

La legge dell'induzione elettromagnetica di Faraday-Neumann

1. Introduzione e due esperienze di Faraday

La corrente elettrica genera un campo magnetico. Grazie ad alcune esperienze eseguite da Michael Faraday scopriremo che anche un magnete può generare una corrente. Innanzitutto consideriamo un magnete e un circuito formato da una bobina collegata ad un amperometro:

1. Quando non c'è alcun moto relativo tra la bobina e il magnete, non si registra nessuna variazione di corrente sull'amperometro.
2. Quando il magnete si muove verso la bobina, invece, si genera una corrente elettrica. Anche quando il magnete si allontana dalla bobina si genera una corrente, ma con verso opposto.
3. Anche nel caso in cui la bobina, collegata all'amperometro, viene avvicinata o allontanata dal magnete si ottiene una corrente.

Il campo magnetico, generato dal magnete, che "colpisce" la bobina varia di intensità nel tempo grazie all'avvicinamento o all'allontanamento di uno dei due mezzi rispetto all'altro: è proprio il variare del campo magnetico nel tempo a generare la corrente. Possiamo quindi affermare che in una bobina si origina una corrente quando vi è un moto relativo fra la bobina e il magnete.

Questa corrente che si genera all'interno della bobina è chiamata corrente indotta proprio perché è causata dal campo magnetico variabile.

Per proseguire nel ragionamento è indispensabile introdurre il concetto di forza elettromotrice: è una grandezza fisica che corrisponde alla differenza di potenziale massima ai capi di un generatore elettrico disconnesso dal circuito elettrico, si misura in Volt (V).

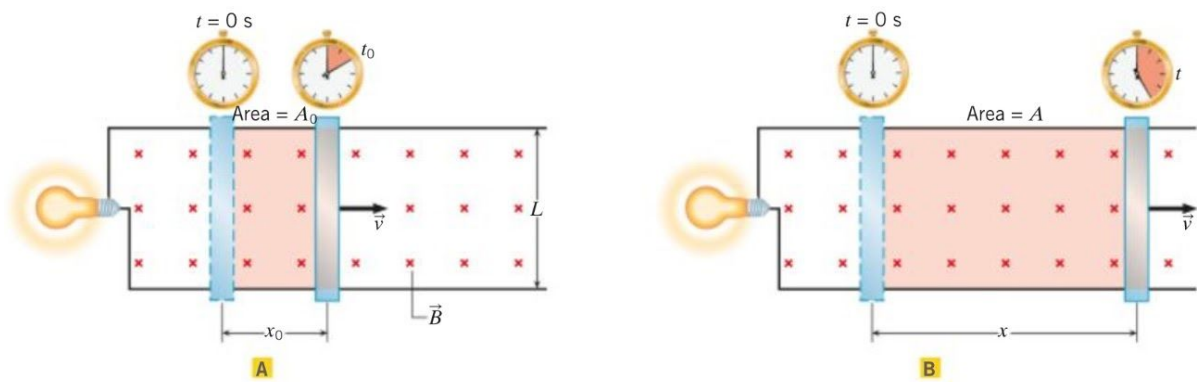
Per produrre una corrente è necessaria una fonte di forza elettromotrice, dunque possiamo affermare che la bobina si comporta come una vera e propria sorgente di f.e.m. Questa forza viene chiamata forza elettromotrice indotta. Quindi per riassumere: un campo magnetico che varia nel tempo induce una f.e.m. nella bobina, e la f.e.m. genera poi una corrente indotta. Questo fenomeno è chiamato induzione elettromagnetica, la cui legge fondamentale è la legge di Faraday-Neumann.

2. La legge di Faraday-Neumann e la legge di Lenz

Faraday analizzando nei minimi dettagli le esperienze effettuate qualche anno prima, nel 1830, scoprì il fenomeno dell'induzione elettromagnetica e intuì che la forza elettromotrice indotta nasce dalla variazione del flusso magnetico. Il flusso magnetico in fisica è il flusso generato da un campo magnetico che attraversa una determinata superficie; è una grandezza scalare che si misura in Weber (Wb) e dipende dall'angolo di incidenza delle linee di forza del campo magnetico, dall'intensità del campo e dalla grandezza della superficie stessa:

$$\Phi(B) = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

Per comprendere meglio la scoperta di Faraday analizziamo la seguente figura:



Innanzitutto abbiamo una sbarretta metallica di lunghezza L che si muove di un segmento x_0 all'interno di un campo magnetico B tra l'istante $t=0$ s e t_0 (fig. A). In un altro istante successivo t , la sbarretta si trova ad una distanza maggiore x dalla posizione iniziale (fig. B). Possiamo dunque calcolare la velocità v della sbarretta metallica:

$$v = \frac{x-x_0}{t-t_0}$$

Sappiamo che la f.e.m. di una sbarretta metallica che si muove all'interno di un campo magnetico è il prodotto tra la velocità v del mezzo, l'intensità del campo magnetico B e la lunghezza L della sbarretta:

$$f.e.m. = vBL$$

Possiamo ora riscrivere questa formula inserendo l'equazione della velocità trovata poco fa:

$$f.e.m. = \frac{x-x_0}{t-t_0}BL = \frac{xL-x_0L}{t-t_0}B$$

Si può facilmente intuire che x_0L è l'area A_0 spazzata dalla sbarretta tra l'istante $t=0$ s e l'istante t_0 , mentre xL è l'area A spazzata dalla sbarretta dall'istante $t=0$ s e l'istante t . Riscrivendo la formula della f.e.m. otteniamo:

$$f.e.m. = \frac{A-A_0}{t-t_0} B = \frac{BA-BA_0}{t-t_0}$$

I termini BA e BA_0 sono effettivamente i flussi del campo magnetico uniforme B attraverso la superficie A e A_0 . Quindi possiamo riscrivere la l'equazione precedente come il rapporto tra la variazione del flusso e la variazione di tempo:

$$f.e.m. = \frac{\Phi-\Phi_0}{t-t_0} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Questa legge valida nel caso specifico di una barretta metallica che si muove in un campo magnetico uniforme venne poi studiata da Neumann che dimostrò come essa abbia valore universale, possiamo quindi scrivere la legge di Faraday-Neumann:

$$f.e.m.i. = \frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t}$$

Per rendere completa la legge di Faraday-Neumann è fondamentale introdurre la legge di Lenz, la quale afferma: la corrente indotta ha un verso tale da generare un campo magnetico indotto che si oppone alla variazione del flusso magnetico che l'ha provocata.

Questo determina l'aggiunta di un segno meno davanti alla formula di Faraday-Neumann; l'equazione così ottenuta è chiamata legge di Faraday-Neumann-Lenz:

$$f.e.m.i. = - \frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t}$$

Il valore istantaneo della forza elettromotrice indotta può essere calcolato facendo tendere Δt a 0 (quando l'istante t tende all'istante t_0):

$$f.e.m.i. = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(- \frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t} \right) = - \frac{d\Phi(B)}{dt}$$

In definitiva la legge di Faraday-Neumann-Lenz dell'induzione elettromagnetica è la seguente:

$$f.e.m.i. = - \frac{d\Phi(B)}{dt}$$

3. Applicazione matematica della legge di Faraday-Neumann-Lenz

Abbiamo concluso il capitolo precedente con la formula definitiva dell'equazione della legge dell'induzione elettromagnetica, ora vediamo tramite un esercizio esemplificativo

l'applicazione di tale legge in un problema fisico-matematico. Il problema svolto qui sotto è un tipico esempio di un quesito che lega insieme fisica e matematica, infatti in questo caso specifico sarà necessario utilizzare la formula inversa della legge di Faraday-Neumann, la quale per essere risolta necessita dello svolgimento di un integrale.

Il testo del problema è il seguente: è data una forza elettromotrice, definita dalla legge $f.e.m.i. = 0,2 \cdot \text{sen}(0,4t)$, prodotta da una spira circolare di raggio $r=0,2$ m. Trovare il campo magnetico in funzione del tempo e inclinato di un angolo $\alpha = 45^\circ$ rispetto alla spira che genera tale forza elettromotrice, sapendo che il campo magnetico all'istante $t=0$ s è nullo.

1. Innanzitutto sappiamo, per la legge di Faraday-Neumann, che la f.e.m.i. è uguale al rapporto delle derivate del flusso magnetico Φ e del tempo t : sarà quindi necessario integrare l'equazione che descrive la f.e.m.i. per ottenere così la legge che definisce il flusso magnetico nel tempo:

$$\Phi(B) = \int f.e.m.i. dt = \int 0,2 \cdot \text{sen}(0,4t) dt$$

Per svolgere il seguente integrale innanzitutto è utile spostare 0,2 al di fuori dell'integrale stesso ($\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$) e poi svolgere la seguente sostituzione, $dt = \frac{1}{x'}$, dove $x = 0,4t$ e $x' = 0,4 = \frac{2}{5}$; possiamo riscrivere l'integrale nel seguente modo:

$$\Phi(B) = 0,2 \cdot \int \text{sen}(x) \cdot \frac{5}{2} dx$$

2. Ora è possibile portare fuori dall'integrale anche $\frac{5}{2}$ per la stessa regola di prima e trasformare 0,2 in frazione e poi moltiplicare i due valori:

$$\Phi(B) = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{2} \cdot \int \text{sen}(x) dx = \frac{1}{2} \cdot \int \text{sen}(x) dx$$

