VERIFICA DELLA PROPORZIONALITÀ QUADRATICA TRA GRANDEZZE FISICHE

Magnani Sveva

04-12-2020, in collegamento video con il laboratorio di fisica 1 della scuola

Materiale utilizzato

- Asta millimetrata dotata di due bandierine (per facilitare la lettura della misura)
- Treppiede
- Pendolo (fermato all'asta del treppiede tramite scotch)
- Cronometro del telefono


treppiede


asta millimetrata


pendolo appeso al treppiede

Premessa teorica

In questa esperienza di laboratorio volevamo verificare la proporzionalità quadratica tra la distanza del pendolo dall'asta del treppiede e il tempo impiegato da esso per compiere un'intera oscillazione (periodo del pendolo). Innanzitutto dobbiamo quindi chiarire il concetto di pendolo: il pendolo è una massa sospesa tramite un filo inestensibile e di dimensione trascurabile, che, come affermato nelle leggi sul pendolo di Galileo Galilei, compie oscillazioni complanari e isocrone. Per definizione noi sappiamo che $T= 2\pi \sqrt{l/g}$. In questa formula T è il periodo del pendolo, ovvero il tempo necessario al pendolo per compiere un'intera oscillazione avanti e indietro, π è un valore fisso che corrisponde approssimativamente a 3,14 ; l è la distanza tra il baricentro del pendolo e l'asta che lo sostiene, e g è anch'essa un valore fisso che corrisponde all'accelerazione di gravità ed equivale a 9,8 m/s^2. Ottenendo la formula inversa per calcolare l, osserviamo che la formula finale è l= (g/4π^2) x T^2 , dove quindi g/4π^2 rappresenta un valore costante. Avendo posto questi presupposti possiamo quindi dire che l=Kx T^2 . Da questa espressione noi possiamo quindi affermare che l sia direttamente proporzionale al quadrato di T , infatti due grandezze sono direttamente proporzionali tra loro quando K è uguale al quoziente delle due grandezze, e in questo caso K= l/T^2. Infine possiamo introdurre il concetto di proporzionalità quadratica, considerabile una variante della proporzionalità diretta. Infatti quando una grandezza (y) equivale alla costante per il quadrato dell'altra grandezza (x), esse sono direttamente proporzionali, cioè y α x^2 . Nella proporzionalità quadratica quando raddoppia x, quadruplica y e quindi in questo caso dove y=l e x=T, possiamo dire che la proporzionalità quadratica tra l e T equivale alla proporzionalità diretta tra l e T^2.

Le misure utilizzate in questo esperimento sono affette da errore, perciò durante i calcoli si deve tener conto della propagazione degli errori; quando si eseguono somme e sottrazioni gli errori si sommano sempre, mentre nel caso di moltiplicazioni e divisioni bisogna ricavare gli errori relativi, sommarli e riottenere l'errore assoluto e infine per l'elevamento a potenza l'errore relativo va moltiplicato per due, per poi ricavare l'errore assoluto relativo al risultato. L'ultimo aspetto da ricordare è che essendo misure affette da errore, entrambi i grafici (quello della proporzionalità quadratica rappresentante un arco di parabola, e quello della proporzionalità diretta raffigurante una semiretta uscente dall'origine), dovranno riportare su entrambi gli assi la misura centrale del range statistico ed entrambi gli estremi, e infine l'arco di parabola e la semiretta uscente dall'origine, dovranno intersecare i rettangoli d'errore ottenuti e non dei punti, come si sarebbe fatto se le misure non fossero state affette da errore.

Esecuzione dell'esperienza

In collegamento con il laboratorio di fisica 1 della scuola, la professoressa Demarchi svolgeva l'esperienza sotto le istruzioni del prof. Boschetto. Innanzitutto ha fissato il pendolo sul treppiede e utilizzando un asta millimetrata ha misurato la distanza tra l'asta del treppiede e il bancone che equivaleva a 47,4±0,1 cm e anche h0 ovvero la distanza tra baricentro del pendolo e il bancone. Ripetendo questa operazione cinque volte, aumentando sempre di più la distanza tra il baricentro del pendolo e il bancone, e, calcolando l che è uguale ad h-h0, abbiamo ottenuto i seguenti risultati

	h(cm)	h0 (cm)	l (cm)
1	47,4±0,1	9,8±0,1	37,6±0,2
2	47,4±0,1	16,9±0,1	31,1±0,2
3	47,4±0,1	23,0±0,1	24,4±0,2
4	47,4±0,1	29,6±0,1	17,8±0,2
5	47,4±0,1	36,4±0,1	11,0±0,2

