

# VERIFICA SPERIMENTALE DELLE LEGGI DEL MOTO PARABOLICO

Magnani Sveva

Laboratorio di fisica, 7/06/2022

## MATERIALI

- Cannone e caricatore
- Pallina
- Filo di piombo
- Flessometro
- Carta carbone
- Foglio



cannone, pallina e [filo di piombo](#)

## PREMESSA TEORICA

Durante questa esperienza di laboratorio abbiamo voluto osservare e verificare le leggi del moto parabolico.

Il moto parabolico è il moto proprio di tutti quegli oggetti (solitamente di forma sferica) che descrivono una parabola o un arco di parabola. Data la particolarità di questo moto, che si dice essere un moto composto, perché, come vedremo più avanti è composto da un moto rettilineo uniforme e da uno uniformemente accelerato, esiste una particolare scienza che si occupa di studiarlo: la balistica. E, come tutti i moti che abbiamo studiato fino ad ora, anche esso ha le proprie leggi e formule.

Come già accennato, questo moto è tipico degli oggetti che descrivono una parabola o una sua porzione e perché esso avvenga, il moto ha una componente verticale ( $y$ ) e una componente orizzontale ( $x$ ); ovvero le componenti di cui necessitiamo per riportare una parabola su un piano cartesiano.

Detto questo, quando noi da una determinata altezza lanciamo orizzontalmente un oggetto, esso descriverà una parabola fino a toccare terra perché ci sarà la forza di gravità ad attirarlo verso il basso e contemporaneamente la forza orizzontale, che gli abbiamo impresso noi al momento del lancio, a “spingerlo” lontano dal punto di partenza. Per questo motivo la velocità del corpo sarà scomponibile nella sua componente orizzontale e in quella verticale. Il moto orizzontale sarà un MRU in quanto la velocità rimarrà costante, mentre il moto verticale sarà un MRUA in quanto subirà l’accelerazione gravitazionale.

Concludendo quindi che il moto di questo oggetto (tipicamente un proiettile) è un moto ottenuto dalla sovrapposizione di un MRU orizzontale e di un MRUA verticale, per calcolare la traiettoria di un proiettile dovremo mettere a sistema le due leggi orarie in questo modo

$$\begin{cases} x = V_0 \cdot t \\ y = h - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

e sostituendo  $t^2$  nella seconda equazione con la formula inversa di  $t$  (che otteniamo dalla prima equazione), possiamo ottenere l’equazione della traiettoria, ovvero

$$y = h - \frac{g}{2V_0^2}x^2$$

Grazie a questa formula, possiamo calcolare la gittata del proiettile (ovvero la distanza percorsa durante il moto) mettendo a sistema l’equazione della traiettoria e l’equazione dell’asse  $x$

$$\begin{cases} y = h - \frac{g}{2V_0^2} x^2 \\ y = 0 \end{cases}$$

e risolvendo il sistema per trovare x (ovvero la gittata) otterremo la seguente formula

$$G = \sqrt{\frac{2V_0^2 h}{g}}$$

Ottenuta la gittata, possiamo servirci di essa, per esempio, per calcolare il tempo di volo del proiettile dividendo il valore ottenuto per la velocità del proiettile durante il tragitto ( $V_0$ )

$$t_{volo} = \frac{g}{V_0}$$

Mentre il tempo di volo può esserci utile per calcolare la velocità di impatto ( $V_i$ ), che troviamo utilizzando il teorema di pitagora con le componenti x e y della velocità in questo modo

$$V_x = V_0$$

$$V_y = -g t_{volo}$$

$$V_i = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

Tutte queste considerazioni valgono quando il corpo riceve una spinta orizzontale da una determinata altezza, ma quando il proiettile è sparato verso l'alto con una determinata inclinazione rispetto al terreno, le leggi utilizzate finora subiscono delle leggere variazioni causate dal fatto che il proiettile descrive un'intera parabola.

L'angolo ( $\alpha$ ) che determina l'inclinazione della traiettoria è detto angolo di alzo e perciò per esprimere l'inclinazione con cui è stato emesso un oggetto si dice, per esempio, che la misurazione è stata effettuata con alzo ..°(30°,4°...).