3. Sappiamo che la primitiva di $f(x) = \text{sen}(x)$ è $F(x) = -\cos(x) + c$, quindi:

$$\Phi(B) = \frac{1}{2} \cdot [-\cos(x)] + c = -\frac{\cos(x)}{2} + c$$

4. Torniamo alla variabile iniziale sostituendo ad x $0,4t$:

$$\Phi(B) = -\frac{\cos(0,4t)}{2} + c$$

5. Ora è necessario ricavare c , per farlo dobbiamo tenere presente che all'istante $t=0$ s il campo magnetico è nullo:

$$\Phi(B) = -\frac{\cos(0)}{2} + c = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} + c = 0 \Rightarrow c = \frac{1}{2}$$

6. Ora che abbiamo trovato l'equazione che descrive il flusso magnetico nel tempo, per trovare il campo magnetico corrispondente dobbiamo applicare la formula inversa di quella per trovare il flusso magnetico spiegata nel secondo capitolo

$$(\Phi(B) = B \cdot S \cdot \cos\alpha) \text{ che sar\`a: } B = \frac{\Phi(B)}{S \cdot \cos\alpha}$$

7. Calcoliamo ora la superficie della spira circolare di raggio $r=0,2$ m:

$$S = r^2 \cdot \pi = (0,2)^2 \cdot 3,14 = 0,04 \cdot 3,14 = 0,13 \text{ m}^2$$

8. Calcoliamo il coseno dell'angolo α :

$$\cos\alpha = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,71$$

9. Possiamo finalmente calcolare l'equazione che definisce il campo magnetico nel tempo:

$$B = \frac{\Phi(B)}{S \cdot \cos\alpha} = -\frac{\frac{\cos(0,4t)}{2}}{0,13 \cdot 0,71} + \frac{\frac{1}{2}}{0,13 \cdot 0,71} = -\frac{0,09 \cdot \cos(0,4t)}{2} + 5,55 = -0,04 \cdot \cos(0,4t) + 5,55$$

10. Infine per la legge di Lenz bisogna cambiare il segno, dunque:

$$B = 0,04 \cdot \cos(0,4t) - 5,55$$

Abbiamo cos\`i trovato l'equazione che descrive il campo magnetico al variare del tempo che chiedeva il problema.

4. Applicazioni fisico-tecnologiche

Il questo capitolo analizzeremo le principali tecnologie che sfruttano il fenomeno dell'induzione elettromagnetica, che quindi possono essere spiegate grazie alla legge di Faraday-Neumann, e sono: l'alternatore, il trasformatore, la tecnologia NFC dei nostri smartphone legata alle carte di credito cosiddette "contactless".

Iniziamo col descrivere l'alternatore. Esso \`e una macchina che viene messa in rotazione da un motore elettrico o non, e in seguito alla rotazione genera una corrente alternata nei suoi avvolgimenti di uscita grazie all'induzione elettromagnetica. L'alternatore \`e alla base della nostra produzione di elettricit\`a: trasforma energia cinetica in energia elettrica. L'alternatore



funziona grazie al concetto fondamentale dell'induzione elettromagnetica: per indurre una corrente in una bobina è necessario variare un flusso magnetico nel tempo all'interno di essa. L'oggetto che produce il campo magnetico si chiama induttore; il circuito che invece genera elettricità si chiama circuito indotto. Esistono due modi per ottenere questo risultato, quindi due tipi diversi di alternatore:

1. Far ruotare un campo magnetico fuori e dentro un circuito elettrico (alternatori ad indotto fisso).
2. Far ruotare un circuito elettrico fuori e dentro un campo magnetico (alternatori ad induttore fisso).

La parte fissa dell'alternatore si chiama statore, la parte che ruota si chiama invece rotore. Nei due tipi di alternatore citati qui sopra il ruolo del rotore e dello statore si inverte: negli alternatori ad indotto fisso il magnete è il rotore e il circuito lo statore; all'opposto, negli alternatori ad induttore fisso il magnete è lo statore mentre il circuito fa da rotore.

