

Niki Braho

5°D a.s. 2016/2017

# Trovare l'ordine nel Caos



## Indice

Pag. 3 - Premessa

Pag. 4 - Filosofia (Henri Poincaré)

Pag. 5 - Scienze

- Caratteristiche dell'atmosfera
- La pressione atmosferica e i venti
- L'"*attrattore strano*" di Lorenz

Pag. 8 - Matematica

- Definizione di frattale
- Insieme di Mandelbrot
- Costanti di Feigenbaum

Pag. 12 - Fisica

- La cosmologia
- L'Universo frattale
- I dati del satellite Planck
- Emergono frattali dalla mappa di Planck

Pag. 17 - Italiano (Luigi Pirandello)

- Biografia
- Visione relativistica del mondo: Vita e Forma

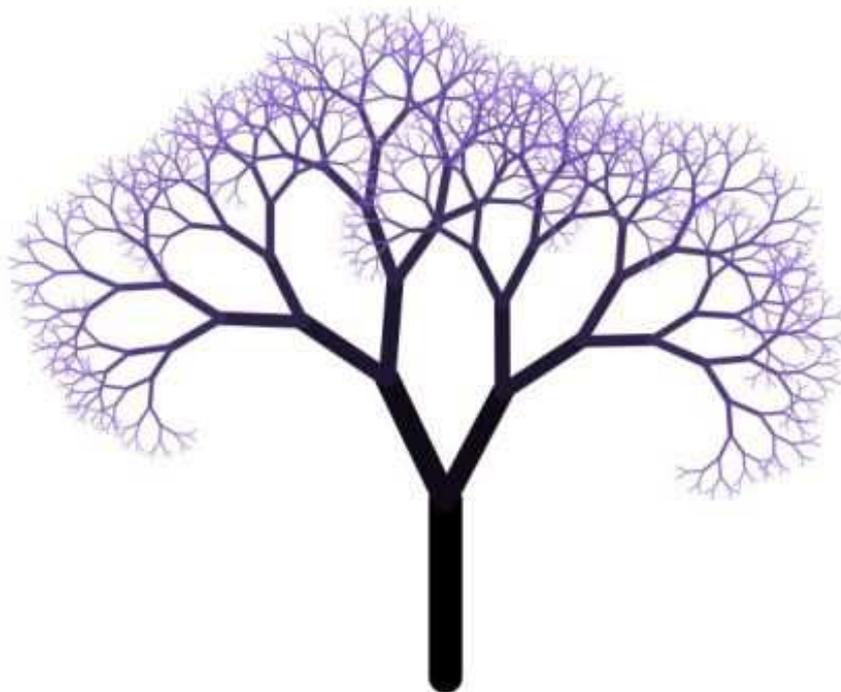
Pag. 20 - English (Fractals in '*The Sisters*')

Pag. 22 - Bibliografia e sitografia

## **Premessa:**

Nel corso della mia carriera scolastica, ho avuto modo di approfondire varie tematiche inerenti il mondo scientifico e matematico, seppur sempre a livello liceale.

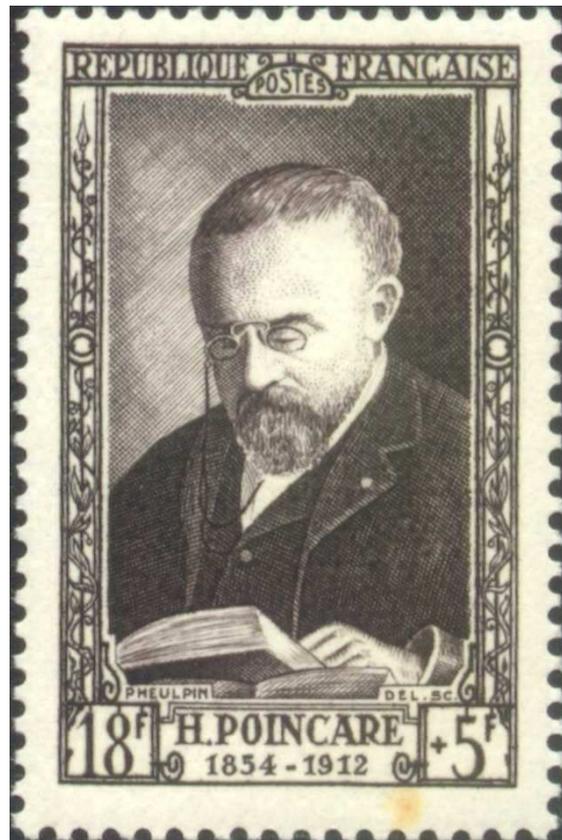
Un argomento che mi ha colpito particolarmente è la recente Teoria del Caos, il cui studio è iniziato solo negli anni '70 del secolo scorso. Essa studia sistemi definiti caotici, ovvero sistemi fisici o matematici in cui piccolissime variazioni all'assetto iniziale del sistema comportano grandissime differenze nell'esito finale. Questa teoria viene usata anche in svariati ambiti come appunto la matematica, la fisica, per lo studio di testi letterari o anche per lo studio di opere artistiche. La cosa che più affascina di questa teoria è la ricerca di ordine, di leggi scientifiche anche in qualcosa di completamente casuale come il caos, invogliandomi a ricercare ed approfondire l'argomento, ed utilizzandolo come argomento di tesina.