Tra le variazioni che avvengono quando si lavora con un alzo differente da 0 possiamo notare che per calcolare le componenti di  $V_0$  si utilizzano il seno e il coseno dell'angolo di alzo in questo modo:

$$V_{0x} = V_0 \cos \alpha$$

$$V_{0y} = V_0 \sin \alpha$$

Successivamente le leggi orarie del sistema per calcolare la traiettoria diventeranno

$$\begin{cases} x = V_{0x} \cdot t \\ y = V_{0y} - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

e sviluppandolo, otterremo la seguente equazione della traiettoria (durante lo svolgimento  $V_{0x}$  e  $V_{0y}$  sono state sostituite con la loro formula riportata in precedenza)

$$y = x \tan \alpha - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha}$$

Come visto quando l'alzo è pari a 0, anche in questi casi per calcolare la gittata è sufficiente mettere a sistema la formula sovrastante con quella dell'asse x e svolgendo i conti otterremo le seguenti formule

$$G = \frac{V_0^2}{g} \sin 2\alpha$$

Oppure

$$G = \frac{2V_{0x} \cdot V_{0y}}{g}$$

e possiamo utilizzare il risultato ottenuto da una delle due sia per calcolare il tempo di volo che per trovare il punto sull'asse x a cui corrisponde il vertice della parabola

$$t_{volo} = \frac{G}{V_{0x}}$$

$$vertice = \frac{G}{2}$$

A questo punto possiamo utilizzare il tempo di volo per calcolare la velocità di impatto in questo modo

$$V_x = V_{0x}$$

$$V_y = V_{0y} - (g t_{\text{volo}})$$

$$V_i = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

oppure possiamo servirci del vertice per calcolare l'altezza massima (indicata con  $y$  nell'equazione sottostante) della parabola descritta dal proiettile inserendo il valore ottenuto ( $v$ ) all'interno dell'equazione della traiettoria in questo modo

$$y = v \tan \alpha - \frac{1}{2} g \frac{v^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha}$$

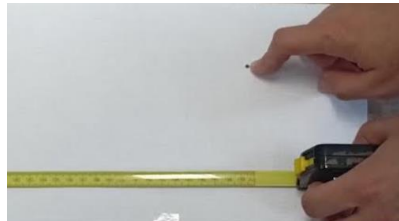
Durante questa esperienza, con lo scopo di verificare la veridicità delle leggi sopra enunciate, le abbiamo utilizzate inizialmente per calcolare la velocità con cui il cannone emetteva le palline ( $V_0$ ) e successivamente ci siamo serviti delle formule utilizzabili quando l'alzo è differente da 0 per verificare il primo risultato ottenuto. Infatti, nonostante l'intera esperienza si sia svolta nell'ambito degli errori sperimentali, per poter considerare l'esperienza riuscita i valori della gittata ottenuti dai nostri conti dovranno coincidere con i valori da noi misurati.

### ESECUZIONE DELL'ESPERIENZA

Per verificare le leggi del moto parabolico, abbiamo iniziato prendendo un cannone con la possibilità di scegliere quale tra i tre calibri possibili utilizzare, impostando il secondo calibro e fissandolo ad un banco. A questo punto, servendoci del caricatore abbiamo inserito una pallina di metallo (ovvero il nostro proiettile) nella canna del cannone e abbiamo iniziato le nostre misurazioni. Innanzitutto, abbiamo regolato il cannone in modo che fosse parallelo al banco (quindi con alzo pari a  $0^\circ$ ) e abbiamo misurato con un flessometro la distanza da terra al foro del cannone, risultata di 84,3 cm. A questo punto abbiamo posto sul pavimento, perpendicolarmente al foro del cannone, una gomma per segnare il punto da cui avremmo dovuto iniziare la misurazione della gittata. Posta la gomma abbiamo proceduto compiendo un primo sparo e successivamente abbiamo ricoperto l'area in cui era caduto il proiettile, con un foglio di carta sovrapposto da un foglio di carta carbone. In questo modo durante gli spari successivi il proiettile, colpendo la carta carbone, avrebbe lasciato il segno sul foglio sottostante, permettendoci di misurare la gittata (distanza dalla gomma al centro della sagoma del proiettile). Abbiamo quindi compiuto tre misurazioni ottenendo i seguenti valori: 2m, 1,99m e 1,97m che utilizzeremo successivamente per ottenere la gittata media. (è stato necessario compiere più misurazioni per ogni parte dell'esperienza poiché lavorando nell'ambito degli errori sperimentali abbiamo dovuto cercare di ridurre l'errore).



