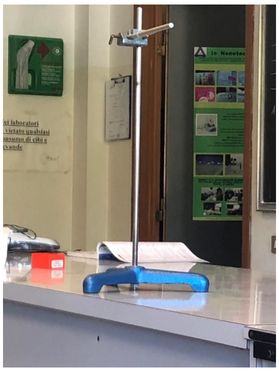
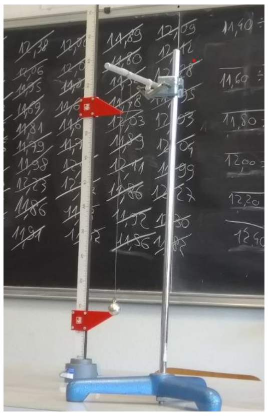
Realizzazione di una distribuzione statistica di valori sperimentali e calcolo degli errori

Peruzzotti Mattia, 1ª A
28/09/2020
Laboratorio di fisica n°1 del Liceo Viale dei Tigli “Leonardo da Vinci” di Gallarate

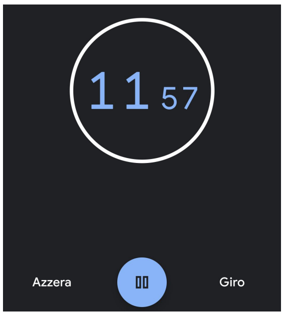
Scopo: **Misurazione del periodo di oscillazione di un pendolo tramite una gaussiana e valutazione dell’errore assoluto, relativo e percentuale**

Materiale Utilizzato:





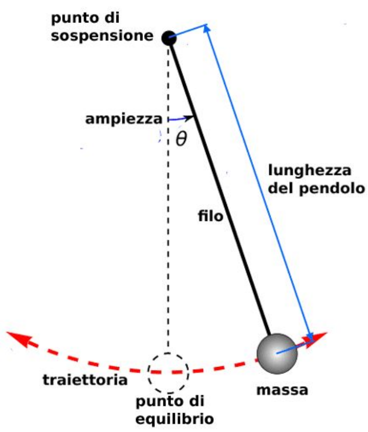
1. Pendolo formato da:
   1. Treppiede
   2. Morsa appesa ad un’asta orizzontale
   3. Massa → Pallina



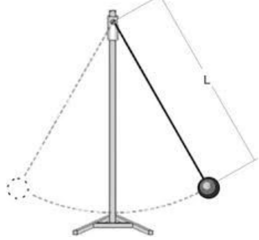
2. Telefono (cronometro) → Strumento di misura

3. Asta Millimetrata → Per misurare la lunghezza tra baricentro della pallina e mezzadria dell’asta (sebbene per questo esperimento non ci servirà)

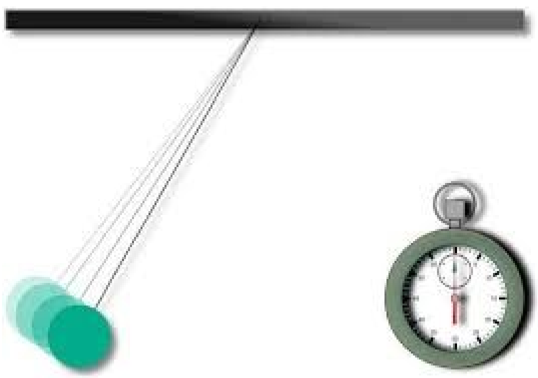
Premessa Teorica



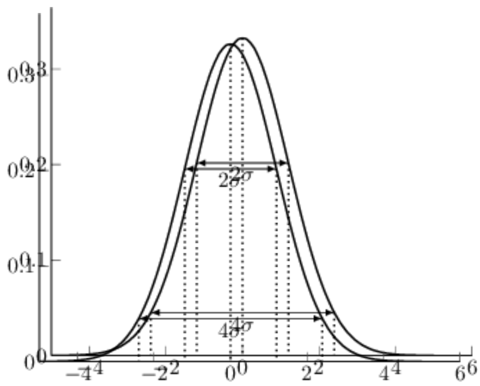
Il pendolo è costituito da una massa appesa ad un filo. La massa è soggetta all'attrazione gravitazionale e risulta fissata con il filo ad un’asta di ferro su un treppiede (supporto metallico che poggia su tre aste di ferro).
Il periodo di oscillazione del pendolo è l’intervallo di tempo (T) impiegato dalla massa (m) a compiere un’oscillazione intera (andata e ritorno). La durata di oscillazione cambia al variare della lunghezza e della gravità a cui è sottoposto lo strumento.
Le leggi della durata del periodo di oscillazione del pendolo dicono che le oscillazioni sono complanari e che il periodo delle *piccole oscillazioni* è costante (si parla dell’isocronismo: la durata del periodo, al variare dell’ampiezza delle oscillazioni rimane sempre la stessa). Seppur la durata delle piccole oscillazioni dovrebbe rimanere la medesima, l’esperimento che si realizzerà consentirà di approfondire il significato dell’errore nelle misurazioni fisiche e, nel caso concreto, nella misurazione del tempo di oscillazione.



