

I BUCHI NERI

INTRODUZIONE

I buchi neri, termine coniato da J. A. Wheeler nel 1967, sono regioni dello spazio-tempo con un campo gravitazionale così intenso da non permettere a nulla di sfuggire ad esso, nemmeno alla luce; per questo sono detti “neri” e non possono, in quanto tali, essere osservati in modo diretto.

La loro esistenza è prevista dalla Teoria della Relatività Generale di Einstein, ma fu, tuttavia, teorizzata già nell’ultimo ventennio del XVIII secolo da J. Mitchell e P.S. de Laplace, i quali, a partire dalla formula di Newton della velocità di fuga da una sorgente gravitazionale, arrivarono a chiamare *dark star* i corpi con massa tale da rendere necessaria una velocità di fuga maggiore di quella della luce. Il concetto fu allora abbandonato in seguito alla scoperta che la radiazione luminosa non possiede una massa e, in quanto tale, non può essere oggetto dell’attrazione gravitazionale di un corpo.

Tutto cambiò in seguito alla pubblicazione nel 1915 della Teoria della Relatività Generale di Einstein, secondo cui un corpo, per il solo fatto di possedere massa, modifica la metrica dello spazio-tempo che lo circonda, considerata come realtà non piatta, e, di conseguenza, anche le traiettorie dei moti in essa, compresa quella della luce. Pochi mesi dopo la pubblicazione della teoria, nel 1916, Karl Schwarzschild trovò la prima soluzione alle equazioni di Einstein, la quale descrive lo spazio-tempo attorno ad una sorgente gravitazionale sferica, riconducibile ad un buco nero.

VELOCITA’ DI FUGA e RAGGIO DI SCHWARZSCHILD

Per comprendere quali siano le fondamentali caratteristiche di un buco nero, è necessario chiarire innanzitutto il concetto di velocità di fuga, velocità che un corpo deve raggiungere per riuscire a sfuggire all’attrazione gravitazionale esercitata da una massa, il cui valore è ricavabile utilizzando le formule dell’energia cinetica di un corpo e dell’energia potenziale gravitazionale:

$$\text{Energia cinetica di un corpo: } \frac{1}{2}mv^2 \text{ (J)}$$

$$\text{Energia potenziale gravitazionale: } \frac{GmM}{r} \text{ (J)}$$

dove m (kg) è la massa del corpo in movimento e v (m/s) la sua velocità, M (kg) la massa del corpo che esercita l’attrazione gravitazionale, r (m) la distanza dal centro di gravità e G la costante di gravitazione universale $\left(\frac{Nm^2}{kg^2}\right)$.

Per far sì che il corpo riesca a sfuggire all'attrazione gravitazionale, la sua energia cinetica dovrà essere maggiore di quella potenziale gravitazionale esercitata dalla massa M; eguagliando, dunque, le due formule si ottiene la minima velocità di fuga del corpo:

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{GmM}{r};$$

semplificando entrambi i fattori per m, il che è possibile essendo m strettamente maggiore di zero per limitazioni fisiche, si ottiene:

$$v_f^2 = \frac{2GM}{r} \rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2GM}{r}}, \text{ da cui si ricava } r = \frac{2GM}{v_f^2} \quad (1.0)$$

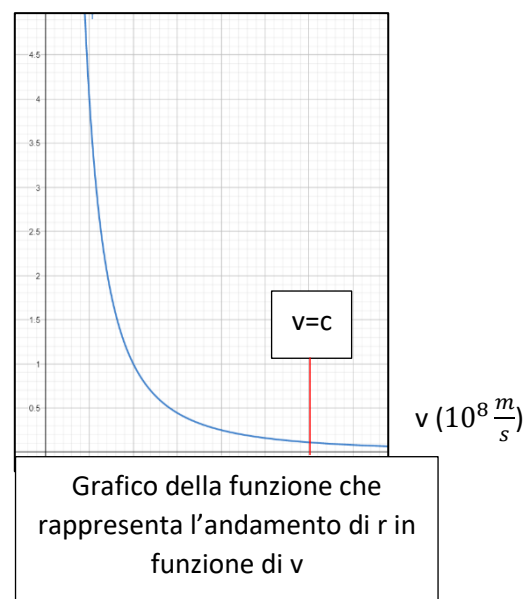
ES. 1) La velocità di fuga necessaria per sfuggire all'attrazione gravitazionale terrestre è pari

$$a: v_f = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} kg}{10^6 \cdot 6,36 m}} = 11190 \text{ m/s},$$

dove $M=5,97 \cdot 10^{24} kg$, $G=6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$, r_m (raggio medio) = $6,36 \cdot 10^6 m$

Considerando $2GM = k$ (valore costante per un corpo di massa M), $r = y$ e $v_f = x$ si può scrivere la formula (1.0) come $y = \frac{k}{x^2}$, funzione algebrica razionale fratta di terzo grado avente:

- Dominio: $(0; c)$ in quanto, dal punto di vista matematico, il denominatore della funzione dev'essere diverso da zero e, dal punto di vista fisico, il valore x (v_f) non può superare quello della velocità della luce c ($3 \cdot 10^8 m/s$) e deve essere strettamente maggiore di zero;
- Segno: $f(x) > 0, \forall x \in D$ in quanto la costante k è maggiore di zero (prodotto di G ed M , strettamente maggiori di zero), così come $x^2 > 0, \forall x \in D$;
- $f(3 \cdot 10^8) = \frac{k}{9 \cdot 10^{16}}$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{k}{x^2}\right) = \left[\frac{k}{0^+}\right] = +\infty$; dunque $x=0$ è asintoto verticale da destra
- $f(x)$ continua in D
- $f'(x) = \frac{-2k}{x^3}; D' \equiv D \rightarrow f(x)$ derivabile in tutto D
- $f'(x) = 0, \nexists x \in D \rightarrow f(x)$ non ha punti stazionari;
- $f'(x) > 0, \nexists x \in D \rightarrow f(x)$ è decrescente in D
- $f''(x) = \frac{6k}{x^4}; f''(x) \neq 0, \forall x \in D \rightarrow f(x)$ non ha punti di flesso a tangente obliqua