## Filosofia:

Il primo a studiare la teoria del caos, seppur inconsapevolmente, fu il matematico e filosofo Henri Poincaré (1854-1912). In particolare egli si soffermò sul problema dei tre corpi, problemi che già altri matematici come Eulero avevano tentato di affrontare: il problema riguardava le interazioni gravitazionali che avvenivano fra tre corpi. Egli lo studiò attraverso un sistema di equazioni differenziali e notò che variando di pochissimo le condizioni iniziali, come la posizione di un corpo, il risultato finale variava moltissimo.

Da un punto di vista filosofico invece Poincaré nel suo scritto *‘La scienza e l’ipotesi’* (1902) afferma che la matematica non è né un *giudizio sintetico a priori*, come lo definisce Kant, né una branca della logica, come credevano Frege e Russell ma una semplice convenzione (convenzionalismo), che si basa sulla correttezza e coerenza delle teorie mentre dà alla scienza un valore teoretico, ossia lo scienziato inventa il linguaggio con cui elaborare i dati che gli vengono offerti dalla natura.



## **Scienze:**

### **Caratteristiche dell'atmosfera**

L'atmosfera è un involucro aeriforme che circonda la Terra, costituito da un miscuglio di gas: prevalentemente azoto, per un quinto ossigeno e piccole quantità di altri gas.

L'atmosfera si estende per centinaia di chilometri, diventando sempre più rarefatta verso l'alto. In essa sono riconoscibili diversi strati sovrapposti, dalle caratteristiche diverse: troposfera, stratosfera, mesosfera, termosfera ed esosfera.

L'aria contiene anche vapore acqueo, che si trova concentrato negli strati più bassi dell'atmosfera; esso proviene quasi interamente dall'evaporazione dell'acqua degli oceani.

La differenza tra la radiazione solare in entrata e quella terrestre in uscita costituisce il bilancio termico del pianeta.

### **La pressione atmosferica e i venti**

Anche l'aria ha un peso che grava sulla superficie terrestre, per via dell'attrazione gravitazionale che la « attira » verso il centro della Terra. Il rapporto tra il peso dell'aria e la superficie su cui essa grava si chiama pressione atmosferica.

La pressione atmosferica non è costante: spostandosi sulla superficie terrestre, varia da luogo a luogo.

I fattori che determinano questi cambiamenti della pressione atmosferica sono tre:

1. La pressione diminuisce con l'altitudine.
2. La pressione diminuisce al crescere della temperatura dell'aria.
3. La pressione esercitata su una superficie da una massa di aria umida è minore di quella esercitata sulla stessa superficie da una massa di aria secca di pari volume.

Le differenze di pressione atmosferica danno origine ai movimenti di masse d'aria che chiamiamo venti. L'aria si muove sempre da un'area di alta pressione (o anticiclone, dove è più) a un'area di bassa pressione (o ciclone, dove è meno densa).

Oltre alle alte e basse pressioni permanenti, alle quali si associano condizioni meteorologiche relativamente stabili, esistono anche anticicloni e cicloni temporanei, che sono responsabili di frequenti mutamenti del tempo.

L'aria più densa, a causa della pressione più elevata, si muove verso il basso e verso l'esterno, e abbassandosi si riscalda; quindi, la sua umidità relativa diminuisce e non si formano nuvole.

I cicloni danno invece luogo a movimenti dell'aria dall'esterno verso il centro (dove essa risale) e causano il raffreddamento dell'aria e la formazione di nuvole e precipitazioni. Perciò essi vengono chiamati anche perturbazioni atmosferiche.

Le perturbazioni atmosferiche più importanti sono costituite dai cicloni extratropicali e dai cicloni tropicali.

I cicloni extratropicali sono perturbazioni di grande estensione dovute all'incontro, a bassa quota, di due masse d'aria: una fredda e secca, proveniente dalle zone polari, e una calda e umida, proveniente dalle zone tropicali.

I cicloni tropicali sono aree di bassa pressione molto pronunciata, con estensione meno ampia di quella dei cicloni extratropicali.

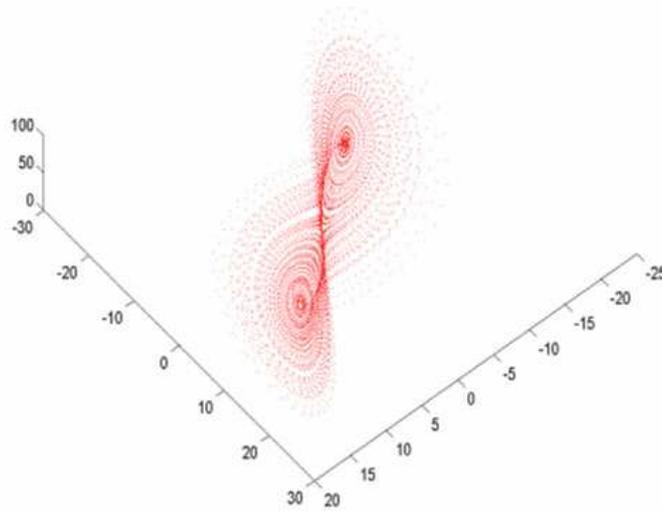
Infine vi sono i tornado. Essi si formano di solito da una nube temporalesca e hanno l'aspetto di lunghi e stretti vortici, a forma di imbuto, che dalla nube raggiunge il suolo o il mare. Nel tornado l'aria si muove a spirale, dal basso verso l'alto, attorno a un asse verticale o inclinato di pochi gradi.