Per la nostra indagine abbiamo usato i <u>cronometri</u> dei nostri cellulari come strumento di misura, essi hanno una sensibilità di 1/10 di secondo.
Ogni strumento di misura ha due caratteristiche principali: la <u>sensibilità</u> (la misura più piccola che lo strumento può misurare) e la <u>portata</u> (la misura più grande che lo strumento può misurare). A causa della sensibilità e della portata, le misurazioni possono avere degli **<u>errori</u>**: essi possono essere <u>sistematici</u> (essi dipendono dallo strumento o dallo sperimentatore che compie l'esperimento) oppure <u>casuali</u> (cioè inevitabili).
Ogni misurazione che si compie è, quindi, imprecisa a causa della sensibilità dello strumento e delle cifre infinite. È impossibile ottenere una misura esatta, quindi, ad ogni misurazione, è associata un'incertezza (o errore). L'incertezza di una misura si esprime con una grandezza (x), un valore medio ($\bar{x}$) ed un'incertezza (Δx) o <u>errore assoluto</u> (εa). Quando si misura una grandezza (x) una volta sola [non nel nostro caso], il valore $\bar{x}$ corrisponde alla risposta fornita dallo strumento, mentre l'errore assoluto εa è uguale alla sensibilità dello strumento utilizzato.



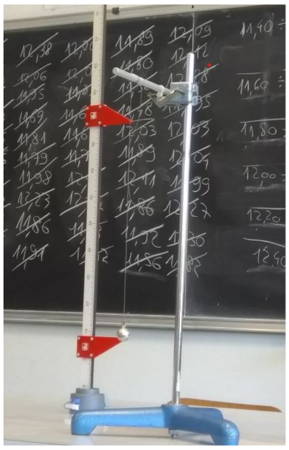
Nel caso, invece, lo sperimentatore abbia misurato più volte una grandezza, il valore medio corrisponde alla media delle misure ottenute mentre l'errore assoluto (εa) o l'incertezza Δx di più misure si calcola tramite la semidispersione massima (la metà dell'ampiezza del range) tra tutte le misure, cioè, la metà della differenza tra il valore più alto ottenuto e il valore più basso ottenuto ($\varepsilon a = e = \frac{Xmax - Xmin}{2}$).
Errore assoluto = $\varepsilon a = e = \frac{Xmax - Xmin}{2}$ **.**
La grandezza fisica misurata, quindi, può essere un numero qualunque che è compreso tra il valore medio e l'errore assoluto, esso si indica quindi con il segno **±** (più o meno) ed il risultato è: $x = \bar{x} \pm \varepsilon a$. Per verificare la precisione di una misurazione si fa ricorso all'utilizzo dell'errore relativo (εr); esso si calcola tramite il rapporto tra l'errore assoluto (o incertezza Δx) e la grandezza misurata, cioè: $\varepsilon r = \frac{\varepsilon a}{x}$.
Errore Relativo = $\varepsilon r = \frac{\varepsilon a}{x}$ **.**
Dall'errore relativo si può ricavare l'errore (o incertezza) percentuale: $\varepsilon\% = (\varepsilon r \times 100)\%$. Da questo capiamo che è più precisa una misura con l'errore relativo minore.
Errore Percentuale $= \varepsilon\% = (\varepsilon r \times 100)\%$ **.**
Quando si parla di indagine statistica è opportuno misurare la media e la moda. La media è l'operazione che ci permette di calcolare il valore medio ($\bar{x}$); la moda, invece, è il valore che viene ripetuto più volte durante un'indagine.
I dati raccolti vengono organizzati su in una tabella formata dalla frequenza assoluta (il numero di volte che un certo numero è comparso nelle nostre indagini), la frequenza relativa (il numero totale dei valori diviso per la frequenza assoluta) e la frequenza percentuale (frequenza relativa per 100). I dati vengono rappresentati anche tramite un grafico, nel nostro caso un istogramma (ossia un tipo di diagramma cartesiano funzionale a rappresentare una distribuzione in classi di un determinato carattere) nel quale è possibile distinguere sull'asse delle ordinate le frequenze assolute, mentre, sull'asse delle ascisse i valori delle misurazioni.



