La scienza del caso: tra matematica e realtà

A cura di Andrea Farris

Classe V B – Anno scolastico 2016/2017

Liceo Scientifico "Leonardo da Vinci", Gallarate

Indice

Premessa

Questo lavoro nasce dalla profonda passione personale per la matematica, coltivata fin dagli anni delle scuole elementari e maturata in tempi liceali più recenti e, in modo particolare, perla curiosa scienza del caso, singolare branca della matematica dalle mille sfaccettature e oggetto di analisi e studidi questa tesina.

Premetto di essere sempre rimasto attratto dalla "straordinaria bellezza" di una scienza esatta come la matematica e, ancor di più, dalla sua "singolare universalità" che consente di applicarla ai più svariati campi della vita quotidiana, anche i più improbabili e meno scontati. Per questo, prima di addentrarmi nell'analisi della teoria delle probabilità nel mondo reale, ho inserito un'ampia introduzione che tratta del concetto stesso di "probabilità", del suo sviluppo fin dalle origini e delle nozioni base necessarie per comprenderne meglio l'utilizzo e le applicazioni. La **Probabilità** è spesso associata alla **Statistica**, ho ritenuto dunque fondamentale fornire alcune informazioni su di essa, se pur poche e sebbene non venga approfondita. Inoltre, ho ampiamente spiegato il ruolo primario che assume il **caso**e il suo curioso intervento in questa teoria.

Una parte consistente di questo lavoro è invece dedicata al **mondo del rischio**, un mondo assai vasto e vario, per niente semplice da definire con precisione, in cui subentra la matematica. Attraverso l'analisi e la descrizione di **situazioni a rischio**, la matematica ne studia gli aspetti più importanti e decisivi, sfruttando in più le statistiche e le informazioni raccolte per proporre la strategia migliore da adottare per modificare e controllare le conseguenze di un dato evento. Infine, ho introdotto il concetto di **rischio matematico** che, nelle situazioni a rischio, riesce a quantificare in termini di perdita-guadagno ciò che, appunto, si perde o si guadagna dalla realizzazione di un evento.

Passando a situazioni ordinarie, inizialmenteho analizzato ilfenomeno dei **giochi d'azzardo**dove una maggior focalizzazione è rivolta alla **roulette** e al **Lotto**. Grazie a un'ampiapremessa che implicanozioni e concetti puramente matematici, come la questione del gioco equo o del calcolo combinatorio, non ho rivolto minor attenzione alla descrizione degli aspettiprincipali dei rispettivi giochiin relazione alla teoria delle probabilità. Specialmente per quanto riguarda il gioco del Lotto, hopassato in rassegna alcune tra le **false credenze** più diffuse tra i giocatori più ingenui e non solo. In aggiunta, la presenza di alcuni dati relativi all'economia italiana dei giochi d'azzardo e la corrispondente diffusione soprattutto tra i più giovani dovrebbe stimolare la nostra riflessione.

Infine, si cambia completamente campo per arrivare alle applicazioni del calcolo delle probabilità nel mondo finanziario, descrivendo il fenomeno dell'**assicurazione** fin dalle sue origini storiche. Dopo un lungo e travagliato corso di eventi inaugurato dalle antiche civiltà dei Sumeri e dei Babilonesi, le assicurazioni giungono ad assumere un aspetto molto simile a quello con cui le conosciamo oggi attorno al XVIII secolo, grazie al contributo di numerosissimi personaggi. Ho presentato poi i due principi fondamentali per mezzo dei quali è avvenuto lo sviluppo dell'assicurazione: i **principi di "equità" e di "solidarietà".**Per concludere, ho accennato alla delicata **pratica delle riassicurazioni**, largamente diffusa anche oggi e adottata in campo imprenditoriale per prevenire e difendersi dai grossi rischi, anche se non sempre porta a buon fine.

"La teoria della probabilità non è in fondo che buon senso ridotto a calcolo; essa permette di valutare con esattezza ciò che le menti illuminate sentono per una specie di istinto senza rendersene conto... E' notevole come tale scienza, che è cominciata con gli studi dei giochi d'azzardo, si sia elevata ai più importanti oggetti delle conoscenze umane".

Blaise Pascal (1623-1662)

Introduzione

La scienza moderna della **Probabilità** nasce come teoria dei giochi d'azzardo. Comunemente usata per l'analisi di situazioni apparentemente banali come il lancio di un dado, di una moneta o della pallina della roulette, interviene nella vita di tutti i giorni e in ambiti ben diversi da quello del gioco. Assicurazioni, diagnosi mediche, rischi nucleari, prodotti finanziari, così come sondaggi, previsioni metereologiche o economiche sono molti dei campi d'applicazione della suddettascienza.Fenomeni complicati e per niente semplici in cui, non controllandone noi le condizioni iniziali, ci limitiamo a classificare i risultati ottenuti e ad assegnare a ciascuno di essi una *probabilità.*Del resto, la fine della visione newtoniana della Fisica e l'avvento di quella quantistica hanno dimostrato l'impossibilità di fare previsioni esatte in ogni circostanza, come afferma il principio di indeterminazione di Heisenberg (1927).

L'altra faccia della medaglia della Probabilità è la **Statistica**, nata ufficialmente nell'Ottocento dallo studio delle molecole di un gas, ma risalente a tempi remotissimi (XIII sec. a.C.). Gli stessi metodi utilizzati per lo studio della statistica della popolazione di queste molecole è possibile applicarli a una popolazione di persone, permettendoci di conoscerne il comportamento medio, le deviazioni della media piuttosto che qualsiasi altro aspetto ci venga in mente sugli individui stessi, proprio come fa l'ISTAT con il nostro Paese con i risultati che leggiamo sui giornali.Inizialmente concepita come attività puramente descrittiva di certi fatti sociali o amministrativi dello Stato, divenne in seguito una vera **"scienza del collettivo",**destinatasoprattutto alla ricerca in vari ambiti scientifici. Nel secolo XX ebbe un grande impulso, constatando che del Calcolo delle Probabilità rappresenta in un certo senso il "braccio operativo", studiando come combinare le probabilità che misurano l'incertezza relativa ad un certo fenomeno con le osservazioni sperimentali del fenomeno stesso.

Tra variabilità e incertezza

Spesso, nella vita quotidiana, ci troviamo davanti a scelte che dobbiamo affrontare in condizioni di pura incertezza e, per poterci orientare in esse, abbiamo bisogno di prevedere, in un modo o nell'altro, l'esito degli eventi che ci riguardano. Proprio qui entra in gioco la nozione di probabilità sfruttata per rappresentare le innumerevoli sfumature tra l'impossibilità e la certezza che un dato evento si verifichi. La probabilità indica chiaramente la **misura dell'incertezza**; e nel momento in cui si misura, l'incertezza spaventa di meno, perde il suo arcano mistero, si svela in tutte le sue componenti.Eppure, nel corso degli anni, troppa metafisica si è creata attorno al concetto di probabilità, tanto da affacciarsi nella storia della scienza moderna molto tardi nel tempo. Sicuramente può sembrare un paradosso che una scienza esatta come la matematica si addentri nel mondo dell'incertezza, ma non è così. Infatti, si è rivelata essere un preziosissimo ed efficace strumento concettuale, oltre che operativo, sia nelle scienze naturali sia nelle scienze sociali.

La Probabilità

La matematicaè una delle scienze più affascinanti e intriganti che ci sia, data la ricchezza di concetti, nozioni, procedure e indirizzi che presenta. La **Probabilità** è uno dei suoi rami più insidiosi e ambigui. Poincaré, nel suo *Calculdesprobabilités*[1], ritiene paradossale il fatto che una teoria che si basa in parte sulla casualità, e di conseguenza sulla nostra ignoranza, sia ciononostante in grado di raggiungere enunciati ben confermati e chiari. È proprio questo a rendere tanto interessante il ragionamento probabilistico. Oltre alle situazioni quotidiane ed usuali, definite da noi stessi "normali", vi sono eccezioni che costituiscono avvenimenti rari, quasi unici,che destano l'attenzione dell'osservatore piuttosto che del lettore.

Per comprendere meglio lo sviluppo di questa teoria è necessario elencare le **nozioni** che si trovano alla base di essa. Prima fra tutte analizziamo la nozione di **"rarità"**, senza dubbio la più curiosa. Non è sempliceprecisaree delineare ciò che è universalmente raro, perciò ci si può limitare a chiarire la dialettica tempo-rarità e stabilire il rapporto esistente tra queste due grandezze. Ma non è possibile soltanto valutare attraverso ipotesi, perché la teoria delle probabilità ha anche applicazioni dirette come la statistica, la previsione e il controllo, tanto da poterquasi definirsi una **"tecnologia matematica".** Le probabilità e le statistiche esistono proprio per cercare, analizzando il passato, di fare previsioni sul futuro, sebbene molto spesso risulticomplicato e i metodi sembrino inefficaci.