## L'"attrattore strano" di Lorenz

La teoria del Caos viene ripresa nel modello di Lorenz, adottato nel 1963 dal meteorologo Edward Lorenz (1917-2008) per studiare i movimenti dell'atmosfera terrestre. Lorenz ha costruito questo modello attraverso una semplificazione della equazione di Navier-Stokes studiando il movimento dei moti convettivi nell'atmosfera. Il modello prevede tre equazioni differenziali lineari a tre incognite, ossia  $x$ ,  $y$  e  $z$ ; esse non rappresentano le tre coordinate spaziali, ma la  $x$  è proporzionale alla velocità, la  $y$  alla differenza di temperatura nelle correnti e la  $z$  rappresenta la differenza nel profilo lineare di temperatura. Il sistema di equazioni è:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma (y - x) \\ \frac{dy}{dt} = \rho x - xz - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - \beta z \end{cases}$$

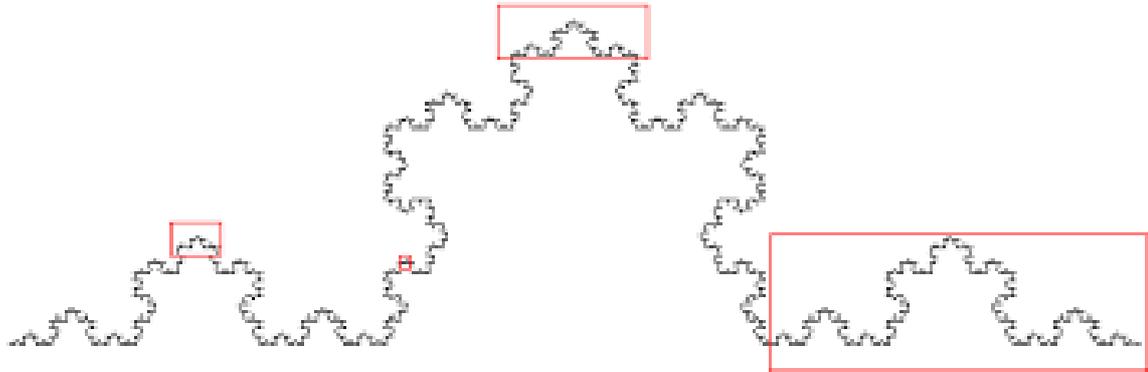
Lorenz studiò queste equazioni in un computer le cui cifre contenevano fino a sei cifre decimali: Lorenz però scrisse i valori con solo tre cifre decimali, notando un'enorme variazione nell'esito finale, e usando come valori  $\sigma = 10$ ,  $\beta = 8/3$  e  $\rho$  variabile notò che per piccolissime variazioni di  $\rho$  l'esito finale era completamente diverso: i risultati di questa equazione al variare delle tre incognite dà origine al cosiddetto attrattore strano di Lorenz, di cui ne è proposto un esempio a pagina seguente. Il grafico riproduce i valori che si ottengono come soluzioni del sistema di equazioni a seconda del valore attribuito alle variabili.



## Matematica:

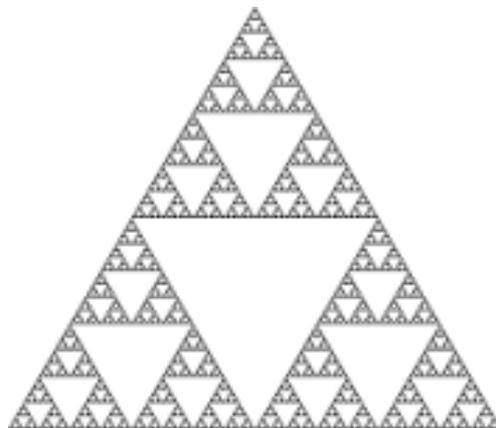
### Definizione di frattale

Un frattale è una struttura che gode della proprietà di autosimilarità, ossia una parte qualunque della figura la riproduce nel suo complesso. Caratteristica peculiare dei frattali è che essi non possiedono una dimensione intera, ma hanno una dimensione frazionaria. Ad esempio il triangolo di Sierpinski ha circa 1,585 dimensioni; intendendo per dimensioni la misura del fattore con cui una figura è stata scalata, questo figura se divisa a metà lato consiste di tre triangoli uguali, ossia ha un fattore di scala  $\log_2 3 = 1.585$ . Uno degli esempi più noti è la curva di Koch, la figura si ottiene dividendo i tre lati del triangolo equilatero in tre parti uguali costruendo triangoli equilateri sulle tre parti ottenute reiterando il processo all'infinito. In tal modo si costruisce una figura con perimetro infinito in quanto la reiterazione è infinita mentre la sua area è minore di quella del cerchio circoscritto al triangolo maggiore come si vede in figura.