Per ogni misurazione inoltre, prima di passare a quella successiva, la prof. Demarchi faceva compiere al pendolo 10 oscillazioni e noi dovevamo cronometrarle. Per ogni prova abbiamo preso in considerazione 10 misurazioni fatte e i valori registrati sono i seguenti

T(s) 1	T(s) 2	T(s) 3	T(s) 4	T(s) 5
12,99	11,78	9,9	8,41	7,4
12,12	11,61	10,45	8,61	6,93
12,5	11,27	9,78	8,75	7,9
13,18	11,93	10,15	9,07	8
13,07	11,66	11,18	8,44	6,67
13,25	11,22	10,07	9,17	8,01
12,27	11,8	10,03	8,85	6,58
13,13	11,6	9,78	8,82	6,81
12,56	11,45	10	8,73	7,73
13,04	11,86	10,3	8,6	6,91

(nella tabella a fianco alcune misure hanno meno cifre decimali, in quanto excel togliava gli zeri)

A questo punto abbiamo elaborato i dati ottenuti in modo da ricavare il tempo medio impiegato per compiere una singola oscillazione, costruire un grafico rappresentante la proporzionalità quadratica e uno quella diretta, e verificare se la lunghezza del pendolo fosse o meno direttamente proporzionale al quadrato del suo periodo di oscillazione

Elaborazione dei dati

Il primo passaggio è calcolare il tempo medio impiegato dal pendolo per compiere 10 oscillazioni, che si ottiene sommando tutti i valori di una colonna nella tabella sovrastante, e dividendoli per 10. Successivamente, per trovare il tempo medio impiegato per compiere un’oscillazione, si deve dividere il valore ottenuto per 10 (il numero di oscillazioni), e ripetendo questo passaggio per tutte e 5 le colonne ho ottenuto i seguenti risultati

	T(s) 1	T(s) 2	T(s) 3	T(s) 4	T(s) 5
	12,99	11,78	9,9	8,41	7,4
	12,12	11,61	10,45	8,61	6,93
	12,5	11,27	9,78	8,75	7,9
	13,18	11,93	10,15	9,07	8
	13,07	11,66	11,18	8,44	6,67
	13,25	11,22	10,07	9,17	8,01
	12,27	11,8	10,03	8,85	6,58
	13,13	11,6	9,78	8,82	6,81
	12,56	11,45	10	8,73	7,73
	13,04	11,86	10,3	8,6	6,91
T(s) medio x 10 oscillazioni	12,81	11,62	10,16	8,75	7,26
T(s) medio x 1 oscillazione	1,281	1,162	1,016	0,875	0,726

Va precisato che, trattandosi di medie, l’errore assoluto coincide con la semidispersione del proprio range statistico che si ottiene facendo la sottrazione tra il valore più elevato e quello minore e dividendo la differenza per due. Inoltre bisogna dividere il risultato ulteriormente per 10 in quanto si debba prendere in considerazione solo 1 oscillazione.

Nella prima serie di misurazioni avremo quindi (13,25-12,12):2=1,13:2=0,565 s. 0,565 va diviso ancora per 10, quindi il primo valore equivale a 1,281±0,057s (perchè approssimato)

