di frattale.

Nei tempi più antichi della storia si riteneva che la Matematica fosse una disciplina indispensabile per interpretare i fenomeni naturali e per rappresentare le forme della natura. Riflettendo però su questa interpretazione del mondo sensibile sarebbe impossibile ridurre tutte le forme in cui si manifesta la natura nelle figure geometriche elementari (rette, cerchi, poligoni regolari). A risolvere questo problema è stato **Benoit Mandelbrot**[1] il quale, nel 1975, ha introdotto nuove figure geometriche in grado di riprodurre efficientemente la complessità della natura.
Il termine *frattale* , da lui coniato, deriva dal latino **fractus** (rotto, frazionato). I frattali sono infatti figure strane, molto frastagliate, granulose, a volte ramificate ed intricate, con tentacoli o protuberanze, proprio come le forme naturali.
In realtà, i frattali hanno una radice più antica. Agli inizi del XX secolo, alcuni matematici avevano progettato curve e figure molto strane che sconvolgevano le regole della Geometria classica e che violavano le caratteristiche di armonia considerate naturali per gli oggetti in campo scientifico, ad esempio una linea tutta spigoli **il merletto di Koch***,* una curva che dipanandosi un labirinto ricopre un quadrato *(*curve di Peano-Hilbert … *)*Queste strutture però non ottennero inizialmente alcun successo ma solo polemiche.
Contemporaneamente, nel mondo scientifico, cresceva l'esigenza di trovare un nuovo linguaggio, più duttile e potente, che fosse adeguato a descrivere la complessità della natura. La teoria frattale perciò è un ottimo esempio d'interazione dinamica fra matematica e realtà

Retta di regressione

È una funzione che stabilisce la miglior curva che approssima una serie di dati osservati forniti come punti.
gode della proprietà di rendere minima la somma dei quadrati degli scarti e per ottenerla è necessaria l'applicazione della statistica a calcoli quantitativi e qualitativi.

Curva di Koch

Il fiocco di neve di Koch è una particolare curva frattale costruita dal matematico Koch a partire dal merletto di Koch. Si tratta di una curva costruita sui lati di un triangolo equilatero. Su ciascuno dei lati del triangolo viene costruito il merletto di Koch.

- si considera un triangolo equilatero con il lato lungo 1 (fig 1) ;
- si divide ciascun lato in tre parti uguali e si costruisce sulla parte centrale di ogni lato un altro triangolo equilatero, esterno al triangolo iniziale (fig 2) ;
- si cancella la base dei nuovi triangoli, ottenendo la stella di fig 3;

[1]**Benoit Mandelbrot** nasce a Varsavia nel 1924. Dopo il diploma, all'*Ecole Polytechnique* di Parigi, ottiene una borsa di studio per il *California Institute of Technology*. Negli Usa, consegue un master in Aeronautica. Alla fine della guerra, torna a Parigi dove si laurea in Matematica.

Alessia Salandini
Yasmine Hamdouni
5°C
11/5/2019
Laboratorio di fisica del liceo

- si ripete la costruzione a partire dai lati della stella (fig 4) .