Nell'immaginario comune, i più grandi problemi sono quelli che avvengono di rado, poiché sono i soli la cui realizzazione ci apporta informazione, ci rende possibile constatare un cambiamento nell'ordine o ci obbliga a modificare il nostro punto di vista. Il concetto di "rarità" è come un gomitolo aggrovigliato senza un ordine preciso, senza capo né coda. È necessario, dunque, tener da conto la possibilità di valutare la probabilità degli eventi rari e, in seguito, di interpretare tali probabilità molto piccole[2]. Ci sono poi avvenimenti che non si sarebbe mai pensato potessero accadere in cui la coincidenza risulta altamente improbabile, quasi impossibile, ma sta proprio in questo la particolarità della scienza del caso. Questi argomenti sono meglio trattati da uno specialista di statistica, il matematico britannico David J. Hand, nel libro intitolato "*Il caso non esiste*"[3], che presenta una ricca casistica di eventi e coincidenze tanto strani quanto improbabili, spesso però solo in apparenza. Egli propone una serie di leggi niente affatto scientifiche: si tratta

---

[1] Saggio sul calcolo delle probabilità pubblicato nel 1912 da Poincarè

[2] Questa possibilità condiziona l'approccio matematico dei grandi rischi nel mondo della salute e della sicurezza.

[3] D. J. Hand, *Il caso non esiste. Perché le cose più incredibili accadono tutti i giorni*, Rizzoli, Milano 2014

di conclusioni logiche e di buon senso che cercano di spiegare o quanto meno razionalizzare questi eventi senza addentrarsi nei meandri della fantasia, della superstizioni o di fenomeni extrasensoriali. C'è chi vince alla lotteria due volte di seguito, come Maureen Wilcox che nel 1980 acquistò 2 biglietti per due lotterie diverse e con amara sorpresa vide che entrambe riportavano i numeri vincenti, ma invertiti fra loro; ma c'è anche chi nel corso della sua vita viene colpito da un fulmine ben sette volte ed è così fortunato da sopravvivere ogni volta. Insieme a questi due semplici esempi, è possibile elencare una casistica infinita di eventi che nella nostra vita riteniamo improbabili, ma in realtà lo sono meno di quanto crediamo!

La rarità, contrariamente all'idea comune, non è sinonimo di sconvolgimento e di disordine, anzi, può essere una componente degli equilibri più determinati. Non è propria del mondo attuale; è un concetto chiave di numerose teorie economiche ma non si fonda su un mero criterio quantitativo in quanto può avere diversi valori e sviluppi.

Ancor più radicata è la nozione di **"rischio"** che, generalmente mal definita e fraintesa, è universale e mutevole; riguarda tutti, ma ognuno ne è coinvolto in maniera specifica. Tradizionalmente associato ad un pericolo e percepito negativamente, oggi il rischio è divenuto un valore positivo quando è legato soprattutto all'attività imprenditoriale. La matematica del caso permette, in settori come questo, di ragionare in maniera coerente. Alla fine del XVIII secolo, ad esempio, la scoperta della **legge dei grandi numeri di Bernoulli**[4] ha dato origine alle assicurazioni. Difatti, oggi, il calcolo del rischio può costituire per noi un elemento di progresso, fondamentale sia su questo piano sia su quello della sicurezza, e non solo. Ma la matematica si riserva di andare oltre! Per scegliere una strategia in una situazione a rischio sono necessari regole e criteri che permettano di confrontare le possibili scelte a disposizione. Con il criterio di "massimizzazione dell'utilità attesa" in campo economico si è persino giunti a dare un valore preciso a ciò che una misura non può avere: la vita, il dolore, la bellezza dei paesaggi. Ciò implica uno sguardo critico su una nozione quasi impossibile da definire fuori dal campo matematico, ma spesso utilizzata per i problemi sociali: **"l'equità"**.

Per dare un'ulteriore svolta e creare una dimensione propria alla scienza del caso, occorre pensare ad un'altra lettura che oppone incertezza e informazione. È questa teoria che ci permette di introdurre la quarta e ultima nozione: la **"complessità"**, quella che entra in gioco quando fondiamo la probabilità con la matematica fondamentale dell'informatica, apparentemente per nulla intrecciate con il caso. In realtà, la teoria delle probabilità lega strettamente quantità di caso e di informazione, complessità di descrizione e lunghezza dei programmi informatici. Inoltre, tale quantità assomiglia stranamente all'entropia dei fisici. Questo accostamento sarà fonte di ispirazione per la creazione di nuove discipline.

---

[4] Enunciato del teorema di Bernoulli: "*Se E è un evento e p è la probabilità (costante) di successo, cioè la probabilità del verificarsi di E in una prova, allora la frequenza relativa dei successi su n prove indipendenti eseguite converge a p', cioè se il numero n delle prove effettuate è sufficientemente grande e tende a infinito, è quasi certo che la frequenza relativa dei successi nelle n prove differirà assai poco dalla probabilità di successo nella singola prova*".M.Bovetti, Il Calcolo delle probabilità e la Teoria dei Giochi, articolo in http://matematica.unibocconi.it

Secondo alcuni, tra cui Laplace, di cui parleremo in seguito, era perfettamente lecito ampliare il campo di applicazione della teoria delle probabilità, includendovi oltre ai giochi d’azzardo e ai sorteggi - come le lotterie – il calcolo degli errori in astronomia e in fisica, la statistica demografica e le assicurazioni, le decisioni politiche e giudiziarie, la storia. Senza la probabilità, inoltre, dopo la seconda Guerra Mondiale, non ci sarebbero state la teoria del segnale e delle telecomunicazioni; l’avvento dell’informatica e, in particolare, dei computer hanno aumentato esponenzialmente l’importanza della teoria.

Dai giochi alla scienza moderna

Nell’antichità classica, in cui vissero Euclide, Talete e Archimede (personaggi da ricordare per le loro acquisizioni essenziali e i loro fondamentali contributi per lo sviluppo delle scienze matematiche) la matematica non presentava ancora gli strumenti necessari per l’elaborazione di una Teoria delle probabilità. Infatti, la mancanza di un’efficace notazione per rappresentare i numeri – i numeri arabi non erano ancora all’orizzonte - e un orientamento ancora poco propenso alle applicazioni pratiche costituivano un forte ostacolo. Sempre nell’antichità le cause degli eventi fortuiti erano identificate tradizionalmente con il destino o con il volere degli dei, anche se c’è chi come Marco Tullio Cicerone considerava sciocco credere che l’esito del lancio di un dado dipendesse dall’intervento di una divinità o di un’entità superiore.

“Summa de aritmetica, geometria, proportioni et proportionalità”, Luca Pacioli, 1494

Per rintracciare i primi calcoli della probabilità di determinati eventi dobbiamo arrivare al Rinascimento e poi ai secoli successivi, traendo spunto, come già detto, dall’analisi dei giochi d’azzardo. Fra i primi ad occuparsi di probabilità troviamo il frate **Luca Pacioli** (1445-1517), il quale, nel suo *Summa de aritmetica, geometria, proporzioni et proporzionalità* affronta il cosiddetto “problema della parti”, ovvero come vada suddivisa la posta fra due giocatori nel caso in cui si debba interrompere una partita a dadi o a testa o croce e i due giocatori si trovino ad aver raggiunto punteggi diversi. **Galileo Galilei** (1564-1642), seppur facendo intendere di non essere interessato a questo tipo di problemi, pubblica nel 1596 il trattatello *Sopra le scoperte dei dadi,* spiegando le ragioni per cui lanciando 3 dadi sarebbe più facile ottenere 10 che 9.

Fra i pionieri della probabilità c’è senz’altro **Gerolamo Cardano** (1501-1576), matematico, medico e astrologo ma soprattutto accanito giocatore d’azzardo. Porta il suo nome il primo libro che tratta sistematicamente della probabilità: il *Liber de ludo aleae* (Libro sui giochi d’azzardo). Oltre ad introdurre concetti base, egli analizza i diversi giochi d’azzardo che si servono di dadi, monete e carte, descrivendo così i metodi più efficaci per trionfare.In più, egli fu il primo a definire la probabilità come rapporto tra il numero di casi favorevoli e quelli possibili ed enunciò due importanti teoremi, uno dei quali anticipava la successiva legge dei grandi numeri[5].

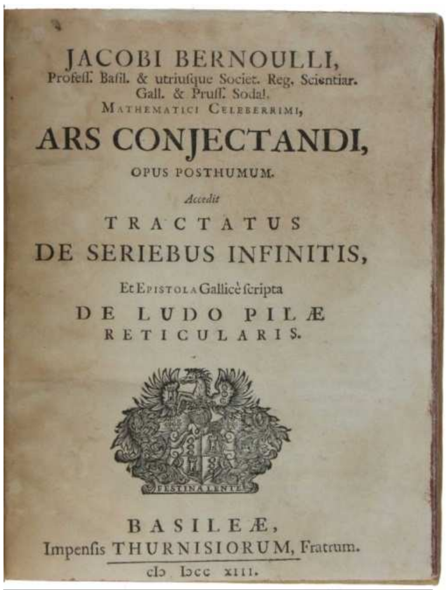
[5] Si veda Nota 4.