Cannone con pallina, alzo  $0^\circ$



misurazione gittata



foglio con carta carbone

A questo punto abbiamo agganciato il cannone al bancone del laboratorio e utilizzando il filo di piombo attaccato ad esso, abbiamo regolato l'inclinazione del cannone in modo che l'angolo di alzo fosse di  $30^\circ$ . Come nella parte precedente dell'esperienza abbiamo posizionato il foglio di carta

carbone sopra un foglio bianco e abbiamo compiuto tre misurazioni della gittata, misurando sempre la distanza tra il centro della sagoma e la proiezione del foro del cannone; ottenendo le seguenti misurazioni: 2,03 m; 2,05m e 2,03 m



Cannone con pallina, alzo 30°



segni lasciati dal proiettile al termine delle 3 prove

Infine, abbiamo compiuto un'unica misurazione della gittata del cannone con alzo di 45° (esclusivamente per problemi di tempo) e abbiamo ottenuto una gittata pari a 2,28m che dovrebbe corrispondere alla gittata massima del cannone in quanto quando l'alzo è pari a 45° la gittata è massima.

Avendo ottenuto tutti i dati necessari li abbiamo utilizzati per calcolare  $V_0$  e successivamente le gittate con alzo 30° e 45° per poi confrontare i due risultati ottenuti con i valori misurati.

### ELABORAZIONE DEI DATI

Per sviluppare ciò che riportato nelle ultime righe dell'esecuzione dell'esperienza, abbiamo dovuto iniziare i nostri conti, calcolando la gittata media del cannone con alzo pari a 0°.

$$G_{media} = \frac{2 + 1,99 + 1,97}{3} = 1,99 \text{ m}$$

A questo punto abbiamo inserito i seguenti dati

$$G_{media} = 1,99 \text{ m}$$

$$h = 0,843 \text{ m}$$

nella formula inversa di quella della gittata, in modo da poter calcolare  $V_0$ .

$$G = \sqrt{\frac{2V_0^2 h}{g}} \rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{G^2 g}{2h}}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{(1,99)^2 \cdot 9,8}{2(0,843)}} = 4,79 \text{ m/s}$$

Ottenuta quindi la velocità con cui il proiettile ha compiuto il suo tragitto, dobbiamo verificare la correttezza del risultato ottenuto e di conseguenza la correttezza della formula.

Per fare ciò dobbiamo prendere in considerazione le due esperienze successive e scomponendo  $V_0$ , inserire le due componenti nella formula sottostante e verificare che il valore dello scarto percentuale sia il più basso possibile.

$$G = \frac{2V_{0x} \cdot V_{0y}}{g}$$

#### ALZO 30°

$$G_{media} = \frac{2,03 + 2,05 + 2,03}{3} = 2,04 \text{ m}$$

$$V_{0x} = 4,79 \cos 30^\circ = 4,15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{0y} = 4,79 \sin 30^\circ = 2,39 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$G = \frac{2 \cdot 4,15 \cdot 2,39}{9,8} = 2,024 \text{ m}$$

$$\text{Scarto \%} = \frac{2,040 - 2,024}{2,024} \cdot 100 = 0,79\%$$

ALZO 45°

$$G_{\text{misurata}} = 2,28 \text{ m}$$

$$V_{o_x} = 4,79 \cos 45^\circ = 3,39 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{o_y} = 4,79 \sin 45^\circ = 3,39 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$G = \frac{2 \cdot (3,39)^2}{9,8} = 2,35 \text{ m}$$

$$\text{Scarto \%} = \frac{2,35 - 2,28}{2,28} \cdot 100 = 3,07\%$$

### CONCLUSIONE

Al termine di questa esperienza di laboratorio durante la quale abbiamo potuto utilizzare un cannone e vedere a distanza ravvicinata l'effettiva descrizione di una parabola da parte di un proiettile in caso di moto parabolico, possiamo concludere di aver verificato le leggi enunciate nella premessa teorica.

Avendo svolto tutti i conti, infatti, abbiamo ottenuto scarti percentuali bassissimi (pari allo 0,79% e al 3,07% nella parte di esperienza meno accurata a causa di mancanza di tempo) e considerando la presenza degli errori sperimentali l'esperienza può considerarsi riuscita.