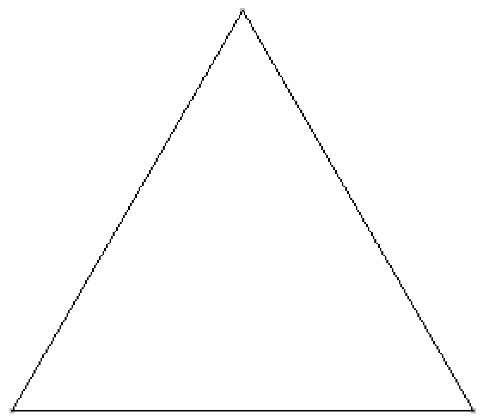


Fig. 1

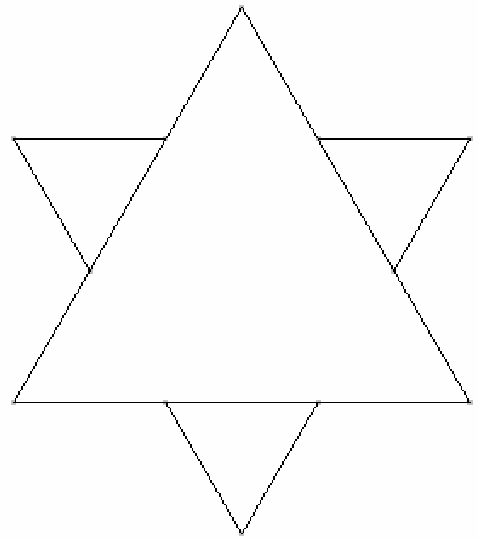


Fig. 2

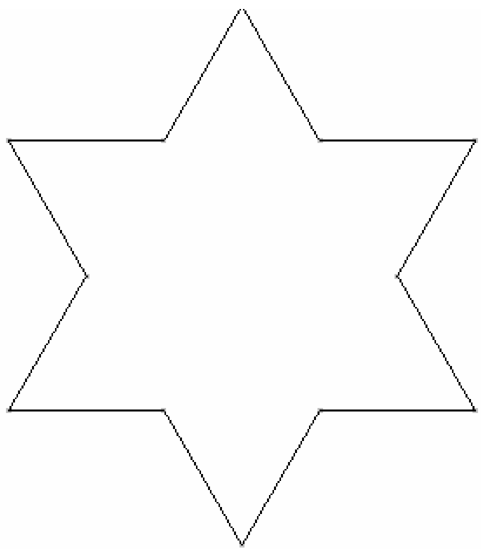


Fig. 3

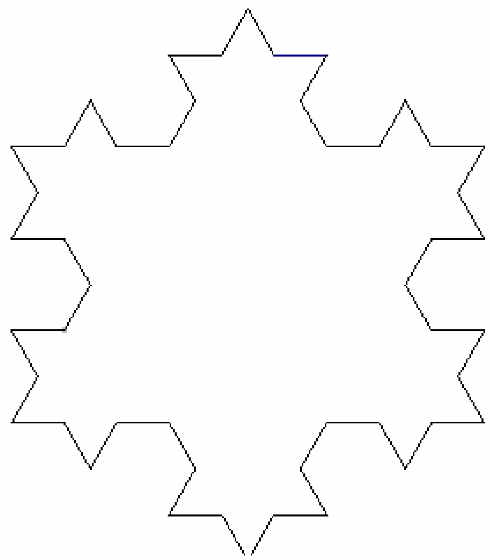
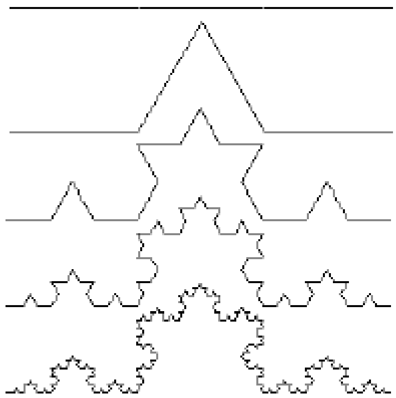


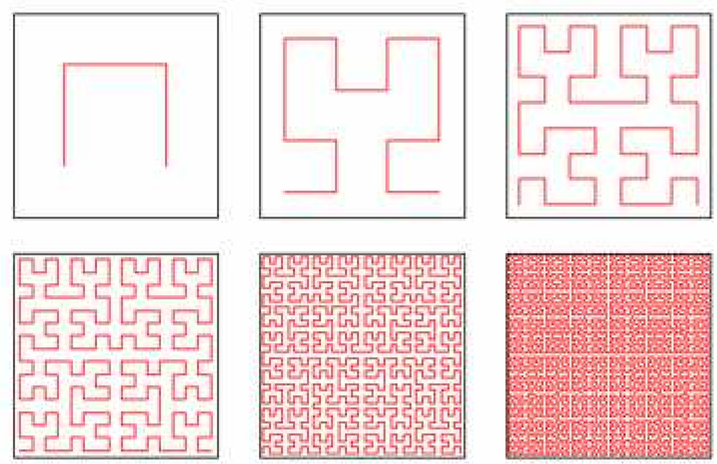
Fig. 4

Continuando a ripetere la costruzione "all'infinito", si ottiene la curva, detta curva di Von Koch.
In merito ai lati della figura, questi si possono esprimere mediante delle progressioni geometriche.

