Giorgio Martinelli, III E

Misura della viscosità di un fluido

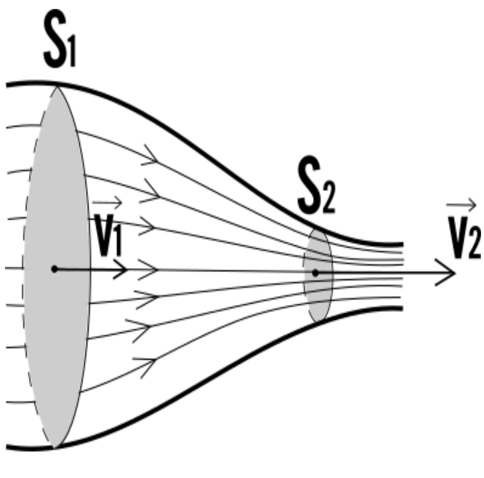
Materiale
Per misurare sperimentalmente la viscosità di un fluido, in laboratorio abbiamo utilizzato:
- Uno shampoo;
- Delle sferette di acciaio tratte da dei cuscinetti a sfera;
- Delle calamite;
- Un cronometro;
- Un righello;
- Una bilancia;
- Un cilindro graduato di vetro;
- Un calibro ventesimale.

Premessa teorica
Quando parliamo di misurare la viscosità di un fluido, intendiamo misurare il **coefficiente di viscosità dinamica** di tale fluido, indicato con la lettera greca "η". Per capire cos'è questo coefficiente, dobbiamo prima introdurre la **fluidodinamica** (detta anche *dinamica dei fluidi*), ovvero lo studio del moto dei fluidi e delle cause che lo determinano, che ci porterà a parlare di viscosità.
I fluidi sono tutti quei *corpi* che non hanno forma propria, ovvero non sono solidi, per cui sono fluidi i corpi allo stato liquido o aeriforme. In particolare, noi ci siamo concentrati sui liquidi, poiché in laboratorio abbiamo utilizzato lo shampoo, che è un liquido abbastanza viscoso.

Quando un fluido si muove in modo ordinato, esso genera una corrente. L'intensità di questa corrente si misura con la **portata**, indicata con la lettera "q", che si esprime in metri cubici al secondo (m^3/s) e si calcola con la formula:

$$q = \frac{V}{\Delta t} = A * v$$

Quindi, considerando un fluido che si muove all'interno di una conduttura (per esempio, un liquido che scorre all'interno di un tubo) possiamo determinare la portata, che è la quantità di fluido (il volume "V") che percorre una determinata sezione del condotto (una superficie piana immaginaria che il fluido attraversa) in un certo intervallo di tempo (Δt).
Questo valore può essere ottenuto anche moltiplicando l'area della sezione bidimensionale "A" per la velocità del fluido "v".
Ne consegue che quando un fluido attraversa una conduttura che si restringe, questo scorre più velocemente poiché *area* e *velocità* sono inversamente proporzionali.



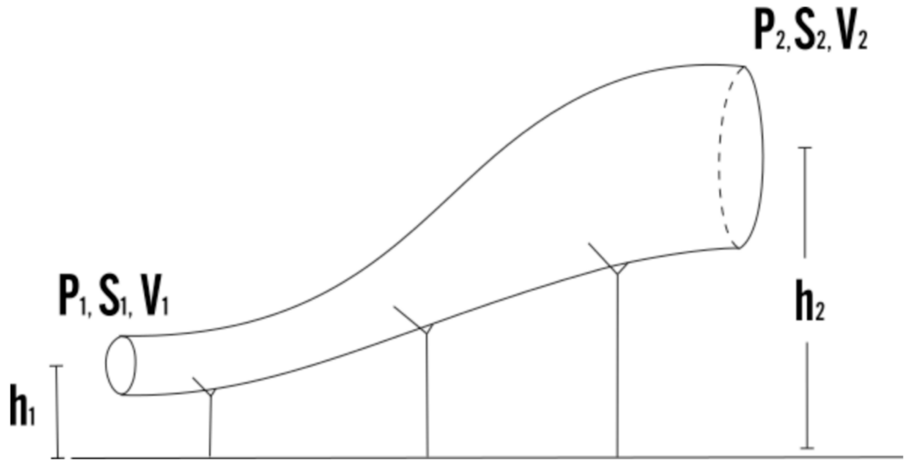
Da questa considerazione deriva l'**equazione di continuità**[1], che si esprime con la formula:

$$A_A v_A = A_B v_B$$

[1] L'**equazione di continuità** in fluidodinamica stabilisce che la portata attraverso un tubo di sezione variabile resta costante, cosicché al diminuire della sezione aumenta la velocità del fluido, e viceversa all'aumentare della sezione diminuisce la velocità.

dove A e B esprimo due punti del condotto con sezioni di area diversa.
Questa equazione vale per i fluidi ideali, cioè quelli senza viscosità, incomprimibili (ovvero i liquidi) e in cui la velocità del fluido stesso è costante nel tempo in ogni punto.

Realisticamente, in una conduttura un fluido può variare sia in quanto ad **altezza**, sia in quanto a **pressione** sia in quanto a **velocità**.



Un tubo con sezioni distinte e con le relative pressioni e velocità del fluido.

Si deve a Daniel Bernoulli il merito di aver trovato un'equazione in grado di esprimere la **conservazione dell'energia di un fluido in movimento**, calcolabile con la formula:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh + P * V = costante$$

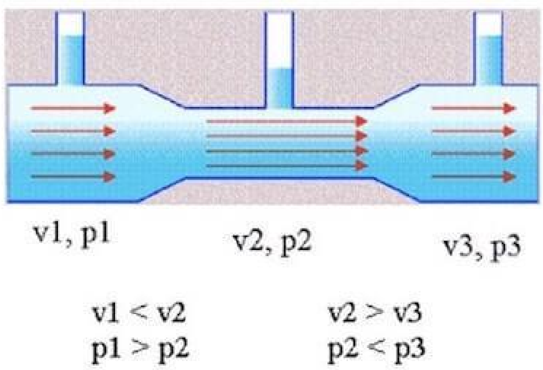
dove, alla normale conservazione dell'**energia meccanica**, si aggiunge il **lavoro**, calcolabile moltiplicando la pressione "P" per il volume "V".

Bernoulli non si fermò qui, poiché divise tutti i membri per il volume, ottenendo come formula finale:

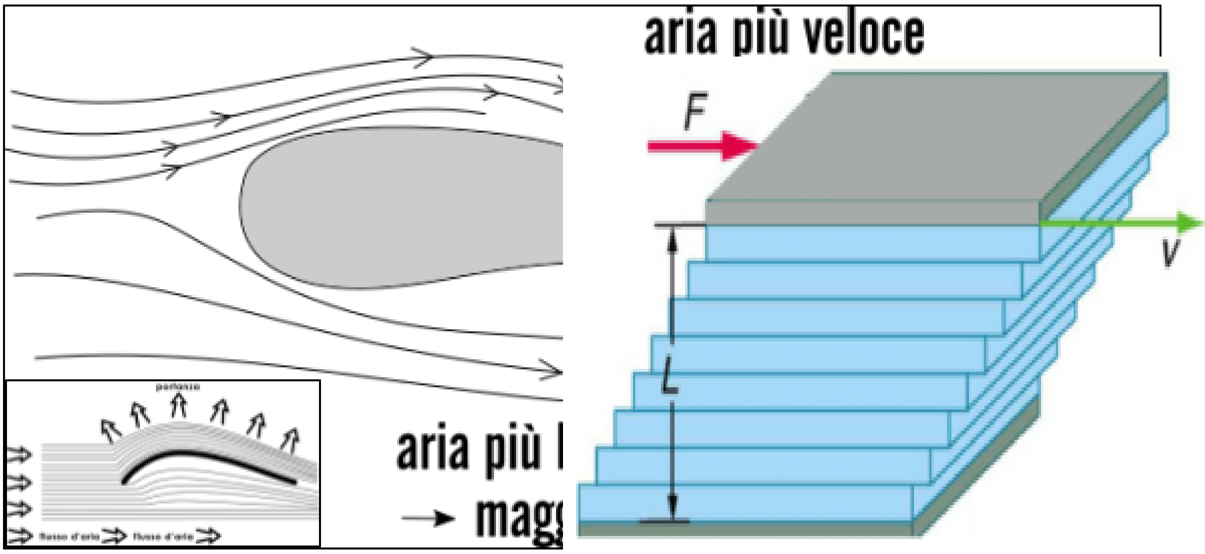
$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh + P = costante$$

