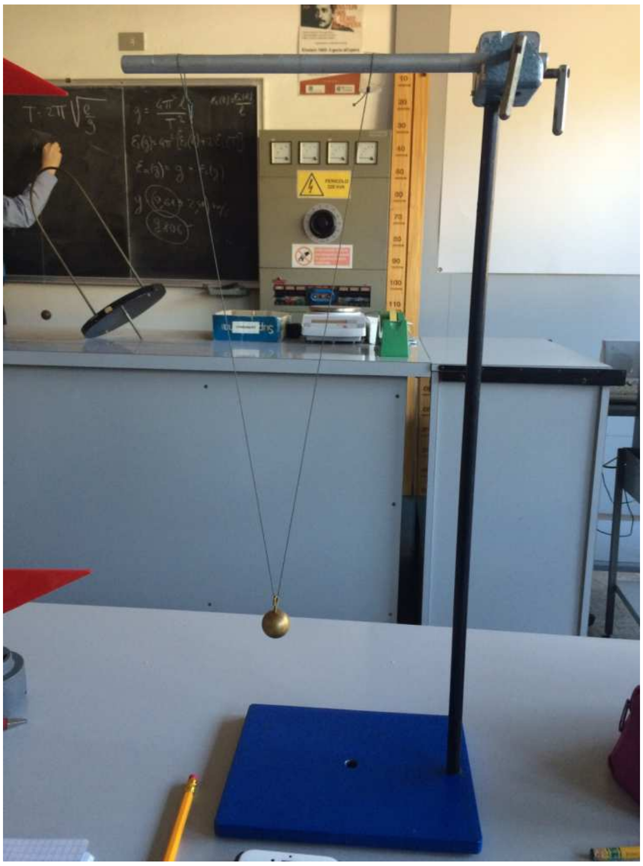
Elisa Bielli & Viviana Bosello 3°G 9/11/2015

Laboratorio di fisica 1

MISURA DELL’ACCELERAZIONE DI GRAVITA’ TERRESTRE

SCOPO: Misurare strumentalmente l’accelerazione di gravità terrestre mediante l’uso di un pendolo semplice.



MATERIALE UTILIZZATO:

- Pendolo semplice, composto di un trepiede con un basamento, di una piantana, di una morsa, di un’asta orizzontale e di due fili ai quali è appesa una massa (questi ultimi sono di cotone inestensibile e hanno una massa trascurabile: con essi ci si assicura che il pendolo oscilla su uno stesso piano e non compia movimenti conici);
- Asta graduata, o millimetrata, dotata di un basamento di metallo e con la quale si misurerà la lunghezza del pendolo dalla mezzeria della sua asta al baricentro della massa;
- Cronometro;

- Scotch, che serve per bloccare il pendolo.


PREMESSA TEORICA:

- La massa è la quantità di materia presente in un corpo. Si misura in Kg.

- Per misurare la *durata* di un fenomeno, ossia l'intervallo di tempo tra l'inizio e la fine di esso, si conta quante volte la durata di un fenomeno periodico è contenuta nella durata totale da misurare.

- L'unità di misura dell'*intervallo di tempo* è il secondo (s), che viene definito a partire dalle oscillazioni degli atomi di cesio.

- La velocità viene definita come il rapporto tra lo spazio percorso e il tempo impiegato per percorrerlo. Nel sistema internazionale è misurata in m/s.

$$V=\Delta S/\Delta t$$

- L'accelerazione è una grandezza vettoriale definita come la variazione di velocità in un determinato intervallo di tempo. Si misura in m/s^2.

$$a=\Delta V/\Delta t$$

- Quando la resistenza dell'aria è trascurabile, tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione *g*, detta accelerazione di gravità. Sulla superficie terrestre l'accelerazione di gravità è $g = 9{,}806\ m/s^2$.

  In realtà il valore di *g* cambia da punto a punto, perché dipende fra l'altro dall'altezza del punto sul livello del mare e dalla sua latitudine. Sulla superficie terrestre *g* è compreso fra $9{,}78\ m/s^2$ $9{,}83\ m/s^2$.

- La dinamica è una branca della meccanica che studia il moto dei corpi in relazione alle cause che lo determinano.

- Il *primo principio* della dinamica afferma che un oggetto rimane nel suo stato di quiete o moto rettilineo uniforme se non viene esercitata su di esso una forza.