Rappresentando i propri dati su questo grafico è probabile che in alcuni esperimenti le colonne centrali siano più alte (maggiore frequenza) rispetto a quelle laterali, questo significa che si è creata una linea del caso chiamata **gaussiana** o Linea di Gauss (dal nome del matematico tedesco Carl Friedrich Gauss). In essa si rappresenta qualunque misura casuale e variabile. La linea di Gauss, quindi, descrive la rappresentazione di dati sperimentali, ossia la forma che tende ad assumere l'istogramma creato.

Esecuzione dell'esperienza

1.Come prima cosa abbiamo creato il nostro strumento: il pendolo. Abbiamo posizionato, attraverso una morsa, un'asta orizzontale appesa ad un elemento verticale basato su un treppiede e abbiamo fissato, tramite un filo, la pallina (che forma la massa del pendolo) all'asta orizzontale.



2.Una volta creato lo strumento abbiamo misurato tramite un'asta millimetrata (che ha sensibilità di 1 millimetro e portata di 1 metro) la lunghezza tra il baricentro della pallina e la mezzadria dell'asta, cioè 39,3 cm [questa misura nel nostro esperimento non ci servirà].

3.Una volta compreso quando il periodo di oscillazione inizia e termina, tramite i cronometri dei nostri cellulari, siamo stati in grado di misurare al meglio il periodo di oscillazione del pendolo, il cronometro partiva quando il pendolo cominciava ad oscillare, si bloccava, dopo un'intera oscillazione (che comprende andata e ritorno). Abbiamo misurato più volte l'oscillazione in modo da raccogliere abbastanza dati su cui lavorare (abbiamo raccolto 50 misure). Ognuno ha cercato di misurare al meglio la durata (sperando di non aver commesso errori sistematici), sebbene sappiamo che nessuna misura è risultata precisa a causa degli errori casuali.

4.Dopodichè abbiamo raccolto i dati e li abbiamo elaborati.

Dati ed Elaborazione

Abbiamo raccolto dal nostro esperimento 50 dati sul periodo di oscillazione, ripetendo la misurazione più volte. I dati sono compresi tra 11,48 ÷ 12,55 secondi.

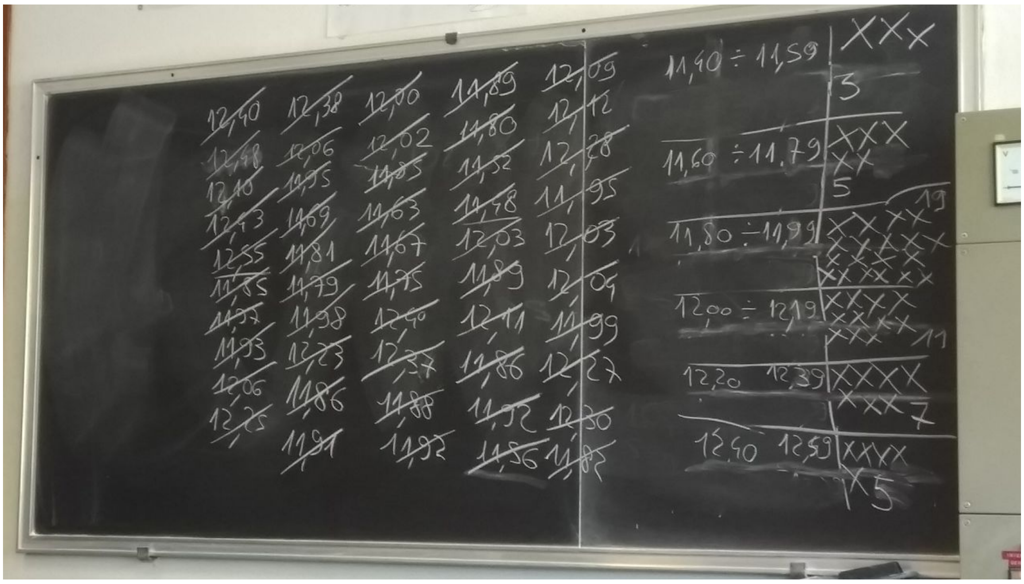
Le misure ricavate messe in ordine di grandezza sono: 11,48; 11,52; 11,56; 11,63; 11,67; 11,69; 11,75; 11,79; 11,80; 11,81; 11,82; 11,85; 11,85; 11,86; 11,86; 11,88; 11,89; 11,89; 11,91; 11,92; 11,92; 11,93; 11,95; 11,95; 11,97; 11,98; 11,99; 12,00; 12,02; 12,03; 12,03; 12,04; 12,06; 12,06; 12,09; 12,10; 12,11; 12,12; 12,23; 12,25; 12,27; 12,28; 12,30; 12,37; 12,38; 12,40; 12,40; 12,43; 12,48; 12,55.