dove la lettera greca "rho" ("ρ") indica la **densità**, che si misura dividendo la massa di un corpo per il suo volume (*m*/V) e si esprime grammi su centimetro cubo.

Questa formula diventa quindi una **legge di conservazione di pressioni**, dove il primo termine rappresenta il contributo cinetico, il secondo quello altimetrico e il terzo quello manometrico.
Dedotta prima cronologicamente, ma confermata dall'equazione di Bernoulli, l'equazione di Venturi si utilizza in sistemi in cui l'elevazione cambia poco e quindi si può dire che è costante, annullando il termine altimetrico.



Questa formula dà vita all’**effetto Venturi**, che è ciò che permette di far volare gli aerei e agli uragani di scoperchiare i tetti.
In pratica se un getto unico d’aria viene diviso in due da un oggetto in modo tale che il getto superiore vada più veloce di quello inferiore, per bilanciare l’equazione il getto inferiore aumenta di pressione, generando una spinta verso l’alto, detta **portanza**.



Nei fluidi reali esiste anche l’**attrito**, che è interno ai fluidi e si chiama **attrito viscoso**.

Immaginando che il fluido sia formato da tante lamine di superficie “S” che scorrono una sopra l’altra (come avviene nel regime laminare, un tipo di moto dei fluidi), possiamo considerare l’attrito generato da questo sfregamento.
Scopriamo che, in un fluido che scorre in un tubo, la forza di attrito viscoso di una lamina è direttamente proporzionale alla superficie e alla velocità ed è inversamente proporzionale alla distanza tra la lamina in questione e la parete del tubo.

Quindi la forza di attrito è direttamente proporzionale al prodotto della superficie e della velocità diviso per l’altezza. Poiché questa forza è direttamente proporzionale, per scrivere un’equazione in grado di calcolarla, serve una costante che esprima la proporzionalità. Qui entra in gioco “eta”, nella formula:

$$F_V = \eta \frac{Sv}{h}$$

“η” quindi è il coefficiente di viscosità dinamica, si misura in Pascal per secondo [Pa*s] e cambia in base al fluido considerato.

Quando un corpo solido attraversa un fluido, anche questo fa esperienza della **viscosità**. In questo caso, la forza di attrito viscoso dipende anche dalla forma dell’oggetto, per cui si parla di forma aerodinamica quando si parla di oggetti che vengono influenzati poco da tale attrito.

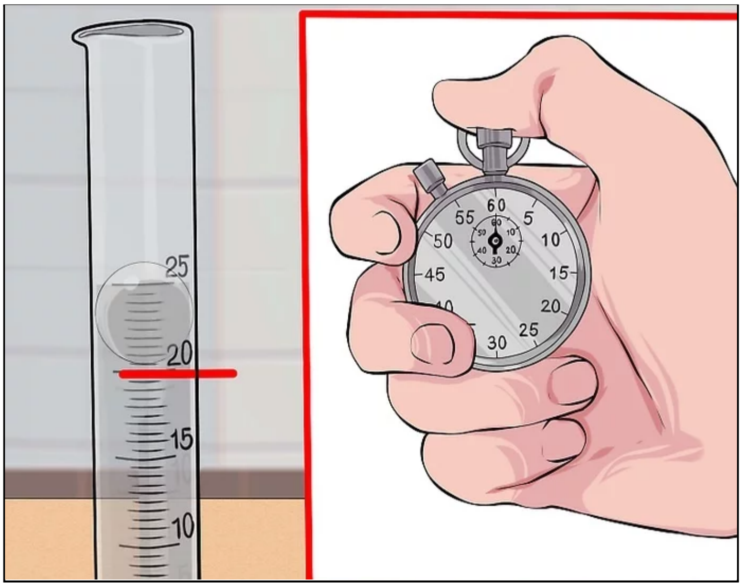
In particolare, noi abbiamo utilizzato delle sfere, per le quali vale la **Legge di Stokes**, che dice che:

$$F_V = 6\pi\eta r v$$

dove “r” è il raggio della sfera e “v” la velocità. Questa legge vale solo nel caso del moto laminare, che abbiamo analizzato prima parlando di attrito.

In laboratorio, noi abbiamo fatto cadere una pallina in un fluido, mossa solo dalla forza di gravità e rallentata dall'attrito del fluido. È anche necessario, però, tenere in considerazione una terza forza, ovvero la **spinta di Archimede**, che spinge i corpi immersi nei fluidi verso l'alto in base alla loro forma e densità e che li rallenta quando cadono.

Un corpo che cade in un fluido, dopo un certo periodo di accelerazione, raggiunge una velocità massima (la velocità limite) e inizia a muoversi di moto rettilineo uniforme (MRU) a causa dell'azione delle due forze opposte alla forza peso. Lo scopo del paracadute non è infatti quello di decelerare in modo continuo la caduta, ma semplicemente a portare il corpo ad un MRU meno letale al momento dell'impatto con il suolo.
[Per maggiori informazioni su MRU e MRUA consultare le relazioni precedenti: "Verifica Sperimentale della legge del moto rettilineo uniforme (legge oraria dell'MRU)" e "Verifica sperimentale delle leggi del moto uniformemente accelerato (MRUA)"].



Poiché i corpi si muovono di MRU, è possibile misurare sperimentalmente la loro velocità nel momento in cui si muovono in modo uniforme. Un corpo che cade in un fluido lo fa di MRU se vale la seguente equazione:

$$P - F_A - F_V = 0$$

che diventa:

$$\rho_s V_s g - \rho_f V_{sF} g - 6\pi\eta r v_{lim} = 0$$

Da questa formula ricaviamo la formula della velocità limite per un corpo che cade in un fluido:

$$v_{lim} = \frac{2(\rho_s - \rho_F) g r^2}{9\eta}$$

Quindi il coefficiente di viscosità dinamica si trova con la formula inversa:

$$\eta = \frac{2 g r^2 (\rho_s - \rho_F)}{9\, v_{lim}}$$

dove ρ_s è la densità della sfera, ρ_F è la densità del fluido e r è il raggio della sfera.

Esecuzione dell'esperienza

Come prima cosa, abbiamo preso il cilindro e lo abbiamo pesato sulla bilancia. Abbiamo azzerato la bilancia con il cilindro sopra e poi versato al suo interno 200ml di fluido in modo da misurare la massa del fluido. Facendo il quoziente tra massa e volume ($200cm^3$) possiamo calcolare la **densità del fluido** che ci servirà per risolvere l'equazione.