1. L'alternatore ad indotto fisso

Sul rotore vi sono due magneti, oppure, in quelli più complessi degli elettromagneti. Si possono generare correnti alternate con diverse fasi, comunemente però si imposta il rotore dell'alternatore con un angolo di 120° in modo da ottenere un sistema a tre fasi, le correnti così ottenute saranno uguali in modulo ma saranno sfasate tra di loro di un angolo di 120° , questo modello è detto sistema trifase di tensioni.

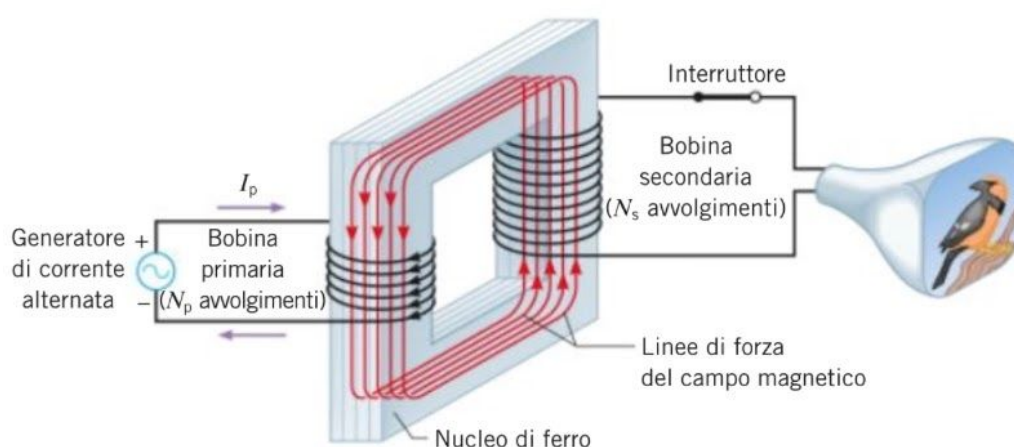
Nell'alternatore, una volta costruito, lo sfasamento tra le tensioni generate resta costante; anche la velocità di rotazione del rotore deve essere perfettamente costante, in modo tale che la frequenza resti costante. L'unica cosa che possiamo cambiare è il valore di tensione che preleviamo ai capi degli avvolgimenti dello statore, quindi solo nel caso in cui lo statore è formato da due elettromagneti. Per poter cambiare la tensione dello statore possiamo agire sull'avvolgimento che genera i campi magnetici del rotore, in particolare aumentando la corrente continua sul rotore aumenta anche il campo magnetico prodotto e dunque il flusso e perciò anche la corrente alternata generata.

2. L'alternatore ad induttore fisso

In alcuni semplici alternatori, il campo magnetico è fornito da un magnete che rimane immobile, quindi funge da statore, mentre al suo interno viene fatta ruotare una bobina, il rotore. La rotazione della bobina fa sì che essa sia attraversata da un flusso magnetico variabile. La corrente viene poi raccolta da due spazzole di carbone o di rame e portata all'esterno.

Il procedimento che alimenta meccanicamente l'albero dell'alternatore a cui è legato il rotore è simile in tutte le tipologie di alternatori e si basa su una turbina o un motore endotermico. Sono molti gli utilizzi degli alternatori, vengono impiegati in quasi tutte le centrali di produzione di energia elettrica le quali poi la trasformano in modo da consentirne il trasporto e la distribuzione per uso industriale e domestico.

La seconda applicazione tecnologica dell'induzione elettromagnetica è il trasformatore. Esso è un dispositivo capace di aumentare o diminuire una corrente alternata. È costituito da un nucleo di ferro dolce a cui sono avvolte due bobine con numero di spire differente. Per capire meglio il suo funzionamento, la relazione con la legge di Faraday-Neumann e per determinare la sua formula analizzeremo l'immagine riportata di seguito.



La corrente alternata prodotta da un generatore entra in una delle due bobine, detta bobina primaria, e genera un campo magnetico le cui linee di forza si diffondono regolarmente in

tutto il nucleo di ferro ed arrivano fino all'altra bobina, la secondaria, la quale non è legata al generatore ma al circuito uscente.

Per proseguire con il ragionamento è necessario introdurre brevemente i concetti di mutua induzione e autoinduzione: la mutua induzione è il fenomeno per cui una bobina collegata ad un generatore di corrente alternata induce un flusso magnetico all'interno di un'altra bobina vicino alla prima ma non collegata ad essa, la quale diventa fonte di f.e.m. L'autoinduzione invece è il fenomeno per cui una bobina legata ad un generatore di corrente alternata induce in se stessa un flusso magnetico, di conseguenza una corrente indotta e quindi genera della forza elettromotrice.