- Il *secondo principio* della dinamica invece afferma che se applico su un corpo di massa m una forza F, tale forza sarà direttamente proporzionale all'accelerazione del corpo.

$$F=ma$$

- Il lavoro è il prodotto scalare tra la forza applicata ad un oggetto e lo spostamento causato da tale forza. Essendo un prodotto scalare la sua formula è:

$$L= F\ \Delta S\ \cos(\alpha)$$

  In cui α è l'angolo compreso tra il vettor forza ed il vettor spostamento. Si misura in Joule.

- L'energia è la capacità di un corpo di compiere un lavoro.

- L'*energia potenziale*è quella che un corpo possiede per il fatto di trovarsi in un punto di un campo di forze. La sua formula é:

$$E_p= mgh$$

- L'energia potenziale può essere usata per calcolare il lavoro; consideriamo un corpo generico di massa m posto prima ad un'altezza h_2 e successivamente spostato in h_1. In questo caso ΔS corrisponde a h_2-h_1, e quindi avremo:

$$L = m\,g\,(h_2 - h_1)$$

$$L = m\,g\,h_2 - m\,g\,h_1$$

$$L = E_{p\ iniziale} - E_{p\ finale}$$

$$L = -\Delta Ep$$

- I
l moto circolare uniforme è il moto di un oggetto che si muove lungo una traiettoria circolare con velocità di modulo costante, ma che ha in ogni suo punto una direzione diversa: essa infatti è sempre tangente alla circonferenza descritta dal corpo.

La velocità è chiamata velocità periferica tangenziale.

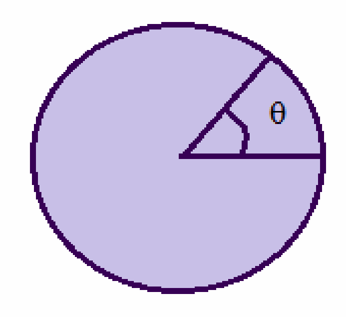
- In un moto circolare uniforme, il periodo T è l'intervallo di tempo impiegato per percorrere un giro completo (misurato quindi in s), mentre la frequenza f è il numero di giri compiuti in un secondo (misurata con 1/s= Hz).

$$f = 1/T$$

- Nel moto circolare uniforme il periodo e la frequenza sono legati al modulo della velocità. Infatti, se consideriamo che la lunghezza di un giro è sempre 2πr, dove r è il raggio, allora la formula si può riscrivere così:

$$V = \frac{2\pi r}{T} \text{ oppure } V = 2\pi r f$$

- La posizione di un corpo in un moto circolare però può essere individuata anche mediante l'angolo che esso forma con un riferimento fisso. L'angolo che si verrà a formare è θe si misura in radianti.



- Un radiante è un angolo al centro di un circonferenza che sottende un arco lungo quanto il raggio di tale circonferenza.

$$\theta=\frac{l}{r}$$

- La velocità angolare media (ω) è il rapporto fra l'angolo al centro $\Delta\theta$e l'intervallo di tempo Δt occorrente al raggio vettore per spazzare tale angolo.

$$\theta=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Se il moto di un oggetto è circolare uniforme, la sua velocità angolare è costante. Posso ricavare dalle formule precedenti la relazione tra velocità angolare e periodo e anche quella tra velocità angolare e tangenziale.

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \quad V=\omega\, r$$

- Inoltre, un corpo che si muove di moto rettilineo uniforme con una velocità V su una circonferenza di raggio r è soggetto ad un'accelerazione detta centripeta che si calcola:

$$a_c=V^2/r$$

$$a_c=\omega^2\, r$$

- Il moto armonico è la proiezione sul diametro del moto di un punto che si muove di moto circolare uniforme sulla circonferenza; in esso l'accelerazione è direttamente proporzionale allo spostamento ma ha verso opposto.

Nel moto armonico:

- il periodo T è uguale al periodo del moto circolare uniforme sulla circonferenza di riferimento e indica la durata di un ciclo.
- la frequenza f è uguale alla frequenza del moto circolare uniforme sulla circonferenza di riferimento ed è il numero di cicli al secondo.
- la pulsazione ω è la velocità angolare del moto circolare uniforme della circonferenza di riferimento.