Un ritardo nella pubblicazione del suo libro, avvenuta quasi un secolo dopo la morte, è forse il motivo per cui si fa generalmente risalire la nascita del calcolo delle probabilità intorno alla metà del Seicento, quando **Blaise Pascal** (1623-1662) e **Pierre de Fermat** (1601-1665) iniziarono un fitto scambio di lettere, che ha avuto origine, intorno al 1654, da una serie di quesiti posti ai 2 matematici dallo scrittore e giocatore Antoine Gombaud, comunemente conosciuto come**Chevalier de Méré**. Uno dei richiesti riguardava il problema già affrontato da Pacioli sull'equa divisione della posta tra due giocatori che devono interrompere un partita, mentre il secondo, di natura più complessa, considerava il calcolo della probabilità di vincita per 2 scommesse, che Gombaud riteneva equivalenti. Queste le parole dello stesso de Méré: "*Esiste la stessa probabilità di vincere scommettendo che esca almeno un 6 su 4 tiri consecutivi, lanciando un dado alla volta, oppure scommettendo che escano almeno due 6 su 24 tiri, lanciando due dadi alla volta?".*

Né Pascal né Fermat riuscirono però a dare una stesura sistematica ai risultati a cui erano pervenuti, ma di questi si servì**ChristiaanHuygens** (1629-1695), scienziato olandese il cui contributo fondamentale lo dobbiamoal suo trattato più importante pubblicato nel 1657: il *De ratiociniis in ludo aleae* (Sui ragionamenti nel gioco dei dadi). Nello stesso tempo,ricordiamo i tantistudiosi esperti di matematica, fisica o, addirittura, astronomia come **Leibniz**, **de Witt**, **Halley**, **Hobbes** che solo nel '600 cominciarono a dedicarsi a questa teoriain un ambito diverso da quello dei giochi d'azzardo, permettendo il fiorire nei secoli successivi dei giganti del pensiero probabilistico.

John Graunt (1620-1674), celebre commerciante di stoffe inglesi, fu il primo ad applicare lo studio delle probabilità alle scienze sociali, intorno al XVII secolo. Con il successivo sviluppo di **Malthus** (1766-1834), nacque la **Demografia**, scienza che studia, secondo l'aspetto quantitativo, tutto ciò che riguarda i movimenti delle popolazioni. Oltre a compiere diverse analisi sulla popolazione della città londinese cominciando a consultare i cosiddetti "Bollettini di immortalità", Grauntsi occupò di aspetti ben più rilevanti a livello globale come le cause biologiche, sociali ed economiche della mortalità, lo studio del rapporto tra i sessi, la differenza tra nascite e morti in città e campagna, i flussi migratori.

Tra i più importanti menzioniamo, infine, **Jakob Bernoulli** (1654-1705) che con la sua opera*Ars conjectandi*(L'arte della congettura) del 1713, nel quale formulò la celebre legge dei grandi numeri, viene considerato il fondatore della moderna teoria delle probabilità;poi citiamo**Bayes**(1702-1761), il quale con il suo famoso teorema ha dato soluzione probabilistica al dibattito sull'induzione e i grandi **Poisson**(1781-1840),**Gauss**(1777-1855),**Laplace**(1749-1827).Iragionamenti probabilistici trovano così, nel tempo, sempre più vasto e significativo impiego in tutte le scienze: prima nella fisica, poi nelle scienze sociali, fino alla biologia e così via.


JACOBI BERNOULLI,
Profess. Basil. & utriusque Societ. Reg. Scientiar. Gall. & Pruss. Sodal.
MATHEMATICI CELEBERRIMI,
ARS CONJECTANDI,
OPUS POSTHUMUM.
Accedit
TRACTATUS
DE SERIEBUS INFINITIS,
Et EPISTOLA Gallicè scripta
DE LUDO PILÆ
RETICULARIS.
BASILEÆ,
Impensis THURNISIORUM, Fratrum.
cIↄ Iↄcc XIII.

Ars conjectandi, Jakob Bernoulli, 1713

La macchina del caso

"Caso" e **"rischio"** traggono la loro origine dai giochi degli aliossi o dei dadi, arabi o latini, dalle regole ben chiare e di facile comprensione. Inizialmente identificato con il destino e il divino, il caso si differenzierà progressivamente, via via che l'uomo cercherà di dominarlo. Ripetendo innumerevoli volte le esperienze nelle quali interviene il caso con lo scopo di analizzarlo meglio, l'uomo continuerà a considerare il destino o Dio come unici fautori di ciò che è irripetibile. Dunque, il caso è una costruzione culturale continua nella quale la matematica gioca un ruolo sempre maggiore.

Nell'antichità il caso era strumento di divinazione, di previsione e di decisione. Anche se gli uomini cercavano di predire il futuro attraverso l'esame dei visceri e il volo degli uccelli, in ultima analisi, tutto accadeva per volere del **Destino**[6]. In quell'epoca, però, il gioco dei dadi non aveva destato particolari interessi per essere studiato più a fondo e nessuno si era lasciato incuriosire dai singolari meccanismi del caso. Perché, d'altronde, calcolare le probabilità sapendo che il risultato era determinato dall'intervento di entità superiori?

Alla fine del Medioevo, mentre il ricorso al caso è condannato dai tradizionalisti in nome della religione, si continuano a criticare i giochi d'azzardo per ragioni morali, a causa del divieto voluto dalla Chiesa, ma non i sorteggi nella loro essenza. Nel XVII secolo, sia pensieri filosofici sia speculazioni matematiche sono funzionali all'elaborazione del concetto di probabilità, in particolare a partire dagli studi di Pascal. Non c'era alcuna attività, fondata sul caso e più chiara dei giochi d'azzardo, che potesse permettere un migliore studio e approfondimento matematico. Durante il XVIII secolo, un impulso supplementare è dato dai primi tentativi di assicurazione sulla vita; sfocia simultaneamente sulla risoluzione di alcuni problemi pratici e sulla dimostrazione della legge dei grandi numeri, vero fondamento di tutta la teoria. A partire dalla fine di quello stesso secolo fino all'inizio del XX, molti matematici considerarono la teoria delle probabilità come una tra le conoscenze umane primordiali, cogliendo, fin da subito, la sua capacità investigativa in svariati campi.

Un nome spicca tra tutti gli altri per la frequenza con cui viene menzionato e indicato come modello: quello di **Pierre-Simon de Laplace** (1749-1827). La sua influenza è stata determinante per gli sviluppi della Probabilità e della Statistica, ma raramente viene spiegato perché e per quanto tempo i suoi contributi hanno avuto un ruolo fortemente decisivo per questa branca della matematica. Intorno agli anni Settanta dell'Ottocento, grazie allo sviluppo di nuovi campi di applicazione, dei quali ho accennato poco sopra, il concetto di "probabilità" si discostò rispetto a quello definito da Laplace. La visione tradizionale del caso, sostenuta dal matematico e fisico francese, affermava che la **realtà della natura è** fondamentalmente **deterministica**[7], in accordo con la visione positivista-scientista sviluppatasi nel corso dell'Ottocento. Laplace asseriva l'idea di

[6] È opinione comune infatti: "*Il caso è forse il segno di Dio quando non vuole firmarsi di proprio pugno*".

[7] "(…) l'ignoranza delle diverse cause che concorrono alla formazione degli eventi come pure la loro complessità (…) ci impediscono di conseguire la stessa certezza rispetto alla grande maggioranza dei fenomeni. Vi sono quindi cose che per noi sono incerte, più o meno probabili, e noi cerchiamo di rimediare all'impossibilità di conoscerlo determinando i loro diversi gradi di verosimiglianza. Accade così che alla debolezza della mente umana si debba una delle più fini e ingegnose fra le teorie matematiche, la scienza del caso o della probabilità", Laplace, 1776.

un'intelligenza fittizia che, ammettendo a priori il presupposto secondo il quale tutti gli eventi del Cosmo siano regolati da una legge di causalità, fosse in grado di descrivere tutti gli stati passati e futuri del Cosmo, conoscendone soltanto lo stato globale in un determinato istante. Pertanto, secondo il suo pensiero, il concetto di probabilità dipende per buona parte dal grado di conoscenza del soggetto umano riguardo ad un preciso evento. Difatti, come scrisse nel suo *Essai philosophiquesurlesprobabilités,* **il caso non rappresenta altro che la nostra ignoranza** e, pertanto, si preferiva non lasciare alcuno spazio alla valutazione razionale e soggettiva nella determinazione della probabilità matematica. Sinonimo di irregolarità, disordine e indeterminatezza, concludeva, il caso non ha alcun ruolo nei processi del mondo reale e non è affatto una limitazione del determinismo.

Or dunque, si cominciò a intravedere la possibilità di una certa emancipazione dal modello laplaciano sino allora dominante. Sotto questo aspetto, fondamentali sono gli influssi di **Henri Poincaré**[8] (1854-1912) e, in un secondo tempo, di **A. N.Kolmogorov** (1903-1987). Poincaré intese il caso come una sorta di **leva tra causa ed effetto** dove piccole variazioni nelle cause possono provocare grandi mutamenti negli effetti. Per noi, risulterà dunque impossibile formulare previsioni esatte sullo stato di un sistema nel futuro perché la determinazione degli effetti sarà sempre inficiata da errori, riconducibili alla definizione della causa. L'effettoappare come un evento casuale.

In ogni caso, con il passare del tempo, i matematici sentirono l'esigenza di interrogarsi **sull'oggettività del caso**. Già lo stesso Laplace aveva distinto 3 tipi di probabilità, ma solo con Poisson[9] si operò una distinzione tra *chance*, intesa come probabilità indipendente dalle conoscenze del soggetto, e *probabilité*, intesa invece come probabilità individuale e soggettiva. Ciò permise a Cournot[10] (1801-1877) di rafforzare ulteriormente la differenziazione tra le due probabilità, fondando la sua concezione della *probabilité* su un'attenuazione del determinismo laplaciano. Egli distinse tra **eventi dipendenti** e **indipendenti** giungendo a postulare l'esistenza di un caso e di una probabilità meramente oggettivi, dipendenti solamente da fattori reali e per nulla basati sulla visione di Laplace.