Nella seconda [(11,93-11,22):2]:10=0,0355 quindi 1,162±0,036s

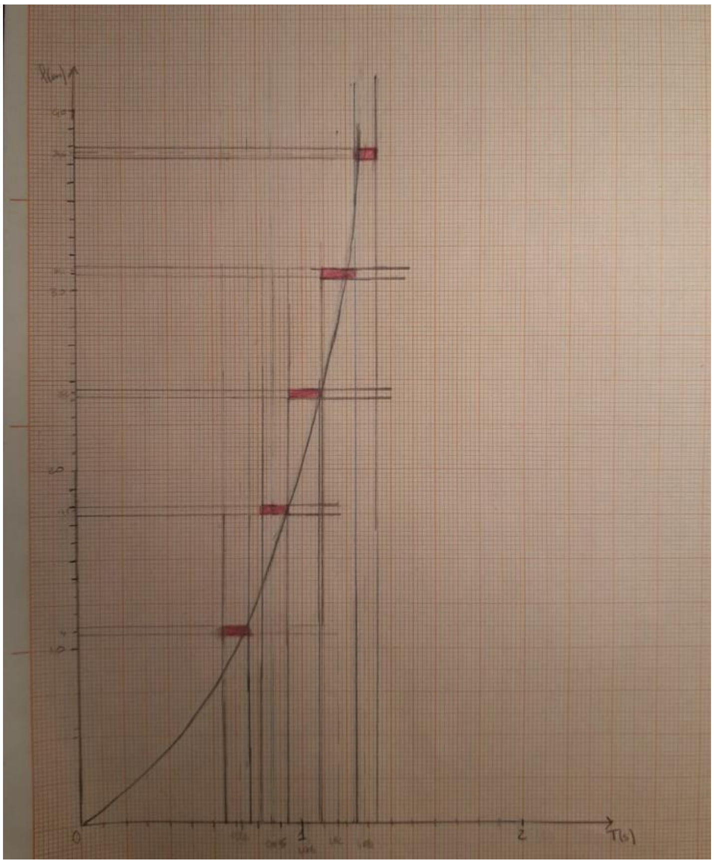
Nella terza [(11,18-9,78):2]:10=0,070 quindi 1,016±0,070s

Nella quarta [(9,17-8,41):2]:10=0,038 quindi 0,875±0,038s

Nella quinta [(8,01-6,58):2]:10=0,0715 quindi 0,726±0,072s

Con questi primi risultati di può costruire una tabella e un grafico che rappresentino la proporzionalità quadratica tra l e T

l (cm)	T(s) medio x 1 oscillazione
37,6±0,2	1,281±0,057
31,1±0,2	1,162±0,036
24,4±0,2	1,016±0,070
17,8±0,2	0,875±0,038
11,0±0,2	0,726±0,072



Come detto in precedenza, la proporzionalità quadratica tra l e T equivale alla proporzionalità diretta tra l e T^2. Quindi per verificare se siano o meno direttamente proporzionali occorre ricavare T^2 in modo da verificare se l/T^2 sia costante e se il risultato del grafico sia una semiretta uscente dall'origine.

Per calcolare T^2 occorre elevare alla seconda la grandezza, ricavare l'errore relativo che va moltiplicato per 2 e poi moltiplicare l'errore relativo totale per l'elevamento a potenza della grandezza in modo da ottenere l'errore assoluto relativo al risultato. Sviluppando i calcoli per la prima misurazione abbiamo quindi (1,281±0,057)^2= 1,641±0,144s

1,281^2=1,641

Ɛr=0,057/1,281=0,044

Ɛr(t)= 0,044x2= 0,088

Ɛα=0,088x1,641=0,144

Compiendo questo procedimento per tutti otteniamo che

T^2(2)=1,350±0,084s

T^2(3)=1,032±0,142s

T^2(4)=0,766±0,066s

T^2(5)=0,527±0,144s

Come accennato in precedenza, per verificare la diretta proporzionalità tra l e T^2, costruiamo una tabella dove calcoliamo la costante di proporzionalità che regola l/T^2, e costruiamo un grafico, che mostrando una semiretta uscente dall'origine, verificherà la proporzionalità diretta tra le grandezze.

Trattandosi di misure affette da errore, dopo aver diviso le misure, bisognerà calcolare i due errori relativi, sommarli e moltiplicare l'errore relativo totale per il quoziente della divisione tra le misure, in modo da trovare l'errore assoluto relativo al risultato.

Quindi, facendo l'esempio pratico per il primo calcolo avremo:

(37,6±0,2):(1,641±0,144) =22,91±2,13

37,6:1,641=22,91

Ɛr(1)= 0,2:37,6=0,005

Ɛr(2)= 0,144:1,641= 0,088

Ɛr(t)= 0,005±0,088= 0,093

Ɛα= 0,093x22,91=2,13

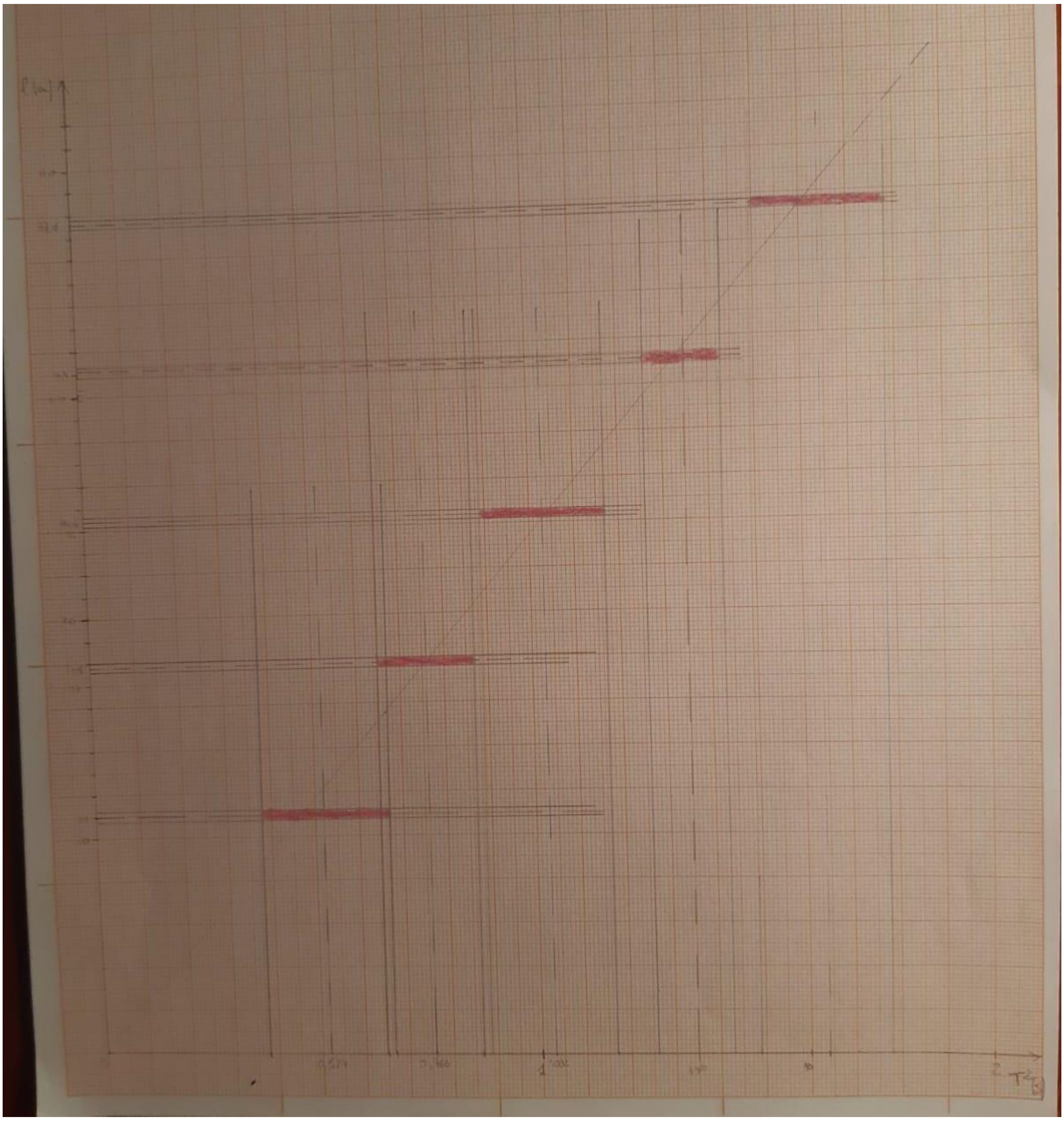
Costituendo una tabella, avremo quindi la seguente

l (cm)	T^2(s)	K
37,6±0,2	1,641±0,144	22,91±2,13
31,1±0,2	1,350±0,084	23,03±1,57
24,4±0,2	1,032±0,142	23,64±3,43
17,8±0,2	0,766±0,066	23,24±2,25
11,0±0,2	0,527±0,144	20,87±6,07

E la costante media sarà quindi

[(22,91±2,13)+(23,03±1,57)+(23,64±3,43)+(23,24±2,25)+(20,87±6,07)]:5 = [113,69±15,45]:5= 22,74±3,09

Istituendo il grafico il risultato sarà il seguente



Conclusione

Con questa esperienza di laboratorio abbiamo potuto verificare che innanzitutto è vero che la lunghezza del pendolo è direttamente proporzionale al quadrato del tempo impiegato per compiere un'oscillazione, e che due grandezze sono quadraticamente proporzionali tra loro, quando la prima è direttamente proporzionale al quadrato della seconda; infatti dai grafici ottenuti si possono rispettivamente osservare un arco di parabola e una semiretta uscente dall'origine, e calcolando la costante media è risultato che K = 22,74±3,09