- Abbiamo detto che nel moto armonico l'accelerazione è direttamente proporzionale allo spostamento e di verso opposto, di conseguenza il suo modulo può essere espresso come:

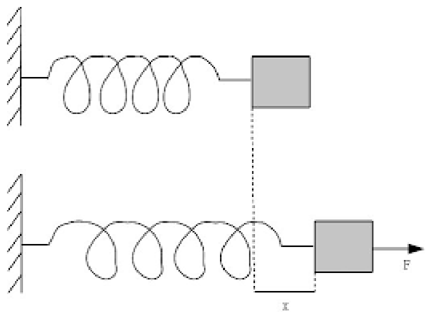
$$a=-\omega^2 x$$

dove x indica appunto lo spostamento. Questa formula verrà in seguito illustrata mediante l'uso delle formule della molla e del pendolo.

- Nel moto armonico la velocità aumenta dalla periferia al centro, mentre l'accelerazione viceversa aumenta dal centro alla periferia.
- La molla è un oggetto di uso comune che può essere allungata o compressa. Essa ha una determinata lunghezza a riposo che può essere modificata con l'applicazione di una determinata forza F.
- Il modulo della forza F applicata è direttamente proporzionale all'allungamento (o compressione) x della molla rispetto alla sua lunghezza a riposo.

$$F = k\,x$$

In questa formula k rappresenta la costante elastica della molla, che si misura in N/m (indica infatti una forza per unità di lunghezza). Un elevato valore di k indica rigidità della molla.



- La legge di Hooke afferma che per ogni deformazione, c'è una forza reagente elastica di richiamo proporzionale alla deformazione subita.

$$F = -k\,x$$

il segno meno indica che tale forza è di verso opposto a quello dello spostamento.

- Anche un oggetto attaccato ad una molla si muove di moto armonico. Noi sappiamo che $F = m\,a$, ma anche che $F = -k\,x$ da cui segue che:

$$-k\,x = m\,a$$

$$a = -\frac{k}{m}\,x$$

l'accelerazione, come si può notare, è di verso opposto rispetto allo spostamento.

Avremo quindi un moto armonico con pulsazione ω, in cui

$$a = -\omega^2\,x$$

$$\omega^2=\frac{k}{m}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

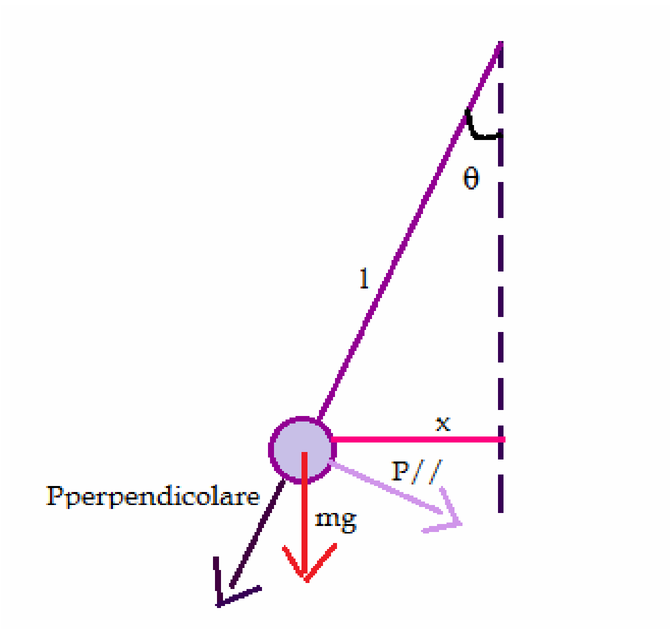
Possiamo anche ricavare la frequenza avendo ottenuto il valore di ω;

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{ma anche} \quad \omega=\frac{2\pi}{T}$$

$$\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{2\pi}{T}$$

$$T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{k}}$$

- Si definisce pendolo semplice una massa appesa ad un filo inestensibile (di massa trascurabile).