Il grande passo fu compiuto da **Charles S. Peirce** (1839-1914), filosofo e matematico americano, che adottò una **definizione oggettiva della probabilità**, basata sul **concetto di frequenza**, per la descrizione degli eventi in questione. Dopo numerosi studi, affermò che il punto di partenza per la negazione del determinismo era da individuare nella teoria degli errori[11]. È però lo *step* successivo

---

[8] In Poincaré ritroviamo un analisi del caso che sintetizza gran parte della discussione e delle osservazioni sui concetti di caso e probabilità dopo Laplace.

[9]Simeon-Denis Poisson, matematico e fisico francese, lecui ricerche si svilupparono nei più svariati campi della fisica matematica, principalmente nell'elettrostatica e nel magnetismo, nella dinamica dei solidi, nella meccanica analitica, nel calcolo delle probabilità.*Enciclopedie online, Treccani.*

[10]Antoine AugustinCournot, matematico e filosofo francese, propose l'esempio riguardante una tegola sfuggita a un operaio mentre lavorava su un tetto che sfortunatamente colpì un passante che camminava tranquillo, poco sotto, scatenando così una serie di sfortunati eventi.*Enciclopedie online, Treccani.*

[11] In analisi probabilistica, mediante la teoria degli errori, è possibile valutare a posteriori, statisticamente, l'errore di una misura. Essendo impossibile valutare il valore reale di una grandezza misurata, si accetta come valore più probabile la media aritmetica di tutte le grandezze misurate. *Enciclopedie online, Treccani*.

segnato dalla nascita della meccanica quantistica negli anni ’20 del Novecento a sancire l’essenzialità del caso e il distacco completo dalle idee di Laplace. A questo proposito, **Heisenberg** (1901-1976) formulò il principio di indeterminazione, secondo il quale non è possibile conoscere simultaneamente e con la stessa precisione la posizione e la velocità di una particella in un dato momento. Si considerano pertanto intervalli di valori descritti in termini puramente probabilistici.

I risultati raggiunti dalla meccanica quantistica riportano il caso a una funzione essenziale e inevitabile nei fatti della natura. Si ricollega a ciò, l’assai citato scambio di idee tra il genio della relatività e l’amico **NielsBohr** (1885-1962), in cui **Einstein**(1879-1955) manifesta la sua critica al probabilismo della meccanica quantistica affermando che “*Dio non gioca a dadi con l’universo*” e a cui il secondo ribatte: "*Non dire a Dio come deve giocare*".

Più generalmente parlando, il caso non è soltanto associato ai rischi e alle incertezze della vita quotidiana. È un “concetto”, inteso ora in senso kantiano, che serve a creare rappresentazioni, che non deve nulla alla percezione e poco all’intuizione. Non gode di buon giudizio presso la maggior parte delle persone che aspirano alla sicurezza e alla tranquillità della vita, eppure non mancano le occasioni in cui si fa riferimento ad esso per trarre vantaggio dall’imparzialità che deriva dall’imprevedibilità dei suoi esiti. Dimostrazione classica riguarda i giochi, d’azzardo e non, in cui si affida al caso la decisione di chi debba iniziare la partita, proprio lasciando scegliere alla sorte. Il **sorteggio** rappresenta un altro chiaro esempio nel quale si delega al caso la responsabilità di decidere chi siano i “prescelti” o i “fortunati”. Oggi, nel sistema giudiziario, si ricorre ad esso per selezionare i cittadini che diventeranno membri delle giurie popolari[12].

Per concludere, **la teoria delle probabilità è la scienza del caso**. Si interessa a ciò che può essere reso quantificabile nell’aleatorio, si oppone a ciò che viene comunemente chiamato incertezza o dio Caos dell’inizio della civiltà greca, il quale non può essere prevedibile e, benché meno, visibile. Il caso è una macchina che dà dell’inaccessibile un’immagine che possiamo osservare; ci trasporta nel mondo del possibile e sostituisce la causa inesistente, invisibile, che non riusciamo a comprendere. Tale possibile consiste in eventi che possono o meno verificarsi, poiché un evento è costituito dalla possibilità di realizzazione. La probabilità di un evento misura il grado di fiducia che ogni individuo, sulla base delle conoscenze e informazioni di cui dispone al momento, ha sul suo verificarsi. Perciò “caso” e “rischio” rinviano ad un universo di possibilità strutturato dagli eventi[13].

Stabilire la natura del caso è un esercizio altrettanto difficile, quanto lo è dare una definizione universalmente valida e utilizzabile del caso stesso; non c’è accordo tra gli studiosi per definirlo. Certamente vero è che la caratteristica essenziale degli avvenimenti in cui interviene direttamente il caso è **l’imprevedibilità**, cioè l’impossibilità di prevederne il corso, condizione che rende sempre più scabrosa la possibilità di chiarire il concetto. Tuttavia, comportamenti assolutamente imprevedibili possono manifestarsi anche negli avvenimenti descritti da leggi matematiche,

---

[12] Un recente studio elaborato dall’Università di Catania ritiene utile e profondamente efficace, a livello politico, scegliere, mediante sorteggio, una frazione dei membri del Parlamentocosì da permettere l’avvento di un sistema che non sia interamente politicizzato fin dalle sue radici.P.M.Gubernale, *Democrazia per caso. Se scegliere a sorte i deputati fa bene alla politica*, articolo del 30 novembre 2012 in “www.ilfattoquotidiano.it”

[13]L’insieme di tutti i possibili è l’evento certo e l’evento impossibile è quello vuoto. Tutti i possibili che non realizzano un evento sono quelli che realizzano il suo contrario.

rigorosamente prive di qualsiasi elemento casuale[14]. In più, anche gli eventi generalmente considerati casuali sono regolati da leggi fisiche ben note e prive di elementi casuali. Ovviamente, a noi risulta impensabile cercare di dominare e prevedere tutte le cause in gioco e, di conseguenza, ci limitiamo ad affrontare gli eventi in termini probabilistici.

Il mondo del rischio

Malattie, catastrofi naturali, lotterie, Borsa e finanza: il **rischio** è uno dei concetti universali per analizzare la vita e l'evoluzione della società ed è difficile definirlo con precisione. L'approccio matematico del rischio è oggi utilizzato in moltissimi settori, ma può allontanarci da parecchie realtà sociali e culturali. Nonostante il rischio matematico possa apparire "irrazionale" e non certo utile ad una previsione efficace e pratica, esistono buone ragioni per utilizzare la matematica nell'analisi dei rischi così da rendere possibile una migliore comprensione di questioni che emergono in settori quali medicina, assicurazioni, tecnologia e finanza. Al contrario, la matematica non aiuta quando si parla di guerra o rischio sociale perché l'introduzione di nuove tecnologie non permette di riflettere sulla vera entità di fenomeni come questi e sulla loro realtà etica e morale.

Il concetto di rischio si è creato nel corso dei secoli assumendo **3 connotazioni culturali** essenziali

1. Metafisica
2. Mutualistica
3. Amministrativa

Ogni epoca e periodo storico ha privilegiato una di queste dimensioni a seconda del tipo di rischio dominante, sia esso naturale o derivato dalle azioni dell'uomo. La prima dimensione risale alle società primitive e al rischio di carestie, a cui subentrano successivamente la religione e le superstizioni tradizionali. Assai particolare è il passaggio, in tempi più recenti, a una cultura del rischio basata sulla questione del "diverso": ad esempio, il disabile, l'omosessuale, l'ebreo, causa prima di tutti i mali. La dimensione mutualistica è presente fin dai tempi dell'antico Egitto giungendo alle corporazioni medievali. Ci si aiutava per far fronte ai rischi di infortuni sul lavoro e di malattie, probabilmente segni del destino o delle volontà divine. Con il rifiuto delle spiegazioni metafisiche e delle comuni pratiche religiose e superstiziose nel XVII secolo sorgeranno nuove idee e atteggiamenti con lo sviluppo di tecniche assicurative: d'ora in poi i rischi si affronteranno con la consapevolezza che si può agire, conferendo larga importanza alla responsabilità sociale, individuale e collettiva, e al potere politico ed economico. Dalle continue lotte di operai e lavoratori per la pretesa di una protezione sempre maggiore, nuove difficoltà interesseranno una vasta fascia della popolazione a partire dal XIX secolo, in cui maturano società basate interamente sulla precauzione in termini di prevenzione di rischi ben definiti e sull'assicurazione. Le responsabilità sono, dunque, presenti a tutti i livelli della società e i problemi di rischio diventano mondiali.

[14] Poincaré afferma: "Può accadere che piccole differenze nelle condizioni iniziali ne producono di grandissime nei fenomeni finali. Un piccolo errore nelle prime produce un errore enorme nei secondi. La previsione diviene impossibile e si ha un fenomeno fortuito", *LesMéthodesnouvelles de la mécanique celeste, 1892.*

Oramai, la gran parte delle situazioni a rischio stanno per essere modellizzate matematicamente. Occorre quindi studiare contemporaneamente la percezione del rischio e della probabilità, non limitandosi a criticare l'impiego ideologico di tali modelli matematici utilizzati per spiegare la razionalità dei comportamenti e delle decisioni.

Prima di affrontare meglio il discorso, però non è certo inutile fare un passo indietro per chiarire il concetto di "rischio". La parola compare in Francia nel XVI secolo con il senso di "caso che può comportare una perdita", ma a poco a poco il significato si modificherà, fino a raggiungere l'accezione attuale statistica e matematica. Resta innanzitutto legato ad un evento negativo, anche se il linguaggio corrente tende a differenziare la parola a seconda che si intenda al singolare o al plurale. Generalmente, si parla di "rischio" al singolare nel caso che riguarda la probabilità di un evento unico.