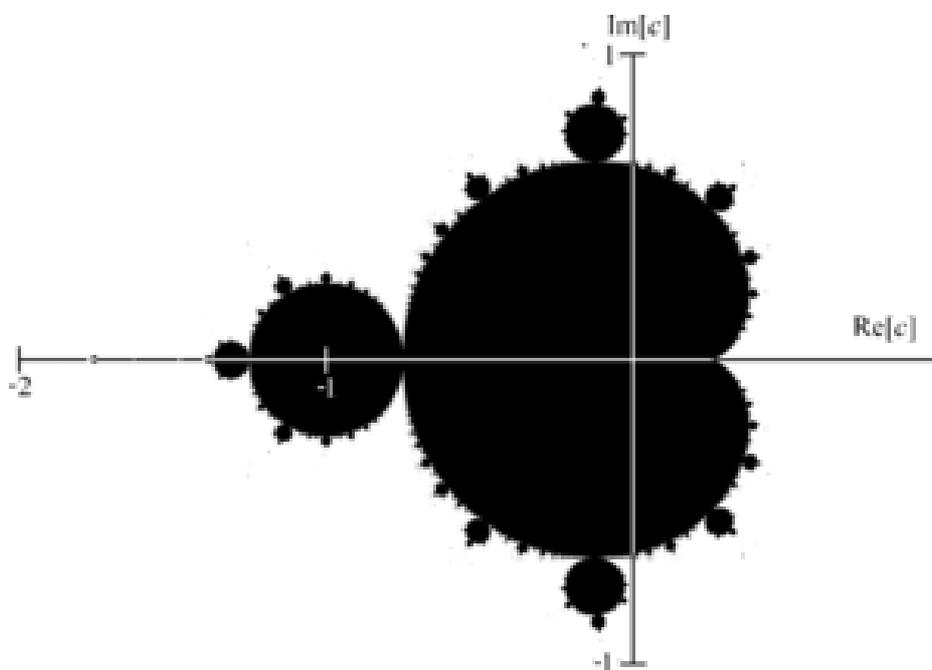
La curva di Koch viene utilizzata ad esempio per misurare approssimativamente la lunghezza delle coste marine.

Un altro esempio di frattale molto noto è il triangolo di Sierpinski, ottenuto dividendo un triangolo equilatero in tre parti uguali congiungendole ottenendo così un altro triangolo equilatero reiterando il processo infinite volte.



Anche in questo caso l'area della figura è limitata, ma il suo perimetro infinito. Esso prende il nome dal matematico polacco Wacław Franciszek Sierpiński (1882-1969).

## Insieme di Mandelbrot



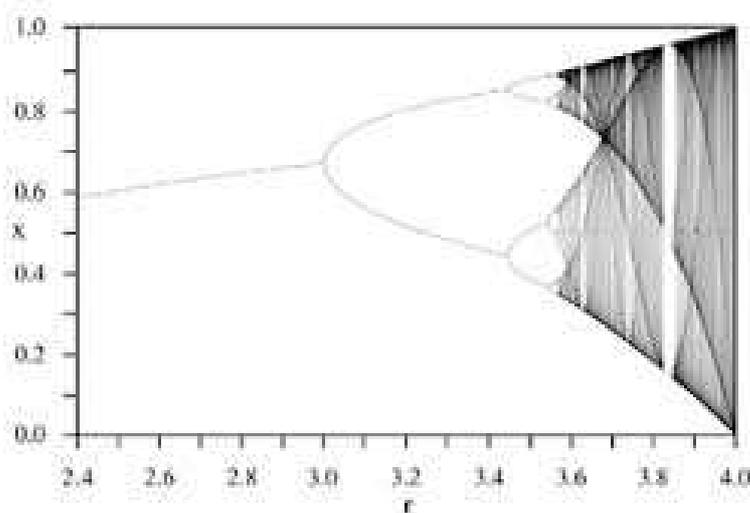
Sicuramente il frattale più noto è costituito dall'insieme di Mandelbrot, studiato nel 1978 da Benoit B. Mandelbrot (1924-2010). Quest'insieme si costruisce sul piano dei numeri complessi considerando l'equazione  $X^2 + C$ . L'insieme è composto da tutti i numeri che, sostituiti al posto di  $C$  nell'equazione e reiterando la formula partendo da  $X = 0$  convergono. Mandelbrot ha dimostrato che tutti i numeri di quest'insieme, reali ed immaginari, convergono se e solo se  $X^2 + C < 2$ , ossia reiterando il valore della funzione non supera 2.

Ad esempio prendendo  $C = -1$ , otterremmo  $F(0) = -1$ ,  $F(-1) = 0$ ,  $F(0) = -1$ ,  $F(-1) = 0 \dots$  si nota che sono due i valori che si alternano, ossia 0 e -1, conferendo alla funzione una periodicità di secondo tipo.