Raccolti tutti i dati ci siamo resi conto che elaborare 50 misure in un istogramma risultava complicato e disordinato, così abbiamo deciso di suddividere i nostri risultati in 6 fasce che comprendono ognuna valori di 0,19 unità.

Le fasce che abbiamo creato sono: 11,40 ÷ 11,59; 11,60 ÷ 11,79; 11,80 ÷ 11,99; 12,00 ÷ 12,19; 12,20 ÷ 12,39; 12,40 ÷ 12,59.

[Sono evidenziati dello stesso colore le misure che appartengono alla stessa fascia].

Esse sono raffigurate nella foto e nella tabella sottostante.



Misure	Frequenza Assoluta	Frequenza Relativa	Percentuale (%)
11,40 ÷11,59	3	0,06	6%
11,60÷11,79	5	0,1	10%
11,80÷11,99	19	0,38	38%
12,00÷12,19	11	0,22	22%
12,20÷12,39	7	0,14	14%
12,40÷12,59	5	0,1	10%
Totale	50	1	100

Ogni volta che si prendono in considerazione i dati è opportuno calcolarne la media e la moda.

La **moda**, in questo esperimento, non corrisponde ad un numero solo, perché nessun numero (prescindendo dalle singole classi in cui successivamente sono stati raggruppati) ha una frequenza assoluta maggiore di 2. Quindi, la moda dell'indagine può essere: 11,85 (freq. assoluta = 2); 11,86 (freq. assoluta = 2); 11,89 (freq. assoluta = 2); 11,92 (freq. assoluta = 2); 11,95 (freq. assoluta = 2); 12,03 (freq. assoluta = 2); 12,06 (freq. assoluta = 2); 12,40 (freq. assoluta = 2).

Nel caso invece noi volessimo sapere la moda dei valori suddivisi in fasce e riportati nella tabella, possiamo capire che: la **moda**=**11,80** ÷ **11,99**, il valore ripetuto più volte.