$P_{perpendicolare}$= annullato dalla tensione del filo

$P_{//}$ = m g sen(θ)

Per il secondo principio della dinamica P=ma, di conseguenza

$$\cancel{m}\,\cancel{g}\text{sen}(\theta)=\cancel{m}\,a$$

$$a = g\ \text{sen}(\theta) \quad \text{ma sen}(\theta)=\frac{x}{l}$$

$$a = g\frac{x}{l}$$

Prendendo il caso del disegno, a è positiva verso destra ed è quindi di segno opposto rispetto allo spostamento.

$$a = -g\frac{x}{l}$$

Il pendolo si muove quindi di moto armonico, ma solo tenendo conto delle piccole oscillazioni, ossia nel caso in cui l'angolo θsia minore di 10°. In questo caso infatti, l'accelerazione a risulterebbe parallela allo spostamento x, e dunque la dimostrazione precedente θ corretta. Le oscillazioni del pendolo inoltre sono complanari. Possiamo ricavare pulsazione e periodo del pendolo utilizzando le formule del moto armonico:

$$\omega^2 = \frac{g}{l}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ e } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{quindi } \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

- Da quest'ultima equazione possiamo ricavare anche l'accelerazione di gravità a cui è sottoposto il pendolo:

$$T^2 = 4\pi^2\frac{l}{g}$$

$$g = 4\pi^2\frac{l}{T^2}$$

In questo esperimento useremo proprio questa formula per calcolare la gravità della Terra.

TEORIA DEGLI ERRORI

Bisogna specificare che in questa relazione sono stati considerati gli errori delle varie misurazioni, e quindi dobbiamo spiegare come sono stati calcolati.

- Innanzitutto, bisogna dire che esistono due tipi di errori, quelli casuali e quelli sistematici: i primi sono ineliminabili, e in questa esperienza sono rappresentati dal tempo di reazione necessario per avviare e fermare il cronometro, mentre i secondi sono dovuti alla sensibilità degli strumenti o alla disattenzione dello sperimentatore.

- Quando abbiamo una sola misurazione l'errore assoluto ε è uguale a quello di sensibilità dello strumento, mentre se ho preso più misure di una stessa grandezza fisica (come nel nostro caso di uno stesso intervallo di tempo), l'errore assoluto coincide con quello di semidispersione, che si calcola con la formula:

$$\varepsilon_{sd} = \frac{Xmax - Xmin}{2}$$

  dove x_{max} e x_{min} rappresentano la maggiore e la minore delle misurazioni prese.

- L'errore relativo è il rapporto tra l'errore assoluto (semidispersione) e il valore medio della misura di cui consideriamo l'errore:

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon_{ass}}{x}$$

- Possiamo ricavare da queste formule anche l'errore relativo e assoluto di g:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g}$$

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

  da qui elimino $4\pi^2$ perché i numeri non sono fattori di errore; si tenga poi conto che nelle misure indirette, per trovare l'errore relativo si deve fare la somma degli errori relativi delle misure presenti, avremo quindi:

$$\varepsilon_{Rg} = \varepsilon_{Rl} + 2\varepsilon_{Rt}$$

- L'errore assoluto di g si ricaverà facendo

$$\varepsilon_{Ag} = \varepsilon_{Rg}\, g$$

- In questa esperienza calcoleremo anche lo scarto percentuale tra la misura reale di g e quella trovata sperimentalmente: se tale scarto sarà inferiore al 20% allora l'esperienza si potrà definire riuscita.

$$\text{Scarto}\% = \frac{Xmax - Xmin}{Xmin} \times 100$$

  dove Xmax e Xmin rappresentano i due valori di g, di cui uno è trovato sperimentalmente.

MONTAGGIO ESPERIENZA:

Misurare la lunghezza del pendolo con l'asta graduata. Misurare con il cronometro 10 oscillazioni del pendolo per 10 volte. Inserire nella tabella tutti i valori trovati con i rispettivi errori e calcorarne il valore medio. Divido la misura trovata per 10 in modo tale da trovare il valore di una singola oscillazione. A questo punto, utilizzando le formule illustrate precedentemente, calcolo l'accelerazione di gravità con l'errore relativo e assoluto. Infine, calcolare lo scarto percentuale con la costante gravitazionale reale.

DATI ED ELABORAZIONE:

l= 49,0-12,5= 36,5 cm ± 0,1 = 0,365m ± 0,001m

$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon_{ass}}{l} = \frac{0{,}001}{0{,}365} = 2{,}7\times 10^{-3}$

#	INTERVALLO DI TEMPO OGNI 10 OSCILLAZIONI [s]	ERRORE
1	11,90	± 0,01
2	11,81	±0,01
3	11,78	±0,01
4	11,79	±0,01
5	11,85	±0,01
6	11,92	±0,01
7	11,83	±0,01
8	11,82	±0,01
9	11,87	±0,01
10	11,84	±0,01