## Costanti di Feigenbaum

Un'altra applicazione della teoria del caos si riscontra nei diagrammi di biforcazione. Questi diagrammi si riferiscono all'equazione  $X_1 = \lambda X_0(1 - X_0)$ , che rappresenta il caso più semplice di crescita di popolazione di una specie: dando un valore a  $X_0$  ossia la popolazione iniziale e  $\lambda$ , che rappresenta la fertilità della specie, si può studiare l'andamento di questa specie nel corso degli anni. Armand Feigenbaum (1922-2014) ha studiato questa equazione quadratica, osservando che ponendo  $X_0$  uguale a 0,5 se  $\lambda$  era minore di 1 dopo qualche anno la popolazione arrivava a zero: invece se  $\lambda$  era compreso fra 1 e 3,6 la popolazione presentava vari punti stazionari che ricorrevano; mentre invece se  $\lambda$  era maggiore di 3,6 si presentava una situazione caotica ovvero i valori si presentano senza nessuna regolarità.

Feigenbaum notò che assumendo per  $\lambda$  i valori compresi fra 1 e 3,6 il rapporto nel numero di ramificazioni da una costante a quella precedente si avvicinava ad un numero oggi conosciuto come costante di Feigenbaum il cui valore è circa 4,66.



A sinistra:  
esempio di diagramma  
di biforcazione

## Fisica:

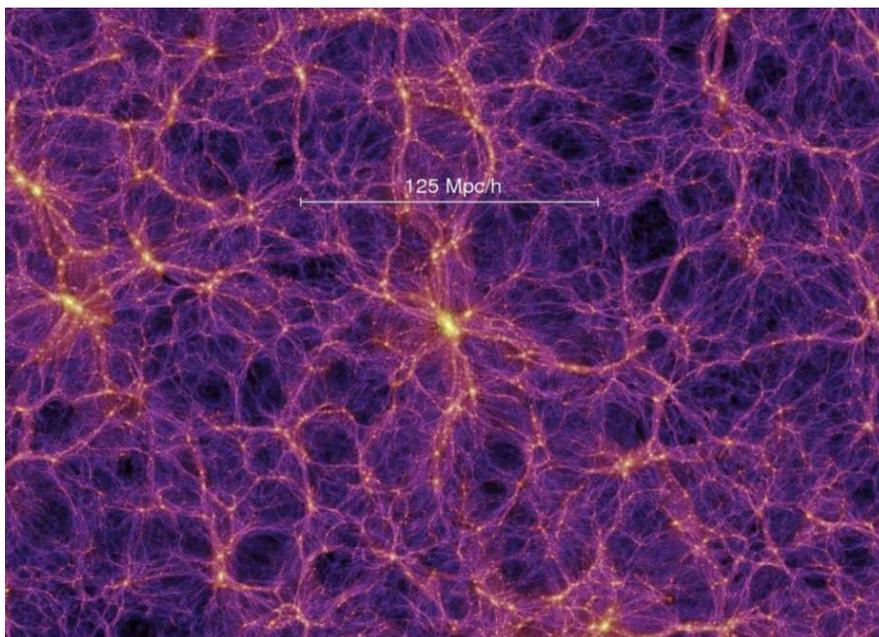
### L'universo è un frattale?

#### La cosmologia

La cosmologia è la branca della fisica che cerca di spiegare la struttura dell'universo e la sua costituzione.

Il modello cosmologico più diffuso (Modello Standard) si basa su un assunto fondamentale, detto Principio Cosmologico, il quale afferma che l'Universo è sempre uguale su grande scala, da qualunque punto lo si osservi ed in qualunque direzione.

Nel corso degli anni si è notato però che le galassie si accorpano in ammassi, che a loro volta tendono ad unirsi per formare superammassi. In tal modo si genera uno scenario in cui si evidenzia il susseguirsi di bolle di vuoto quasi assoluto sulle cui superfici si ramificano filamenti ricchi di galassie.



In questo contesto si collocano alcune teorie che cercano di spiegare e descrivere la struttura su larga scala dell'Universo ricorrendo ai canoni dettati dalla geometria frattale.

## L'Universo frattale

Nella seconda metà degli anni Ottanta, il fisico italiano Luciano Pietronero (1949-) iniziò a pensare all'alternanza di pieni e vuoti come ad una dimostrazione di universo di tipo frattale. A lui si aggiunse, dopo pochi anni, il fisico Francesco Sylos Labini (1920-2005). Attraverso la collocazione delle galassie nello spazio abbinando alla posizione angolare la distanza tramite il calcolo del *redshift*, è stato possibile vederne la distribuzione all'interno dello stesso. Era proprio la metà degli anni Ottanta e grazie a questo lavoro ci si è resi conto di aver a che fare con strutture che tendono ad ammassarsi, con immensi vuoti e con filamenti giganteschi.

La possibilità che vi sia una distribuzione frattale nell'Universo, almeno entro certe scale, è un fatto estremamente rilevante per la cosmologia moderna.