Alessia Salandini
Yasmine Hamdouni
5°C
11/5/2019
Laboratorio di fisica del liceo



curva di Koch



Curva di Peano-Hilbert

Universo frattale

Una delle tante teorie sulla natura geometrica dello spazio è rappresentata dalla cosmologia frattale. Si ritiene infatti chela geometria dell'universo, basandosi su leggi diverse da quelle classiche, possa costruirsi sul concetto di struttura frattale. Come già detto nella definizione di frattale, la caratteristiche che lo contraddistingue è l'auto somiglianza, un frattale si dice infatti auto somigliante, e questo concetto può essere applicato all'Universo stesso e che perciò avrà lo stesso aspetto a tutte le scale sotto una certa soglia.

Alessia Salandini
Yasmine Hamdouni
5°C
11/5/2019
Laboratorio di fisica del liceo

Procedimento

- Misurare con il calibro ventesimale il diametro delle sfere di acciaio
- Pesare le sfere di acciaio
- Con la carta stagnola creare 4 palline con dimensioni differenti
- Misurare con il calibro ventesimaleil diametro delle palline di alluminio di tre parti differenti e poi fare la media per ogni pallina
- Pesare le palline di alluminio
- Calcolare i valori richiesti dalla tabella
- Calcolare: valori medi, σ^2_x, σ^2_y, σ_{x*y},coefficiente di correlazione lineare, coefficiente di regressione e l'equazione della retta di regressione

Dati e la loro elaborazione

1° FASE

Nella tabella sottostante sono raccolti i dati che verranno successivamente utilizzati per i calcoli.

Bisogna ricordare che **lnr=x** e **lnm=y**.

I valori medi calcolati sono:

N° pallina	d (cm)	r (mm)	m (g)	lnr	lnm	x^2	y^2	x*y
1	3,010	15,050	111,56	2,711	4,715	7,352	22,227	12,783
2	2,210	11,050	44,61	2,402	3,798	5,772	14,424	9,124
3	1,335	6,675	10,02	1,898	2,305	3,604	5,311	4,375
4	1,205	6,025	6,98	1,796	1,943	3,225	3,775	3,490

- x_{media}= 2,202
- y_{media}= 3,190
- x^2_{media}=4,988
- y^2_{media}=11,434
- $x*y_{media}$=7,443

Le formule che abbiamo utilizzato per trovare i seguenti valori sono:

$$\sigma^2 x = \frac{\sum i * x^2 i}{N} - x^2 medio$$
$$\sigma y = \frac{\sum i * y^2 i}{N} - y^2 medio$$
$$\sigma(x * y) = \frac{\sum i * xi * yi}{N} - x\,medio * y\,medio$$

I valori trovati sono:
- σ^2_x=0,139
- σ^2_y=1,2579
- σ_{x*y}=0,4186

Le formule che abbiamo utilizzato per trovare ρ (coefficiente di correlazione lineare), m (coefficiente di regressione) e l'equazione della retta di regressione sono:

Alessia Salandini
Yasmine Hamdouni
5°C
11/5/2019
Laboratorio di fisica del liceo

$$\rho = \frac{\sigma(\mathbf{x} * \mathbf{y})}{\boldsymbol{\sigma}\mathbf{x} * \boldsymbol{\sigma}y}$$