Ora chiamiamo N_p le spire della bobina primaria e N_s quelle della secondaria. Poiché il campo magnetico varia nel tempo, nella bobina secondaria la f.e.m.i. nasce per mutua induzione:

$$f.e.m.i._s = - N_s \frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t}$$

Nella bobina primaria invece la f.e.m.i. è causata dall'autoinduzione:

$$f.e.m.i._p = - N_p \frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t}$$

Il flusso magnetico è lo stesso in entrambe le bobine, quindi dividendo membro a membro otteniamo:

$$\frac{f.e.m.i._s}{f.e.m.i._p} = \frac{N_s}{N_p}$$

In un buon trasformatore la resistenza è quasi nulla quindi le forze elettromotrici indotte sono pari alle differenze di potenziale V . La relazione precedentemente descritta è chiamata equazione del trasformatore, la quale però è generalmente scritta in funzione delle differenze di potenziale ai capi di ciascuna bobina, dunque:

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

I trasformatori sono utilizzati in quasi tutti i dispositivi elettronici come nei caricabatterie dei nostri cellulari dove trasformano la tensione della corrente dell'impianto elettrico dell'abitazione da 220 V a generalmente 3 V, la tensione necessaria affinché non si danneggi

o addirittura fondi la batteria del telefono. Trasformatori molto più grandi servono invece ad aumentare la tensione della corrente uscente dalle centrali elettriche per poi essere immessa nelle linee ad alta tensione, solitamente da circa 10000 V a 220000 V.

Infine analizziamo il funzionamento delle carte di credito contactless e della tecnologia NFC. NFC è la sigla che sta per Near Field Communication e un tag NFC si può definire come un'etichetta in cui sono memorizzate delle informazioni leggibili tramite appunto la tecnologia NFC. Questo tipo di tecnologia serve per scambiare dati tra due dispositivi senza utilizzare alcun cavo, per esempio quando dobbiamo condividere gli indirizzi telefonici da un



dispositivo ad un altro, basta solamente avvicinare i due cellulari. Questa tecnologia però è diversa dal più conosciuto bluetooth perché con quest'ultimo i dispositivi che ricevono e quelli che trasmettono l'informazione devono essere entrambi alimentati, mentre con l'NFC questo non è strettamente

necessario come per esempio nelle carte di credito contactless. In questo caso infatti la carta non è collegata a nessun alimentatore. Una carta di questo tipo e un tag NFC funzionano grazie al fenomeno dell'induzione elettromagnetica. Come è stato accennato all'inizio del primo capitolo se si fa passare della corrente all'interno di un filo conduttore si genera un campo magnetico, l'equazione che descrive questo fenomeno è il teorema di Ampère; al contrario se si inserisce un magnete in una bobina o in un filo conduttore chiuso a formare una spirale si genera della corrente elettrica, questo è regolato appunto dalla legge di Faraday-Neumann.

Quando si attiva la funzione NFC in uno smartphone esso fa scorrere una corrente alternata in un filo elettrico, lo stesso fa il lettore delle carte di credito contactless, quindi nelle vicinanze del telefono o del lettore delle carte, come descritto dalla legge di Ampère, si genera un piccolo campo magnetico variabile. In un tag NFC o in una carta di credito invece c'è un filo elettrico piegato a spirale con un minuscolo chip ricetrasmittente, quando avviciniamo lo smartphone al tag, o la carta al rispettivo lettore, il debole campo magnetico prodotto dal

telefono o dal lettore è sufficiente per indurre una minuscola corrente all'interno del filo avvolto a spirale del tag NFC o della carta, grazie al fenomeno dell'induzione elettromagnetica; nel caso specifico della carta di credito di tipo contactless la corrente indotta all'interno di quest'ultima è sufficiente ad attivare il microchip e fare avvenire il pagamento.

5. Fonti

Sitografia

1. <https://scuolaelettrica.it/>
2. <http://www.fmboschetto.it/>
3. <https://www.chimica-online.it/>
4. <https://podcasts.google.com/fisicast>
5. <https://www.phys.uniroma1.it/fisica>

Bibliografia

1. John D. Cutnell e Kenneth W. Johnson, *I problemi della fisica 3*, Zanichelli
2. A. Bettini, *Elettromagnetismo*, Zanichelli