Per descrivere a grandi linee una **situazione a rischio** non è per niente semplice, poiché entrano in gioco moltissimi fattori. Certamente possiamo affermare che deriva dal mondo del possibile, governato da una probabilità che riguarda eventi la cui realizzazione comporta una perdita o un profitto, sia moralmente che economicamente. Non sempre si conoscono queste informazioni di base purtroppo e si è costretti a fare previsioni sulla base di statistiche e dati raccolti, sperando di optare per la soluzione migliore. Per definire il rischio è fondamentale considerare la sua dimensione rispetto al tempo e tradurre in termini matematici le conseguenze di un singolo evento, stabilendo una scala di paragone e sommando le perdite e i profitti ottenuti.

Strategie e controlli

In alcune situazioni a rischio gli interessati possono tentare di modificare le conseguenze degli eventi favorevoli o pericolosi cercando di adottare la **"strategia"** migliore[15]. Il soggetto (sia esso un individuo, uno Stato o un gruppo) inizialmente dispone di una serie di informazioni di base; ad un istante dato prende una decisione in funzione di ciò che conosce e di ciò che ha osservato, tenendo conto che una parte del problema non dipende da lui. In un gioco d'azzardo come la roulette tutto è nelle mani del caso che neanche il più abile dei giocatori riuscirà a "domare" dopo un elevato numero di perdite. Al contrario, in un gioco come il Lotto, quando la strategia matematica è messa alle strette, subentra quella psicologica, interessante per la gestione delle sconfitte subite.

[15] La metafora militare suggerisce che il gioco borsistico è analogo a quello di guerra.

È fondamentale distinguere le situazioni controllabili da quelle che non lo sono. Il controllo fa parte di una strategia nella quale chi decide può giocare sullo stato fisico del sistema e in tal modo il sistema aleatorio è soggetto a quanto stabilito dal *decision-maker*. Non sempre è però possibile esercitare un **controllo diretto**, come nel caso di fenomeni naturali, specialmente a causa della mancanza della previsione a breve o medio o lungo termine che gioca un ruolo primario sulle conseguenze. Il futuro può essere ipotecato dal controllo se si restringe il campo del possibile arbitrariamente e se si pretende di escludere a priori situazioni inverosimili e poco probabili, sebbene non sempre del tutto impossibili. Questa è una delle ragioni essenziali della fragilità delle teorie del controllo dell'economia o di talune malattie. Ora resta da rispondere al quesito più importante per noi: come si esercitano statistica e previsione per conoscere le probabilità che determinano le situazioni a rischio?

Nel mondo del possibile ad ogni evento sono associati la perdita o il guadagno legati alla sua realizzazione. In matematica, si indica con la parola "perdita" sia la perdita negativa sia il guadagno positivo, per questo adotto il termine **perdita-guadagno** come conseguenze di un evento. Sempre matematicamente parlando, il rischio è rappresentato dalla perdita-guadagno attesa, quindi non si tratta più di una quantità aleatoria bensì di un numero, positivo o negativo che sia. Inoltre lo si calcola moltiplicandolo per la probabilità ad esso associata. Ciò dimostra che un evento raro di "costo" elevato può apportare un contributo importante al rischio, probabilmente maggiore di quanto apporterebbe un evento frequente ma di basso "costo". Il **rischio matematico** non è dunque la probabilità di un evento, ma il numero calcolato come una media.

Per concludere, le perdite e le vincite dipendono per buona parte dalla strategia adottata o dall'entità implicata in una situazione a rischio. Per questo motivo occorre ricorrere ad un criterio che permetta di distinguere, paragonare e classificare le strategie. Il criterio più utilizzato è quello del rischio matematico che offre la possibilità di valutare matematicamente la perdita-guadagno attesa. Ma per attuare ciò, bisogna supporre che ogni situazione da analizzare sia retta da una probabilità ben nota; ogni scenariocomporta una probabilità e descrive una situazione a rischio ben precisa, sebbene non sempre la matematica porti alla soluzione vincente, come nel delicato caso della medicina.

Un passatempo molto rischioso: roulette, Lotto e gioco d’azzardo in Italia

Sono chiamati **giochi d’azzardo**, anche se veri e propri giochi non sono perché non vengono svolti per puro divertimento. Come ho già ampiamente spiegato, la loro storia risale a moltissimi anni fa e il crescente interesse come oggetto di analisi e studi ha permesso la nascita della teoria del calcolo delle probabilità. L’Enciclopedia Treccani, sotto la voce “giochi d’azzardo”, li definisce come “*quei passatempi che consistono nel puntare soldi sull'esito di un evento, non determinabile a priori*”. In realtà, la loro unica finalità è quella di puro arricchimento, cercando di averpuntato il meno possibile in partenza. Inoltre, a lungo andare, può capitare che questa attività si trasformi in una vera e propria ossessione tanto da creare una dipendenza, dal quale è difficile liberarsi prima di aver sperperato ingenti somme di denaro. Per questo, si sceglie di abbandonare l’azzardo non per libera scelta ma per costrizione psicologica.Giocare d’azzardo può essere molto divertente ma, al contempo, è parecchiorischioso, perché si tratta di un piacere niente affatto gratuito che molti pagano caro. La vera minaccia consiste, difatti, nel seguire con grande sicurezza strategie di gioco inevitabilmente prive di fondamento e scientificità, continuando a giocare e soprattutto a puntare con la convinzioneche la vincita arrivi a breve e permetta di potersi rifare, quasi del tutto, dalle perdite.

Il concetto di probabilità è stato a lungo dibattuto tra matematici, fisici e statistici e sono state fornite varie definizioni. Di fatto, la probabilità di un evento può essere strettamente collegata al **concetto “statistico” di frequenza**: un evento E viene considerato “probabile” quando si verifica spesso. Qualunque sia l’interpretazione che vogliamo attribuire a questo concetto, vi sono regole, i cosiddetti assiomi, da rispettare e da cui discende una serie di risultati che ne costituiscono la teoria elementare. In particolare, da ricordare le regole della somma e del prodotto. La prima riguarda due o più eventi tra loro *incompatibili*, le cui singole probabilità vanno sommate perché il verificarsi di ciascun evento esclude automaticamente il verificarsi di tutti gli altri. La seconda regola, invece, consiste nel moltiplicare tra loro le probabilità di due o più eventi *indipendenti*, dove il verificarsi di ciascun evento non ha alcuna influenza sul realizzarsi degli altri. Bisogna fare molta attenzione a non confondere i due concetti, data la forte somiglianza tra le due parole.

Prima di affrontare le diverse strategie di gioco e la loro fallimentare scientificità, accenno alla faccenda **dell’equità dei giochi d’azzardo**. Si parla di **gioco *equo* o *equilibrato***quando, ripetendolo più volte (idealmente infinite volte), ci si aspetta che tutti i giocatori finiscano in pari senza che nessuno risulti avvantaggiato. Per questo, il valore di vincita E atteso da ogni giocatore deve risultare nullo in modo tale che guadagni e perdite si compensino. Per ciascuna giocata tale valore E è dato dal guadagno in caso di vincita moltiplicato per la probabilità di vincere meno la perdita in caso di sconfitta moltiplicata per la probabilità di perdere. Schematicamente, definendo X la puntata del giocatore, Y il suo guadagno netto (vincita lorda meno la puntata) e P la probabilità di vincita, la condizione di equità è:

$$E = YP - X(1 - P) = 0$$

È possibile riscrivere la formula precedente nella seguente forma:

$$X + Y = \frac{X}{P}$$

Questa porta alla conclusione che il gioco è equo quando l'eventuale vincita lorda X+Y equivale alla puntata X divisa per la probabilità di vittoria P. La vincita lorda prevista dagli organizzatori dei giochi, la cosiddetta *quota*, è sempre inferiore a quella equa perché le perdite dei giocatori servono sia come fonte di guadagno sia per coprire le spese di gestione. Ma quanto inferiore è tale *quota*? È proprio questo il problema.

Quanto ci si aspetta di perdere, in media, ogni volta che si gioca? Naturalmente, occorre fare una distinzione a seconda del tipo di gioco che si tratta e il primo caso più semplice che viene in mente è quello della **roulette**[16]. La *roulette* è una ruota perfettamente equilibrata sulla cui circonferenza ci sono 37 settori, alternativamente di colore rosso e nero, che portano i numeri dallo 0 al 36. Quando si indovina il numero del settore dove si ferma la pallina, la vincita netta è pari a 35 volte la puntata. I casi possibili sono37 e la probabilità di ottenere un dato numero è 1/37, quella di non ottenerlo 1-P=36/37. La vincita netta è sempre calcolata con la formula $\left(\frac{36}{n}\right) - 1$ dove *n* rappresenta quanti sono i numeri che costituiscono le varie combinazioni. La roulette, contrariamente a quanto si potrebbe pensare, è quindi un gioco relativamente onesto, anche nella versione americana con il doppio zero, chepresenta 38 numeri; nella roulette francese, infatti, l'equità corrisponde al 97,3%, solo il 2,7% dall'essere equo al 100%.