Nei frattali la massa risulta proporzionale ad una certa potenza  $D$  del raggio  $R$ , detta per l'appunto "dimensione frattale"  $M \propto R^D$  per la quale, in genere, risulta  $D < 3$ . Sorprendentemente i risultati delle osservazioni sulla distribuzione delle galassie (con  $R < 20$  Mpc) e sugli ammassi di galassie (con  $R < 100$  Mpc), indicano una dimensione frattale  $D \approx 1,2$ .

È evidente che assume un carattere primario capire i meccanismi che possono aver generato una tale struttura dell'Universo. Infatti ogni osservatore che è situato su una galassia si trova in un punto del frattale. In altri termini non esistono potenziali osservatori in una regione di vuoto.

Sotto queste condizioni bisogna abbandonare la proprietà di omogeneità del modello cosmologico standard definita rispetto ad un qualsiasi punto geometrico dello spazio sostituendola ad un modello in cui l'universo risulta omogeneo solo rispetto ad un potenziale osservatore.

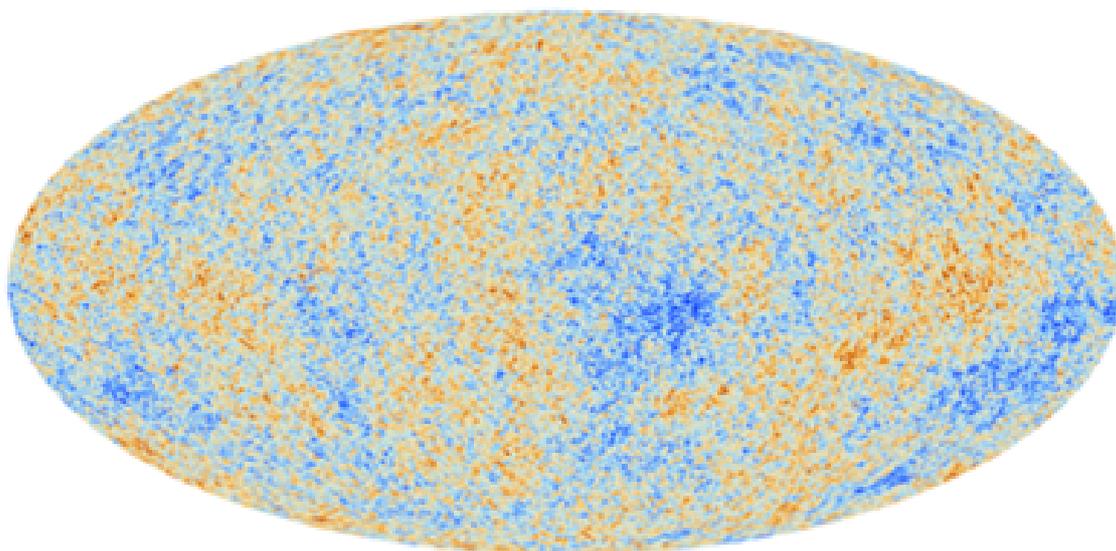
La cosmologia attuale stabilisce entro i 5 Megaparsec la distanza oltre la quale le correlazioni vengono a decadere in funzione della distanza riuscendo a dar vita a strutture non lineari come galassie ed ammassi di galassie. Tra i 5 ed i 100 Megaparsec c'è una correlazione debole e piccole fluttuazioni, quindi distribuzione omogenea con piccolissime perturbazioni. Oltre i 100 Megaparsec la correlazione viene a mancare, e l'universo diviene totalmente uniforme.

Per la geometria frattale, in qualsiasi punto le fluttuazioni sono enormi dal momento che la densità media non è affatto definita. La scienza frattale inoltre non considera la materia oscura e basa i suoi calcoli esclusivamente sulla materia visibile, quella luminosa. Gli studi ordinari sostengono che materia luminosa e materia sono distribuite secondo le stesse strutture.

## **I dati del satellite Planck**

A corroborare quanto detto finora vi sono i risultati pubblicati a marzo di quest'anno dall'Agenzia Spaziale Europea la quale ha diramato un'immagine che ha fatto il giro del mondo. Questa consiste nella più accurata mappa mai ottenuta dell'Universo neonato (vedi figura a pagina seguente). I suoi strumenti catturano la luce che riceviamo nella banda delle microonde dopo che ha viaggiato nello spazio per quasi 14 miliardi di anni, restituitendoci un'istantanea di come si presentava il cosmo all'inizio della sua storia.

A causa delle altissime temperature non saremo mai in grado di vedere l'evento del Big Bang. Infatti fino a temperature di qualche migliaio di Kelvin la materia è solida o liquida o gassosa, ma quando la si riscalda ancora si comincia a produrre il quarto stato della materia, il cosiddetto plasma atomico: le continue e violente collisioni tra gli atomi strappano alcuni elettroni dai nuclei intorno ai quali normalmente orbitano.