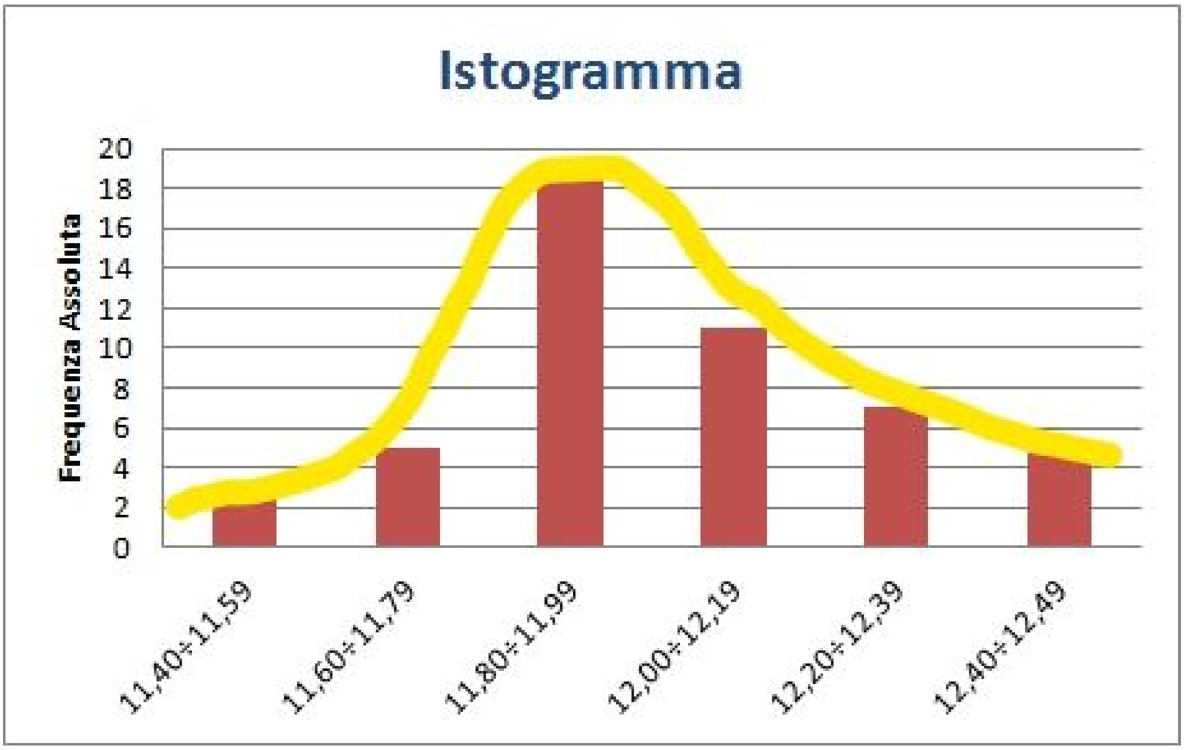
La **media** = del nostro esperimento si calcola sommando tutti e 50 i valori raccolti per poi dividerli per il numero totale (50).
(11,48+11,52+11,56+11,63+11,67+11,69+11,75+11,79+11,80+11,81+11,82+11,85+11,85+
11,86+11,86+11,88+11,89+11,89+11,91+11,92+11,92+11,93+11,95+11,95+11,97+11,98+
11,99+12,00+12,02+12,03+12,03+12,04+12,06+12,06+12,09+12,10+12,11+12,12+12,23+
12,25+12,27+12,28+12,30+12,37+12,38+12,40+12,40+12,43+12,48+12,55)/50=
600,12/50= 11,525 ⇒ **12,0024** secondi

[$\frac{600{,}12}{50} = 12{,}0024 \Rightarrow 12{,}00$ **]**

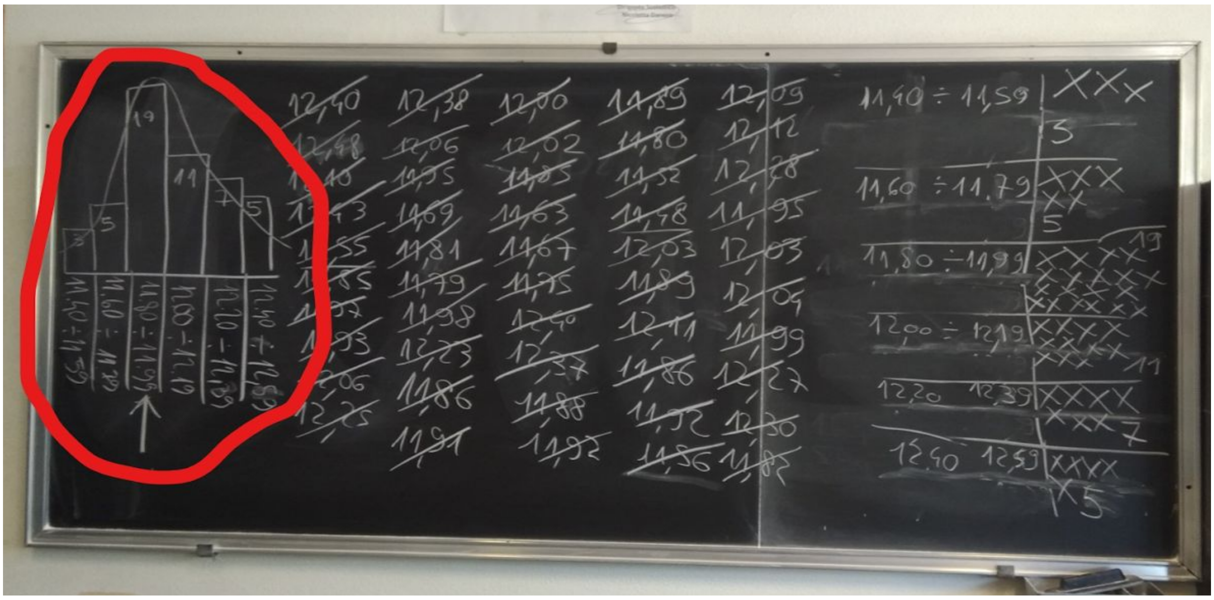
Quando si analizzano dei dati (raccolti tramite un esperimento) essi vanno elaborati tramite un grafico. I valori ordinati in una tabella o in un grafico danno un'idea più precisa del risultato della propria indagine.