[16]Gioco d'azzardo nato in Italia (si chiamava "girella" o "girello"), ma introdotto per la prima volta in Francia nel XVIII secolo.*Enciclopedie online, Treccani.*

Assai diverso è il discorso per quanto riguarda il **gioco del Lotto**. Molto simile alla casalinga tombola, il Lotto[17] è una lotteria pubblica che muove a ogni estrazione quantità ingenti di denaro, tra giocate e vincite. In Italia, vi sono 10 ruote "storiche" a cui recentemente si è aggiunta una Ruota Nazionale con estrazioni proprie. Da un'urna, tra le 90 palline raffiguranti ognuna un numero intero diverso da 1 a 90, ne vengono estratte 5 che riportano su di esse i numeri vincenti; a qualcuno possono regalare ricchezza e felicità, a qualcun altro possono portare perdite e rassegnaziomne. Il meccanismo del gioco è di una semplicità disarmante, eppure affascina tanti cittadini, qualsiasi sia il loro ceto di appartenenza e il livello di istruzione. Purtroppo, la sete di ricchezza e il desiderio di avidità spesso spingono i giocatori più accaniti a comportamenti assai pericolosi, specialmente dopo qualche tentativo fallito. Il peggio si raggiunge quando tentano di "forzare" la natura intrinsecamente casuale del meccanismo di gioco, convinti di trovare sistemi e strategie apparentemente convincenti, che spingono a credere di aver puntato su i numeri più favorevoli, più probabili… scontrandosi con la più semplice delle leggi del caso: ad ogni estrazione ogni numero ha la stessa probabilità di essere estratto indipendentemente dai risultati precedenti.

Nonostante ciò, numerosissimi giocatori incalliti continuano a "fantasticare" tanto che cercano un riscontro persino nella fonte letteraria più nota e storicamente affascinante in questo settore: l'antica tradizione della **"Smorfia napoletana"**[18]. Talvolta, specialmente tra le generazioni passate, il contenuto dei sogni era ritenuto strettamente collegato alle uscite del lotto e la fantasia delle interpretazioni diveniva un assurdo pretesto di scientificità. In tempi più recenti, la pubblicazione di testi pseudo-tecnici molto più discutibili, nei quali vengono descritti veri e propri sistemi matematici, anche complessi, sembra aver raggiunto un considerevole successo tra i giocatori. L'illusione di poter controllare la casualità e di piegarla alla volontà del giocatore è stata la fortuna di un piccolo gruppo di sedicenti esperti in campo probabilistico che vendono le giocate cosiddette "vincenti" a discapito di un'apprezzabile numero di persone desiderose di vittoria e di arricchimento. Per poter dimostrare la debolezza scientifica dei tentativi di "imbrigliare" il caso in formule regolari e applicabili, occorre partire da alcuni strumenti matematici fondamentali come il calcolo combinatorio.

Il ***calcolo combinatorio*** è un settore dell'aritmetica nel quale si cerca di stabilire quanti gruppi si possono "costruire" a partire da un determinato numero di elementi, con alcune semplici regole. La struttura combinatoria più semplice è quella delle *permutazioni di n elementi*, ovvero le differenti possibilità che si possono ottenere cambiando la posizione degli elementi in questione, siano essi lettere o numeri. Il risultato è pari al prodotto di tutti i numeri da 1 a n che nel linguaggio matematico si esprime con $n!$ (si legge "n fattoriale"). Se gli elementi fossero 4 le possibili permutazioni sarebbero appena 24 $(1 \times 2 \times 3 \times 4 = 4! = 24)$. Le cose cambiano drasticamente se il numero degli elementi aumenta perché il fattoriale cresce molto rapidamente

[17] L'attuale formula del Gioco del Lotto deriva con molta probabilità da una pratica in uso a Genova nel XVI secolo, che permetteva di scommettere sui nomi di cittadini candidati a cariche pubbliche. Prendeva spunto da un "sistema elettorale", che prevedeva l'estrazione casuale di 5 nomi tra cittadini particolarmente meritevoli, su un totale di 120 "papabili", che avrebbero assunto il ruolo di membri del Maggior Consiglio della Repubblica. *Storia del lotto, www.lottomatica.it*

[18] Il termine "Smorfia" deriva da Morfeo, il dio del sonno.

fino a raggiungere cifre elevatissime. Con 20 elementi, ad esempio, avremmo la bellezza di 2,43 miliardi di miliardi di ordinamenti possibili, numeri quasi impronunciabili.

Una seconda struttura altrettanto importante è quella delle *combinazioni semplici*, ossia dei gruppi che si possono ottenere estraendo in blocco *k* elementi da un insieme più grande che ne contiene *n*. Il numero di combinazioni semplici chiamato coefficiente binomiale, così definito:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

È possibile mettere in evidenza anche alcune proprietà di esso che permettono di semplificare notevolmente i calcoli:

$$\binom{n}{0} = 1\ ,\ \binom{n}{1} = n\ ,\ \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Elencate queste premesse, è possibile addentrarsi nel mondo puramente matematico del Lotto soffermandosi sulle **combinazioni di gioco**. Le regole sono semplicissime: si può puntare su un singolo numero (estratto semplice), su due numeri (ambo), su tre (terno), su quattro (quaterna) o su cinque (cinquina). Si vince se la combinazione giocata in partenza (ambo o terno o...ecc.) è quella estratta. Ciò significa che se si gioca una cinquina non si vince nulla anche se escono tre dei numeri giocati. Ovviamente, ci si aspetta che la vincita sia proporzionale alla difficoltà della combinazione giocata, ma di fatto il gioco è davvero lontano dall’essere equo. Il modello matematico di riferimento di questo gioco è la *distribuzione ipergeometrica* la quale fornisce le diverse probabilità di un’estrazione in blocco di *n* elementi da un insieme più grande di N elementi. È quindi caratterizzata da 3parametri fondamentali che variano ogni volta a seconda del tipo di giocata: essi sono la dimensione della popolazione (N), la numerosità del campione estratto (n) e il numero di elementi vincenti nella popolazione (N*).

$$P(X = k) = \frac{\binom{N_*}{k}\binom{N-N_*}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Non è una novità, insomma, che il gioco del Lotto non sia affatto equo per il giocatore e la maggior parte dei soldi rimanga nelle casse degli organizzatori che si arricchiscono sempre di più. Nella tabella posta di seguito, si può facilmente notare come sia forte lo **squilibrio tra il premio effettivo e il premio equo**, sino a partire dall’ambo e aumentando per le combinazioni più difficili. Qui subentra la psicologia che, attraverso semplici meccanismi logici, rende comprensibile il fatto che ben pochi giocatori, trionfanti con suddette combinazioni, si lamentino di aver vinto soltanto circa il 14% (in caso di cinquina) o il 24% (in caso di quaterna) di quello che spetterebbe loro se il gioco fosse realmente equo… eppure, sono proprio i fortunati vincitori di somme importanti a essere i più penalizzati!

	Probabilità di vincita	Premio effettivo (€)	Premio equo (€)	Rapporto %
Singolo	5,556%	11,232	18,0	62,40%
Ambo	0,250%	250	400,5	62,42%
Terno	0,0085%	4500	11.748	38,30%
Quaterna	0,0002%	120.000	511.038	23,48%
Cinquina	0,000002%	6.000.000	43.949.268	13,65%

Tab. 1. Vincite effettive e premi equi nel gioco del Lotto corrispondenti a una giocata di un euro.

Numeri ritardatari e false speranze

È un dato di fatto. La maggior parte delle persone crede realmente che dopo una sequenza negativa al gioco debba necessariamente seguirne una favorevole. Ciò deriva dalla cosiddetta **"fallacia del giocatore"**[19], che consiste nel credere che la probabilità di un evento possa aumentare o diminuire a seconda che essosi sia verificato o meno recentemente. Questa convinzione è strettamente collegata alla rovinosa abitudine di giocare al Lotto i "**numeri ritardatari"**. Al giorno d'oggi, molti siti web, riviste e testi pseudoscientifici di esperti possono trarre in inganno i giocatori più ingenui attraverso appositi indicatori e schemi, dai nomi accattivanti e apparentemente scientifici, che rappresentano un efficace grado di fiducia che si può investire nella prossima uscita di certi numeri, tenendo conto dei ritardi. Eppure, abbiamo ben compreso che ogniqualvolta si gioca ai dadi, al Lotto o a qualsiasi altro gioco d'azzardo, ogni evento è assolutamente indipendente e non è influenzato in nessun modo da quanto è accaduto fino a quel momento. **Il caso non ha memoria!**[20] Insomma, questa affermazione avvalora come ogni numero abbia la stessa probabilità di essere estratto ad ogni estrazione perché anche i numeri sono "senza memoria", come si dice; tutti hanno la stessa probabilità di uscita equivalente a 1/18.

Sono prive di senso anche le previsioni basate su analisi statistiche, i cosiddetti **"numeri spia"** che annunciano l'estrazione di ambi o terne che possono uscire più facilmente di altri. È dimostrato che la terna formata dalle cifre 1,2,3 avrà la stessa probabilità di essere estratta della terna composta da tre numeri scelti casualmente. Ciò significa che tali numeri presi a caso o con qualunque metodo empirico (compleanni, numeri portafortuna, date importanti e via dicendo) hanno la stessa probabilità dei numeri "favoriti", proposti dai numerosissimi finti esperti convinti di avere le strategie efficaci per trionfare, ben lontane dalla verità probabilistica, l'unica che conta in tutti i giochi d'azzardo.

[19]Bruno De Finetti, grande matematico italiano vissuto nel XX secolo, definiva aspramente il gioco del lotto come "tassa sull'imbecillità".