Successivamente abbiamo misurato la massa e il diametro della sferetta, per trovare il suo **volume** (e quindi la densità) e il suo **raggio**. Le sferette sono piccole, quindi abbiamo usato il calibro ventesimale.
Per misurare sperimentalmente la velocità limite, abbiamo dovuto cronometrare la sferetta mentre cadeva attraverso una sezione del fluido. Poiché ci metteva qualche secondo per raggiungere la velocità limite, abbiamo scelto due punti di riferimento (A e B) sul cilindro dove iniziare e interrompere di cronometrare e, una volta misurato, abbiamo considerato la distanza tra i due punti come la nostra sezione. Per trovare la velocità della sferetta basta dividere lo spazio percorso (la lunghezza della sezione) per il tempo impiegato a percorrerla. Abbiamo fatto cadere più volte la sferetta nel fluido, tirandola fuori dal cilindro con un magnete per non dover svuotare e riempire il cilindro ogni volta. Una volta raccolti abbastanza dati, abbiamo utilizzato le formule sopra indicate per trovare il **coefficiente di viscosità dinamica**.
Abbiamo ripetuto l'esperimento per sei volte e, idealmente, i risultati avrebbero dovuto essere sempre gli stessi, ma a causa degli errori che sempre sorgono durante le sperimentazioni ciò non sé stato il caso. Per questo, una volta trovate le sei viscosità, abbiamo calcolato la media e la semi-dispersione per ottenere una fascia di risultati il più possibile precisa.
La semi-dispersione è l'errore di misurazione relativo alla media, per cui tenendolo in considerazione otteniamo non un unico valore medio, ma una fascia di valori abbastanza vicini tra loro, ma comunque differenti. Abbiamo misurato due sfere di grandezze diverse, ma in teoria il coefficiente di viscosità dovrebbe essere lo stesso dato che si riferisce al fluido e non al corpo che si muove.

Dati e la loro elaborazione

- Fluido (utilizziamo le unità del sistema CGS, ovvero centimetri-grammi-secondi):

  $V_F = 200cm^3$
  $m_F = 203{,}64g$
  $\rho_F = m/V = 1{,}0282g/cm^3$

- Cilindro:

  Lunghezza sezione della prima pallina = 160mm = 16cm
  Lunghezza della sezione della seconda pallina = 120m = 12cm
  (la seconda pallina è più pesante quindi percorre una distanza maggiore prima di iniziare il MRU)

- Sferetta 1:

  m = 0,11g
  diametro = 0,28cm
  raggio = 0,14cm
  Volume = $0{,}0115cm^3$
  ρ_s = 9,57g/cm3

- Sferetta 2

  m = 10,01g

diametro = 1,33cm
raggio = 0,665cm
Volume = 1,23cm^3
ρ_s = 8,13g/cm3

Tabella del tempo:

#	spazio percorso [cm]	Massa [g]	Tempo [s]	Velocità [cm/s]
1	16	0,11	52,74	0,303
2	16	0,11	62,02	0,258
3	16	0,11	63,03	0,254
4	16	0,11	70,00	0,229
5	12	10,01	3,30	3,636
6	12	10,01	3,40	3,529

Calcolo delle viscosità secondo la formula: $\eta = \frac{2gr^2(\rho_s - \rho_F)}{9\, v_{lim}}$:

- Sfera 1:
  η_1 = 1,203 Pa*s
  η_2 = 1,413Pa*s
  η_3 = 1,435Pa*s
  η_4 = 1,592Pa*s

- Sfera 2:
  η_5 = 1,88Pa*s
  η_6 = 1,94Pa*s

Media = (1,203+1,413+1,435+1,592+1,88+1,94) /6 = 1,58 Pa*s
Semi-dispersione = (1,94 – 1,203) /2 = 0,3685 Pa*s
η finale = 1,58 ± 0,368 Pa*s

Conclusione
Non conoscendo il vero valore del coefficiente di viscosità dinamica del fluido utilizzato, non possiamo calcolare lo scarto percentuale per controllare di quanto il nostro valore si scosti dalla realtà. Appare però chiaro, a causa del forte errore, che qualcosa durante l'esperienza non è andato esattamente come auspicato, poiché i valori massimi e minimi del coefficiente variano di molto.
Ciò può essere dovuto agli errori di misurazione che, a causa dei molti rilevamenti e dei molti calcoli, sono aumentati sensibilmente. Senza considerare il fatto che noi stessi abbiamo effettuato le misurazioni e, pertanto, può darsi che non tutte le misurazioni siano state effettuate nel modo dovuto (errore umano). Infine, vanno anche tenute in considerazione le inevitabili imprecisioni dovute alla sensibilità degli strumenti.