$T_{\text{medio 10 oscill.}} = \frac{11{,}90 + 11{,}81 + 11{,}78 + 11{,}79 + 11{,}85 + 11{,}92 + 11{,}83 + 11{,}82 + 11{,}87 + 11{,}84}{10}$

$= \frac{118{,}43}{10} = 11{,}843$ s

$E_{\text{semidispersione}} = \frac{Xmax - Xmin}{2} = \frac{11{,}92 - 11{,}78}{2} = 0{,}07$ s

$T_{\text{medio 10 oscill.}} = 11{,}84\text{s} \pm 0{,}07\text{s}$

$T_{\text{medio}} = 1{,}184\text{s} \pm 0{,}007\text{s}$

$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon_{ass}}{T} = \frac{0{,}007}{1{,}184} = 5{,}9 \times 10^{-3}$

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} = 4\pi^2 \frac{0,365}{(1,184)^2} = 4(9,86)\frac{0,365}{1,4} = 39,44 \times 0,26 = 10,28\ m/s^2$$

$\varepsilon_{Rg} = \varepsilon_{Rl} + 2\varepsilon_{Rt} = 2,7 \times 10^{-3} + 2(5,9 \times 10^{-3}) = 0,0027 + 0,0118 = 0,015$

$\varepsilon_{Ag} = \varepsilon_{Rg} g = 0,015 \times 9,806 = 0,15\ m/s^2$

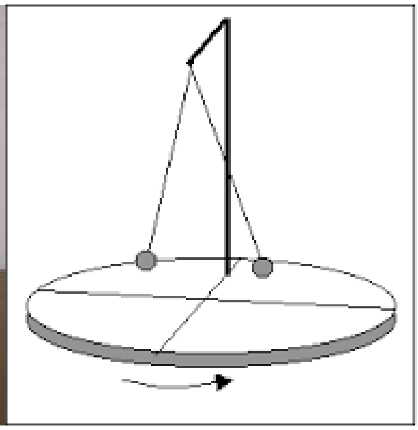
g = (10,28 ± 0,15) m/s²

$$Scarto\% = \frac{Xmax - Xmin}{Xmin} \times 100 = \frac{10,28 - 9,806}{9,806} = 0,048 \times 100 = 4,8\%$$

CONCLUSIONI:

Poiché, nonostante gli errori, lo scarto rilevato tra i due valori è minimo, possiamo dire che i valori rilevati sono attendibili e che l’esperienza è quindi riuscita.

PENDOLO DI FOUCAULT

Il pendolo di Foucault fu concepito come esperimento per dimostrare la rotazione della Terra attraverso l'effetto della forza di Coriolis.

Si tratta di un alto pendolo libero di oscillare in ogni direzione per molte ore. Il primo pendolo di Foucault fu presentato al pubblico nel 1851, ed era costituito da una sfera di bronzo di 28 kg sospesa alla cupola del Pantheon di Parigi con un filo lungo 67 m. Se la Terra fosse ferma, e quindi si trovasse in un sistema inerziale, il pendolo dovrebbe tracciare sul pavimento coperto di sabbia un'unica linea. Ma nel corso dell'esperimento, ciò non accadde. Poiché il piano di oscillazione libera di un pendolo non cambia nel tempo, le linee tracciate stavano a indicare che era il terreno sottostante a muoversi.

Inoltre Foucault dimostrò che l'angolo che raggruppava queste linee era da mettere in relazione alla latitudine del luogo. All'equatore, infatti, l'angolo è nullo mentre ai Poli la rotazione avviene in un giorno siderale. Alle altre latitudini il piano di oscillazione ruota molto lentamente con un periodo R inversamente proporzionale al seno della latitudine stessa (f); a 45° la rotazione avviene ogni 1,4 giorni, a 30° ogni 2 giorni e così via.

$$T = 24\ h/\text{sen}\ (f)$$

La rotazione avviene in senso orario nell'emisfero boreale e in senso antiorario nell'emisfero australe. Questo concetto ha portato Foucault a ideare nel 1852 il giroscopio. L'asse del rotore del giroscopio segue sempre le stelle fisse; il suo asse di rotazione appare ruotare sempre una volta al giorno a qualunque latitudine. Il pendolo di Foucault è impegnativo da costruire poiché piccole imprecisioni possono causare errori nell'oscillazione, frenata inoltre dall'aria, che mascherano l'effetto della rotazione terrestre.

SITOGRAFIA: Enciclopedia Treccani e Focus.it