[20]Il già citato Laplace scrisse: "*Quando un numero non esce da molto tempo, i giocatori corrono a coprirlo di danaro, essi ritengono che quel numero reticente debba uscire al primo colpo, a preferenza di altri, ma il passato non può avere alcun influenza sull'avvenire*".

Qualche dato…

Il Ministero dell'Economia italiano ha fornito recentemente i dati sulla raccolta del gioco d'azzardo per il 2016 e sulle relative entrate fiscali. Il fatturato di gioco ammonta complessivamente a circa **96 miliardi di euro**, un dato in aumento dell'8% rispetto agli 88 miliardi incassati nel 2015. La spesa, invece, che corrisponde al fatturato meno le vincite di gioco, nel 2016 si aggira intorno ai **19 miliardi**, rispetto ai 17.5 miliardi dell'anno precedente. 10 miliardi allo Stato su 19 miliardi di incasso netto. In sostanza, ogni 10 euro giocati, 5,5 finiscono nella cassaforte statale. La voce che più contribuisce al guadagno, pari al 58%, è quella degli apparecchi da intrattenimento, come Slot machine e Videolottery, i quali versano complessivamente 5 miliardi e 850 milioni di euro. Tra le voci cardine del prelievo statale spiccano il gioco del Lotto con 1760 milioni di incassi e il Gratta e vinci con 1375 milioni. A tutte le scommesse organizzate con gli incassi e le spese relative, si aggiunge il giro di affari del gioco illegale clandestino che ammonta a circa 50 miliardi l'anno, importante fonte di guadagno per la malavita organizzata.

Queste rischiose attività attraggono diversi milioni dei nostri concittadini, ma, come ho già affermato in precedenza, il vero problema è psicologico, la cosiddetta "**ludopatia**", cioè l'attaccamento compulsivo e ossessivo al gioco che coinvolge quasi un milione di italiani, specialmente tra i più giovani. "*La ludopatia non è solo un fenomeno sociale, ma una vera e propria malattia, che rende incapaci di resistere all'impulso di giocare d'azzardo o fare scommesse*"[21]. Particolarmente allarmante è la crescente diffusione del gioco d'azzardo tra i giovanissimi, a cui ha contribuito ulteriormente l'avvento delle slot machine e del gioco online. "La percentuale nazionale rilevata nell'ultima indagine preoccupa anche perché fa segnare un'inversione di tendenza per la prima volta dopo 5 anni: dal 2010 al 2014 si era assistito infatti a una costante riduzione, dal 47% nel 2010 al 39% nel 2014. Dal 2014 al 2015 la percentuale è cresciuta dal 39 al 42%, con un 7% che riferisce di giocare 4 o più volte alla settimana". La questione porta a riflettere perché l'aumento è generalizzato per tutte le fasce d'età, in quasi tutte le aree geografiche italiane e per entrambi i sessi, anche se interessa maggiormente i ragazzi compresi tra i 15 e i 19 anni[22].

[21] Ministero della Salute, www.salute.gov.it

[22] Comunicato stampa CNR, *"Febbre del gioco" in crescita tra gli adolescenti*, 24 marzo 2016.

L’assicurazione

L’assicurazione è una delle più interessanti applicazioni della teoria delle probabilità, chedecreta l’inizio di una serie di trasformazioni sociali di rilievo. Attraverso di essa, l’umanità conquista i mezzi che le servono per proteggersi contro i rischi, in primis, quelli dovuti alla malattia e agli infortuni sul lavoro. È necessario, per questo, esaminare il ruolo che hanno assunto “**l’equità**” e la “**solidarietà**” di fronte alle avversità e alle necessità industriali e commerciali, per capire la portata della nascita di concetti matematici illuminati.

Le prime forme di assicurazione commerciale furono quelle utilizzate dai Sumeri prima e dai Babilonesi poi come sorta di scommessa sui trasporti, in seguito ereditate anche dagli Ateniesi per il commercio marittimo; hanno messo in pratica sistemi assicurativi sulle merci trasportate. A partire dal XIV secolo, Venezia, Genova, Barcellona e, a ruota, un po’ tutta l’Europa, hanno sviluppato un sistema molto simile alla scommessa ordinaria, in cui ai proprietari delle imbarcazioni si prestava un’ingente somma di denaro che era poi rimborsata con gli interessi, a seconda del tragitto, se la barca arrivava a destinazione con la merce a bordo. L’esigenza nasceva dalla funzionalità di proteggere gli imprenditori dei trasporti sul mare dai rischi di naufragio, incendio o da un inaspettato incontro con i pirati. Gli inglesi, in particolare, perfezionarono questo sistema scommettendo sulle barche e,dal 1700 in avanti, il grande sviluppo avuto dall'assicurazione marittima si deve alla**Lloyd**, organismo potentissimo e d'importanza mondiale, ancora oggi uno dei più sviluppatimercati assicurativi.

Cercare di premunirsi contro le avversità e gli eventi inattesi ha dunque un prezzo già da molti secoli e per millesettecento anni questo prezzo è stato calcolato di volta in volta, basandosi unicamente sull’esperienza e senza contare su una regola ben precisa. La Chiesa, sempre contraria ai giochi d’azzardo, non ha permesso che questa forma di scommesse passasse inosservata e sono serviti dieci secoli prima che accettasse, in materia di assicurazioni, il principio del ***justumpretium***(il giusto prezzo di un rischio), senza tuttavia riuscire a calcolarlo. Già prima di questa assicurazione sui trasporti commerciali, nei grandi cantieri dell’Antichità e del Medioevo, gli operai si erano organizzati su come comportarsi in caso di infortuni sul lavoro.

Nel XIV secolo, in Europa, alcune società direttamente legate alle corporazioni proteggevano i più deboli come gli invalidi, le vedove e gli orfani. L'eccelso matematico **Leibniz**(1646-1716), ancora prima che Bernoulli enunciasse la legge dei grandi numeri, propose di instaurare un sistema di **previdenza sociale**, la quale ha "per fine la tutela dei lavoratori e delle loro famiglie dai rischi di menomazione o perdita della capacità lavorativa per eventi quali la disoccupazione, la malattia, l'invalidità e la vecchiaia"[23]. In un'accezione meno ampia, ma forse più diffusa, si intende la copertura delle esigenze economiche derivanti dall'invalidità e dalla vecchiaia. Avendo constatato che le disgrazie quotidiane, come la malattia e gli incidenti domestici, colpivano senza alcuna pietà i più poveri, Leibniz nel 1678 avanzò l'idea di istituire una cassa di soccorso alimentata da tutti, proporzionalmente al reddito, a sostegno dei più bisognosi. Nessuna delle istituzioni tra regime e Chiesa, però, estese il "principio di solidarietà". Perciò, solo la legge dei grandi numeri permise di utilizzare il "principio di equità" per sviluppare l'assicurazione.

L'assicurazione sulla vita è la prima e forse più innovativa applicazione del calcolo delle probabilità. Nonostante il primo contratto fu stipulato nel 1583 a Londra sulla testa di un certo **William Gibbons**, per garantire il pagamento di una somma se la morte dell'assicurato fosse avvenuta entro un anno, questa singolare assicurazione è stata regolamentata in Inghilterra a partire dal 1774, dopo che nel 1762 era stata creata la *Equitable Society for the Assurances of Lives*. Ancor prima di ciò, le operazioni assicurative, trattate da singoli assicuratori nel solo intento di guadagnarne, furono inquinate da abusi di ogni genere e finirono col degenerare in scommesse, giochi e odiose speculazioni. Nell'Europa del XVIII secolo, ebbero per oggetto gli eventi più strani; si fecero scommesse sulla longevità dei sovrani e dei principi, sulla gravidanza delle donne, sulla vita di uomini politici, su vittorie e sconfitte in tempi di guerra. Questa situazione ne ostacolò profondamente il progresso, se non che il calcolo delle probabilitàe la **tavola di mortalità**, costruita con metodo scientifico nel 1693 dall'astronomo **Halley**(1656-1742), non avessero offerto gli elementi fondamentali per il suo sviluppo tecnico. Halley riuscì così a determinare la probabilità di vita media grazie alla, non ancora dimostrata, legge dei grandi numeri.

L'olandese **Jan De Witt**(1625-1672) nel 1671, studiando il rapporto che intercede tra la radice quadrata dell'età e la probabilità di raggiungere settant'anni, aveva esposto, prima di Halley, il metodo esatto per calcolare un'annualità vitalizia. Halley costruì la tavola di mortalità su dati d'osservazione raccolti da**CasparNeumann**[24](1648-1715) e riguardanti la città di Breslavia, perché tali dati furono da lui ritenuti più idonei allo scopo rispetto a quelli che avrebbe potuto offrire Londra e altre metropoli europee. Nel 1705 si fondava in Londra la prima compagnia di assicurazioni sulla vita, ***The Amicable*** (*Society for a perpetual Assurance Office*), ma, come altre istituzioni sorte negli ultimi anni del Seicento, non seppe trarre alcun vantaggio dalla scoperta di Pascal e dai lavori di Halley in merito al metodo scientifico messo a disposizione dell'assicuratore.