Per visualizzare i dati sperimentali raccolti è opportuno creare un istogramma; sull'asse delle ascisse vanno inseriti le misure (i tempi misurati); mentre, sull'asse delle ordinate, si inseriscono le frequenze assolute delle misure ricavate (il numero dei dati).

Possiamo notare che le colonne centrali dell'istogramma sono risultate più alte rispetto a quelle laterali (o esterne). Quindi, tracciando una linea che passa per i vertici maggiori dei rettangoli che formano l'istogramma, notiamo che si forma una linea che assume un andamento assimilabile ad una gaussiana, detta anche linea del caso. Nel nostro grafico non è accentuatissima, ma, se ripetessimo l'esperimento per molte altre volte vedremmo che il risultato non cambia, ossia la distribuzione mantiene l'andamento rilevato, e che la linea del caso, gaussiana, assume sempre più una forma compiuta avvicinandosi al modello teorico.



[La media dei valori (12,00) si colloca tra le fasce 11,80 ÷ 11,99 e 12,00 ÷ 12,19]



Constatato che l'esperimento effettuato ha come risultato una linea del caso, possiamo procedere al calcolo delle incertezze per scoprire il reale risultato della nostra indagine.

Per esprimere l'incertezza di una misura (il risultato finale) bisogna conoscere il valore medio $\bar{x}$ ed l'errore assoluto εa (o incertezza assoluta Δx).
Il valore medio (che abbiamo calcolato in precedenza) $\bar{x}$ = 12,00 secondi.
Per calcolare, invece, l'errore assoluto, bisogna far ricorso all'utilizzo della semidispersione massima (perché la nostra indagine ha portato alla raccolta di più dati e quindi l'errore assoluto coincide con la semidispersione massima). Sapendo che la formula per calcolare la semidispersione massima è $e = \frac{Xmax - Xmin}{2}$.
Possiamo dire che l'errore assoluto $\varepsilon a = \frac{12{,}55 - 11{,}48}{2} = \frac{1{,}07}{2} = 0,53$ secondi

<u>Errore Assoluto</u> εa = 0,53 secondi
<u>Valore medio</u> $\bar{x}$ = 12,00 secondi

Quindi il risultato è = **(12,00 ± 0,53) secondi**

Infine possiamo calcolare l'errore relativo εr e l'errore percentuale $\varepsilon\%$.
Sapendo che l'errore relativo si calcola $\varepsilon r = \frac{\varepsilon a}{x}$ e l'errore percentuale $\varepsilon\% = (\varepsilon r \times 100)\%$

<u>Errore relativo</u> $\varepsilon r = \frac{0{,}53}{12{,}00} = 0,04$

<u>Errore percentuale</u> $\varepsilon\% = 0,04 \cdot 100 = 4\%$

Conclusioni
L'esperienza svolta ci ha permesso di capire che ogni misura è imprecisa e, quindi, affetta da errori; essi possono essere casuali o sistematici. Anche i dati raccolti, perciò, hanno degli errori o incertezze calcolabili (l'errore assoluto, relativo e percentuale); questi valori, vengono

rappresentati in un istogramma che prende la forma di una linea di Gauss (gaussiana, linea del caso), questo perché i valori raccolti sono variabili e casuali.
Abbiamo anche dimostrato la validità delle formule che ci permettono di calcolare l’errore assoluto, l’errore relativo e l’errore percentuale.
L’esperimento ci ha permesso di capire il funzionamento, il metodo di calcolo e la rappresentazione dei diversi casi di errori e della Linea di Gauss.