$$m = \frac{\sigma(\mathbf{x} * \mathbf{y})}{\boldsymbol{\sigma}^2 y}$$

$$y - y\ medio = m * (x - x\ medio)$$

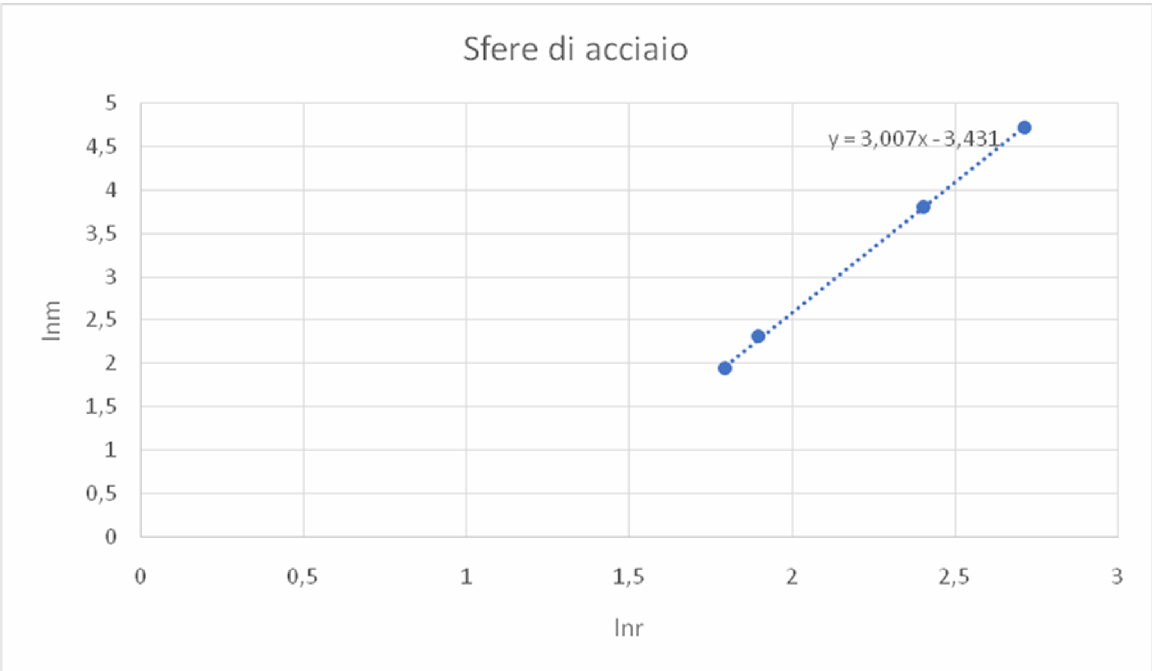
Applicando le formule precedenti i valori trovati sono:

$$m = \frac{0{,}4186}{0{,}139} = 3{,}012$$

$$\rho = \frac{0{,}4186}{\sqrt{0{,}139} * \sqrt{1{,}2579}} = 1{,}00$$

$$y - 3{,}190 = 3{,}012 * (x - 2{,}202)$$

$$y = 3{,}012x - 3{,}442$$



2° FASE

Applichiamo lo stesso procedimento della prima fase, utilizzando le stesse formule per eseguire gli stessi calcoli i cui valori sono riportati nella seguente tabella e nei seguenti elenchi puntati:

N° pallina	d (cm)	r (mm)	m (g)	lnr	lnm	x^2	y^2	x*y
1	2,203	11,017	0,040	2,399	-3,219	5,757	10,361	-7,723
2	1,687	8,433	0,020	2,132	-3,912	4,546	15,304	-8,341
3	1,207	6,033	0,010	1,797	-4,605	3,230	21,208	-8,277
4	0,870	4,350	0,004	1,470	-5,521	2,161	30,487	-8,118

Alessia Salandini
Yasmine Hamdouni
5°C
11/5/2019
Laboratorio di fisica del liceo

I valori medi sono:

- x_{media}= 1,950
- y_{media}= -4,314
- x^2_{media}=3,924
- y^2_{media}=19,340
- $x*y_{media}$= -8,115