Huyghens, altro celebre scienziato, calcolò i premi assicurativi partendo dal principio di equità, sempre sfruttandoil teorema di Bernoulli[25]. In questo caso consideriamo l'assicurazione come un

[23] "Previdenza sociale" in *Enciclopedie online*, Treccani.
[24] Professore e ecclesiastico tedesco con uno speciale interesse nei tassi di mortalità.
[25] Si veda Nota 4

vero e proprio gioco tra l’assicuratore e il suo cliente. Sia $C_1, C_2, \dots, C_n$ il costo che spetta all’assicurato per i diversi sinistri in cui può essere coinvolto, $Pr_1(C_1), Pr_2(C_2), \dots, Pr_n(C_n)$ le probabilità di questi sinistri e Q il premio che deve pagare l’assicurato. Il rischio dell’assicuratore è nullo se $Q = Pr_1(C_1), Pr_2(C_2), \dots, Pr_n(C_n)$. Q è quindi il premio equo. Il rischio dell’assicuratore è nullo, la perdita è Q e il suo guadagno atteso è $Pr_1(C_1) + Pr_2(C_2) + \cdots \dots + Pr_n(C_n)$.

Entra ora in gioco il “**principio diequità**”, secondo il quale l’assicurato deve pagare all’assicuratore un premio Q maggiorato dei “costi di gestione”, permettendogli così di beneficiarne. Certamente, non era possibile porsi questo dilemma prima che fosse elaborata la legge dei grandi numeri; oggi, al contrario, si rivela essa stessa fondamentale perché rende evidente che l’assicurazione resta una scommessa per il cliente, ma non lo è quasi più per l’assicuratore. In più, per applicare tale legge, occorre aver osservato un numero sufficientemente grande di sinistri per poter calcolare i diversi premi assicurativi. Il calcolo è allora influenzato da valutazioni molto soggettive delle probabilità e risulta “falsato”. Il problema dell’equità non è sempre strettamente collegato all’analisi in termini matematici. Un esempio concreto ci è fornito dall’assicurazione contro l’incendio, adottata al termine del XVIII secolo, assumendo un nuovo carattere puramente finanziario a partire dalla Francia. I dati statistici non erano sufficienti a calcolare i rispettivi premi, perciò le Compagnie “Incendi” riuscivano a ottenere enormi profitti non attraverso l’applicazione di sorprendenti strategie matematiche, ma facendo “fruttare” il denaro dei premi sopravvalutati. Per questo, le assicurazioni private sono diventate delle punte di diamante dell’investimento nel mondo finanziario tanto da sensibilizzare lo stesso potere politico.

Con la forte ondata di innovazioni della Prima Rivoluzione industriale, il numero di operai aumentò notevolmente e con essi anche il numero degli infortuni sul lavoro; la statistica diventò quasi lo strumento fondamentale per la giustizia sociale. Eppure,dopo parecchi tentativi politici, furono le numerose rivolte popolari a rilanciare l’idea di un’assicurazione sociale con norme stabilite direttamente dalla legge. Allo stesso tempo, presero piede le “assicurazioni-gruppi” che proteggevano le categorie sociali non operaie. Solo nel 1945 nacque la Previdenza sociale, concetto già citato poco sopra. Essa si basava essenzialmente sul “**principio della solidarietà**”. Ma tenendo conto delle ineguaglianze nel salario dei lavoratori, il calcolo del premio per la giustizia sociale non risultava equo dal punto di vista matematico.

L’assicurazione si sviluppa poi secondo **l’aspetto commerciale**con un calcolo dei primi fondato sull’equità, come testimoniano, ad esempio, le assicurazioni sulle malattie per la popolazione attiva in alcuni Paesi come gli Stati Uniti, anche se assumerannopiù gli aspetti di una protezione privata. Molti si domandano però se sia l’etica o la difficoltà pratica a non permettere di ampliare i campi di interesse delle assicurazioni alla vita privata degli individui, tralasciando gli aspetti medici, già ampiamente considerati. Non ci si assicura in qualsiasi situazione per la quale non sia possibile definire le conseguenze oggettivamente. Nonostante ciò, oggi disponiamo di tabelle di qualsiasi genere che operano distinzioni sempre più sottili sulla vita di ogni individuo, sia esso uomo o donna, giovane o anziano, sano o malato. Le assicurazioni sono dunque in grado di adottare soluzioni differenti e giudicare la salute degli stessi assicurati, intromettendosi in tal modo nelle loro vite private, grazie anche al supporto dei moderni strumenti informatici e dei precisi metodi statistici.

La pratica delle riassicurazioni

Il concetto di "rischio" ben presto si associa alle assicurazioni in **campo imprenditoriale**. Le diverse compagnie assicurative si comportano come se fossero dei singoli individui, adottando un sistema di **riassicurazioni** che in alcuni casi ha portato a conseguenze catastrofiche, come quelle che hanno colpito la famosa compagnia britannica dei Lloyd's. Devastata dalla catastrofe del Bhopal[26] e da quelle delle grandi maree nere, la pratica delle riassicurazioni non ha giovato alla grande compagnia. Questo sistema consiste nel condividere i grossi rischi secondo un ciclo continuo di riassicurazioni su dati rischi presso un'altra assicurazione, dando vita a un circolo vizioso che coinvolge un numero indefinito di compagnie in modo molto intricato. I Lloyd's si sono trovati a dover rimborsare alcuni loro clienti in quanto vittime di sinistri e a dover pagare sia come assicuratore iniziale che come riassicuratore dei propri riassicurati.

Non è da tralasciare che il mondo del rischio è collegabile a una funzione di **utilità** che traduce quanto utile trovi l'assicurato pagare un dato premio per un dato rischio. In particolare, questa teoria implica che l'uomo sia disposto a pagare un premio maggiore a quello che gli spetta per ottenere una sorta di tranquillità personale. Allontanandosi dall'equità, l'assicuratore aumenterà il suo profitto fino a che raggiungerà il valore massimo del premio che il suo cliente è disposto a pagare per raggiungere quella sicurezza a cui aspirava. Le compagnie riescono a giocare su questa utilità e adattano i loro contratti di conseguenza. Per la gestione dei grossi rischi come maree nere, terremoti o altri eventi naturali non è possibile applicare la legge dei grandi numeri perché ci si trova davanti a situazioni poco frequenti, le cui soluzioni sono quasi del tutto soggettive. Per di più, la difficoltà sta nel fatto che la realizzazione di eventi rari può coincidere, come nell'esempio dei Lloyd's, e mettere in discussione la solvibilità della compagnia stessa. Per questo, si cerca di definire una pratica tra assicuratori che non modifichi il rischio matematico e il profitto atteso, chiaramente aleatorio, al fine di ridurre la variabilità di tutti gli eventi possibili, che si traduce con il

[26] Nella notte tra il 2 e il 3 dicembre del 1984 nello stabilimento chimico di Bhopal (nell'India centrale) della Union Carbide un incidente portò al rilascio di oltre 42 tonnellate di isocianato di metile, un composto chimico utilizzato per la produzione di pesticidi. Una nube altamente tossica si propagò nell'area intorno alla fabbrica contaminando migliaia di persone e uccidendone altrettante. *Dall'articolo del 3 dicembre 2014 in www.ilpost.it*

fatto di fissare al minimo la varianza che misura l'oscillazione del profitto. Ciò dimostra quanto sia vantaggioso associarsi nella gestione del rischio per assicurare alle compagnie un benessere morale oltre che economico e professionale. Esse cercano di collaborare, senza agire a discapito l'una delle altre, sfruttando questa pratica della riassicurazione allo scopo di ottenere il maggior profitto. Realmente però, la situazione è ben diversa dato che tra assicurazione e finanza non c'è limite e il principio di equità non è d'obbligo!

Bibliografia

Didier, Dacunha-Castelle, *Chemins de l'aleatoire: le hasard e le risquedans la société moderne*, Flammarion, (S.l.) 1996 (*La scienza del caso: previsioni e probabilità nella società contemporanea*,Edizioni Dedalo srl, Bari 1998).

N.N.Taleb, *Fooled by Randomness: the hiddenRole of Chance in the Markets and in Life*, Random house, London 2001 (*Giocati dal caso: il ruolo della fortuna nella finanza e nella vita*, Il Saggiatore, Milano 2014).

Paola Munari, *Giochi d'azzardo e probabilità*, Roma, Editori riuniti university press, 2012.

G.V.Pallottino, *Il caso e la probabilità: le sorprese di una strana coppia*, Edizioni Dedalo, Bari 2017.

D.J.Hand, The improbabilityprinciple: WhyCoincidences, Miracles, and Rare EventsHappenEveryDay, (S.l.) 2014 (*Il caso non esiste: perché le cose più incredibili accadono tutti i giorni*, Rizzoli, Milano 2014).

Sitografia

Articoli

M.Bovetti, *Il Calcolo delle probabilità e la Teoria dei Giochi,* in http://matematica.unibocconi.it/articoli/il-calcolo-delle-probabilit%C3%A0-e-la-teoria-dei-giochi

B.Betrò, La Probabilità nella vita quotidiana - Introduzione elementare ai modelli probabilistici, in http://matematica.unibocconi.it/articoli/la-probabilit%C3%A0-nella-vita-quotidiana-introduzione-elementare-ai-modelli-probabilistici

I.Schneider, *L'Ottocento: matematica. Calcolo delle probabilità e statistica,* in http://www.treccani.it/enciclopedia/l-ottocento-matematica-calcolo-delle-probabilita-e-statistica_%28Storia-della-Scienza%29/

Siti

http://www.lottomaticaitalia.it

http://www.avvisopubblico.it

http://www.treccani.it/enciclopedia