### *L'universo neonato*

Normalmente le cariche elettriche assorbono immediatamente i fotoni che sono continuamente emessi dagli atomi e dagli ioni stessi: un plasma atomico risulta opaco alla luce. Mano a mano che procedeva l'espansione, tuttavia, la temperatura dell'Universo diminuiva, ed i fotoni non avevano più energia sufficiente a impedire la formazione degli atomi più semplici. Così, quando i protoni e gli elettroni si unirono a formare atomi di idrogeno, i fotoni primordiali riuscirono, per la prima volta, a propagarsi liberamente e l'Universo, che fino a quel momento era risultato opaco, diventò "trasparente" alla radiazione. Queste onde luminose, che permeano da allora tutto l'Uni-

verso, oggi sono arrivate ad avere lunghezze d'onda millimetriche, nella banda delle microonde. Quindi il satellite ha dovuto 'rimuovere' tutti i contributi della radiazione a microonde prodotti dalle attuali sorgenti cosmiche.

Guardando la mappa emergono minuscole disomogeneità, che corrispondono in realtà a piccolissime fluttuazioni di temperatura, e sono il riflesso delle fluttuazioni di temperatura e densità dell'Universo primordiale. In estrema sintesi le parti blu sono le parti più fredde, le parti rosse quelle più calde.

Le perturbazioni inducono fluttuazioni nella materia, che successivamente possono crescere per instabilità gravitazionale fino a formare le strutture cosmiche a noi note: detto in parole più semplici, queste fluttuazioni sono in grado di collassare quando la loro autogravità supera la forza di pressione dovuta alla propria agitazione termica. Quindi è esattamente laddove l'energia cinetica della materia risulta minore, ossia in corrispondenza delle zone più fredde, che si celano i semi originari di tutte le strutture complesse oggi osservabili, dalle stelle agli ammassi di galassie.

## **Emergono frattali dalla mappa di Planck**

Sulla base di quanto abbiamo detto è allora chiaro che le zone nelle quali si ha la massima probabilità di formazione di strutture autogravitanti sono quelle più fredde, ossia quelle di colore blu con tonalità più scura.

Sfruttando questa ipotesi si è provveduto a suddividere la mappa di Planck in settori aventi un'apertura angolare di pochi gradi dei quali si è calcolata la dimensione frattale con il metodo del box - counting

descritto in precedenza. Da questo studio è emerso che la dimensione frattale media, compresa di errore statistico, è pari a:

$$D = (1,20 \pm 0,08)$$

Tale risultato rafforza l'idea che le perturbazioni analizzate siano state quelle che hanno effettivamente generato l'attuale struttura frattale dell'Universo.

Infine si è notato che la distribuzione statistica di queste fluttuazioni, favorevoli alla formazione di aggregati autogravitanti, segue con grande precisione una statistica gaussiana, una conferma estremamente stringente dell'esistenza dell'inflazione iniziale.

## **Italiano:**

### **Luigi Pirandello**

#### **Biografia**

Luigi Pirandello è nato a Girgenti, l'attuale Agrigento, il 28 giugno 1867 da un'agiata famiglia di condizione borghese: il padre era infatti proprietario di una miniera di zolfo, mentre la madre apparteneva ad una famiglia di stampo filo-garibaldino, elemento che influenzerà molto la formazione liberale e risorgimentale di Luigi, assieme alla sua vicinanza con la città natale di Girgenti. La tenuta familiare si chiamava Caos facendo dire all'autore '*Sono nato nel Caos*'. Nel 1892 si trasferisce a Roma mentre nel 1894 si sposa con Maria Antonietta Portulano, matrimonio combinato dalla famiglia. Nel 1903 la miniera di famiglia viene distrutta da una frana causando grandi problemi economici per Pirandello e causando il tracollo psicologico

della moglie. La moglie diventerà molto gelosa accusando Luigi di tradimento mentre egli cerca di convincerla del contrario inutilmente: questo episodio influenzerà molto la visione relativistica della realtà che caratterizza i suoi romanzi. Infine la moglie verrà rinchiusa in una casa di cura nel 1919, mentre Pirandello rimarrà nella '*camera della tortura*', come egli stesso l'ha definita scrivendo i suoi romanzi e opere teatrali, di cui era un grande appassionato, più noti. Nel 1924 Pirandello si iscrive nel Partito Fascista: i reali motivi di questa scelta sono ancora oggi ignoti. Nel 1931 riceverà il Premio Nobel per la Letteratura: morirà a Roma nel 1936.



## Visione relativistica del mondo: Vita e Forma

Pirandello rompe la classica visione dell'uomo frantumandola in moltissime personalità. Ciò è molto presente nei suoi romanzi e riprende la sua visione del mondo, divisa fra vita e forma: la vita per Pirandello è ciò che scorre (riprendendo ovviamente lo *'slancio vitale'* di Bergson) e quindi dato che tutto scorre l'uomo non può rimanere sempre uguale ma deve cambiare le sue *'maschere'* da cui scaturisce un nuovo personaggio: il *"il forestiere della vita"*, colui che *"ha capito il giuoco"* e che perciò si isola, rifiutando di assumere la sua parte, ed osservando gli uomini imprigionati dalla "trappola" con un atteggiamento umoristico.. È la visione propugnata nel romanzo *'Uno, nessuno e centomila'* (1925) in cui Vitangelo Moscarda realizza di essere contemporaneamente appunto uno, nessuno e centomila: uno in quanto sé stesso, centomila in quanto esistono centomila Moscarda diversi a seconda dell'individuo in quanto ognuno si crea una propria visione mentale inconoscibile da chiunque altro e nessuno in quanto alla fine tutte queste diverse visioni si dissolvono non lasciando nessun vero Moscarda. Nel romanzo la presa di coscienza di questa inconsistenza dell'io suscita un sentimento di smarrimento e dolore. Nel finale l'unica via di relativa salvezza che viene data a Moscarda è la fuga nella follia, che è lo strumento di contestazione per eccellenza delle forme fasulle della vita sociale. Di seguito è mostrato come Moscarda stesso sintetizza questa sua nuova scioccante realizzazione.