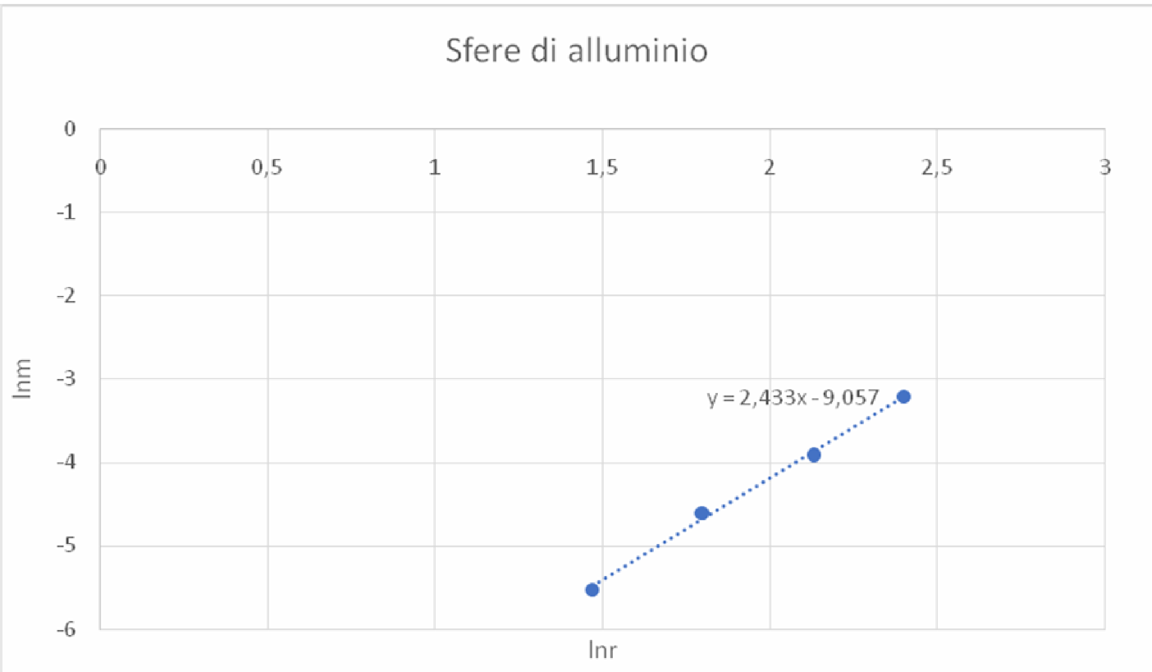
I valori di σ sono:

- σ^2_x=0,122 → σ_x=0,349
- σ^2_y=0,729 → σ_y=0,854
- σ_{x*y}=0,297

$$m = \frac{0,297}{0,122} = 2,434$$

$$\rho = \frac{0,297}{0,349 * 0,854} = 0,996$$ → *100 = 99,6%

$$y + 4,314 = 2,434(x - 1,950)$$
$$y = 2,434x - 9,06$$



onclusione

Grazie a questa esperienza abbiamo studiato e riprodotto delle figure frattali. La nostra esperienza ha avuto successo in quanto:

- La misura del coefficiente di correlazione lineare delle sfere di alluminio è compreso tra -1 e 1. Inoltre, siccome il valore calcolato è si avvicina molto a 1, allora la correlazione si avvicina a quella lineare. Mentre per quanto riguarda il valore del coefficiente di correlazione lineare delle sfere di acciaio è esattamente 1 quindi la correlazione è perfettamente lineare.

- L'equazione della retta di regressione delle sfere di alluminio, e quindi il valore del coefficiente di regressione, sono molto simili a quelli trovati nel grafico. Lo stesso vale anche per le sfere di acciaio.

Gli errori in questa esperienza posso derivare da una scorretta lettura del calibro ventesimale. Quindi, abbiamo verificato che le sfere di acciaio sono dei frattali perfetti, mentrele sfere di alluminio si avvicinano molto a dei frattali perfetti.

Fonti

http://matematica.unibocconi.it/articoli/natura-frattale#due

http://www.frattali.it/fioccokoch.htm

http://www.fmboschetto.it/tde4/frame.htm

https://www.google.com/search?q=curva+di+koch&rlz=1C1CAFB_enIT682IT682&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiXq7r6h6PiAhWCZVAKHWn0A3EQ_AUIDigB&biw=1366&bih=657#imgrc=HC8WLNX3YdG_JM: immagine curva di Koch

https://areeweb.polito.it/didattica/polymath/htmlS/argoment/APPUNTI/TESTI/Apr_04/APPUNTI.HTM

https://www.google.com/search?q=curva+di+peano&rlz=1C1CAFB_enIT682IT682&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjOxoGrjKPiAhVCZ1AKHZolAwcQ_AUIDigB&biw=1366&bih=657#imgrc=F_zWKlupH3KEDM: curva di Peano

http://www.fmboschetto.it/lavori_studenti/lavori_fisica_studenti/Dim_frattale_FB.pdf