1a- *che io non ero per gli altri quel che finora avevo creduto di essere per me;*

2a- *che non potevo vedermi vivere;*

3a- *che non potendo vedermi vivere, restavo estraneo*

*a me stesso, cioè uno che gli altri potevano vedere e conoscere; ciascuno a suo modo; e io no;*

4a- *che era impossibile pormi davanti questo estraneo per vederlo e conoscerlo; io potevo vedermi, non già vederlo;*

5a- *che il mio corpo, se lo consideravo da fuori, era per me come un'apparizione di sogno; una cosa che non sapeva di vivere e che restava lì, in attesa che qualcuno se la prendesse;*

6a- *che, come me lo prendevo io, questo mio corpo, per essere a volta a volta quale mi volevo e mi sentivo, così se lo poteva prendere qualunque altro per dargli una realtà a modo suo;*

7a- *che infine quel corpo per sé stesso era tanto niente e tanto nessuno, che un filo d'aria poteva farlo starnutire, oggi, e domani portarselo via.*

## **English:**

### **Fractals in 'Dubliners'**

The activity of reading repeats the potential for reading within itself just like fractals, self-similar structures.

Likewise, the process of allusion creates the potential for allusion within itself, suggesting that, in some degree, it can be similar to fractals as concepts.

A clear understanding of the allusive process is important because is the basis for the comprehension of Joyce's 'Dubliners'.

For example, a moment in "The Sisters" when after the young male protagonist is informed about the death of his friend, Father Flynn, he goes to the place where Father Flynn lived the following morning and this is what he feels reading the gravestone:

*The reading of the card persuaded me that he was dead and I was disturbed to find myself at a check.*

What makes this interesting is the text that follows:

*He had studied in the Irish college in Rome and he had taught me to pronounce Latin properly. He had told me stories about the catacombs and about Napoleon Bonaparte, and he had explained to me the meaning of the different ceremonies of the Mass and of the different vestments worn by the priest.*

As we can see he has an allusive experience.

What seems as narrative to us is a personal allusion from the character's point of view. The subject is Father Flynn. The allusive content is the protagonist's memories of his dead friend. The comparison and contrast step unfolds over the course of the rest of the story as the young man tries to make sense of the loss. The final step of application or conclusion, which is the meaning of death, does not take place in this story; Joyce saves that consideration for "*The Dead*". Unfortunately, there is no such realization in other stories: for example Eveline never gets beyond this step of the process, which is the tragedy and message of the story, the power of memory to enslave, the loss of self to familial obligation (the promise to her mother).

## **Conclusioni:**

In conclusione quindi, l'argomento è stato trattato a livello qualitativo soffermandosi principalmente sulla storia dell'origine della teoria del caos e sulle sue possibili applicazioni in vari campi, dalla matematica alla letteratura. La teoria del caos è una teoria scientifica molto interessante che ha ancora molto da spiegare, in quanto è ancora ai suoi arbori.

## **Bibliografia e sitografia:**

<http://www.scienze-ricerche.it/?p=3186>

[http://www.treccani.it/enciclopedia/jules-henri-poincare\\_%28Dizionario-di-filosofia%29/](http://www.treccani.it/enciclopedia/jules-henri-poincare_%28Dizionario-di-filosofia%29/)

[http://www.marconi-galletti.it/progetti/sito\\_scienza\\_900-5LA/scienzasocieta/poincarre.htm](http://www.marconi-galletti.it/progetti/sito_scienza_900-5LA/scienzasocieta/poincarre.htm)

[http://www.bplab.bs.unicatt.it/~silvia.b/sistema\\_di\\_lorenz.html](http://www.bplab.bs.unicatt.it/~silvia.b/sistema_di_lorenz.html)

[Caos deterministico “logisticamente”](#)

<https://www.youtube.com/watch?v=gB9n2gHsHN4>

<https://www.youtube.com/watch?v=ETrYE4MdoLQ>

[James Gleick ‘Chaos: \*making a new science\*’](#)

<http://hjs.ff.cuni.cz/archives/v1/framed/rice.html>

<http://digitalcommons.unl.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1001&context=englishdiss>

[http://users.libero.it/rrech/pirandello\\_2.html](http://users.libero.it/rrech/pirandello_2.html)

[https://www.astronomiamo.it/Articolo.aspx?Arg=Universo\\_frattale](https://www.astronomiamo.it/Articolo.aspx?Arg=Universo_frattale)