- Codominio: $\left(\frac{k}{9 \cdot 10^{16}}; +\infty\right)$, in quanto il minimo valore di $y (= r)$ si ottiene per $x = c$

Osservando il grafico si nota come, mantenendo costante la massa M del corpo che esercita l'attrazione gravitazionale su quello in fuga, la velocità che questo deve raggiungere cresce proporzionalmente all'inverso della radice del raggio; più semplicemente significa che più il corpo in fuga è vicino al centro di gravità della massa M , maggiore sarà la forza potenziale gravitazionale che gli impedirà di fuggire e maggiore dovrà essere la velocità necessaria per contrastarla. Il valore limite che il raggio di un corpo di massa M può raggiungere, per il quale nemmeno la luce può fuggire alla forza potenziale gravitazionale, è detto raggio di Schwarzschild (R_s), dal nome dello scienziato che per primo ne individuò l'espressione a partire dalle equazioni di campo di Einstein. Il valore di R_s per un corpo di massa M è individuabile con la formula (1.0): $R_s = \frac{2GM}{c^2}$, sostituendo a v_f il valore c della velocità della luce.

ES. 2) Riporto alcuni esempi di calcolo del valore R_s

$$R_s \text{ (terra)} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} kg}{9 \cdot 10^{16}} \cong 0,0085 m \cong 8,85 \text{ mm}$$

$$R_s \text{ (sole)} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} kg}{9 \cdot 10^{16}} \cong 2950 \text{ m} \cong 2,950 \text{ km}$$

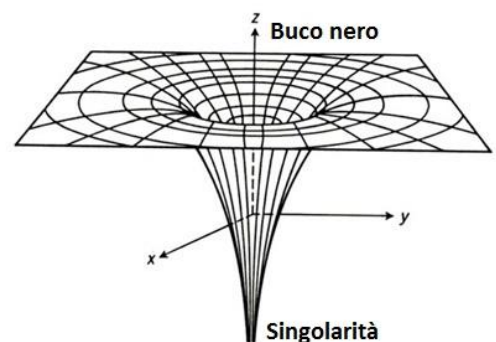
$$R_s \text{ (Francesca Brambilla)} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 57 kg}{9 \cdot 10^{16}} \cong 8,45 \cdot 10^{-26} \text{ m}$$

In corrispondenza del raggio di Schwarzschild è possibile individuare una superficie, detta orizzonte degli eventi, che si configura come limite fisico oltre il quale nemmeno la luce può sfuggire alla forza attrattiva del corpo e oltre la quale, per questo motivo, non possiamo vedere.

DIVERSE METRICHE PER DIVERSI BUCHI NERI

METRICA DI SCHWARZSCHILD

Utilizzando la metrica di Schwarzschild per la risoluzione delle equazioni dei campi gravitazionali di Einstein, è possibile individuare nel buco nero due diverse singolarità: una prima in corrispondenza di $r = R_s$, una seconda per $r = 0$, dove r è la distanza di un corpo dal "centro" del buco nero. Esse sono, tuttavia, di natura differente; mentre la prima è una singolarità delle coordinate, eliminabile utilizzando un altro tipo di metrica per la descrizione dello spazio-tempo curvo, come la metrica di Kerr, la seconda è una vera e propria



Singolarità all'interno di un buco nero

singolarità; in corrispondenza di questa il tempo e lo spazio cessano di esistere: ci troviamo davanti ad un punto di densità e curvatura infinite, in cui la massa collassa completamente su sé stessa.

Nel caso della singolarità delle coordinate, essa non si configura, invece, come una vera e propria barriera fisica tale da provocare mutamenti in un corpo nel momento in cui viene oltrepassata ma, semplicemente, segna il limite oltre il quale per un osservatore esterno non è possibile vedere e, di conseguenza, avere informazioni.

La metrica di Schwarzschild descrive e prevede inoltre l'esistenza di un buco nero non rotante e non carico, di massa M .

METRICA DI KERR

Un'altra soluzione alle equazioni di campo gravitazionale di Einstein fu trovata nel 1963 da Roy Kerr, la quale descrive lo spazio-tempo intorno ad un corpo massivo rotante, soggetto, dunque, a *frame dragging*, o *effetto di trascinamento*. In questo caso in corrispondenza del buco nero si distinguono due diverse superfici: una prima, più esterna, e una seconda, che descrive il vero e proprio "punto di non ritorno", ovvero l'orizzonte degli eventi. La sezione di spazio-tempo compresa fra queste due superfici prende il nome di *ergosfera* e, all'interno di essa, i corpi sono portati a co-ruotare con il buco nero, secondo il suddetto effetto.

Nella descrizione di un buco nero Kerr conferisce ad esso due particolari caratteristiche ovvero il momento angolare, dovuto alla rotazione, e la massa M , ma non la carica.

METRICA DI REISSNER-NORDSTRÖM

Terzo tipo di metrica, molto simile a quella di Schwarzschild è quella proposta da Hans Reissner e Gunnar Nordström, che prevede l'esistenza di buchi neri statici, dotati quindi solo di massa M e carica elettrica.

METRICA DI NEWMANN

Una quarta tipologia di buchi neri prevista dalle equazioni di Einstein è quella proposta nel 1965 da Ezra Newmann, come estensione di quella già presentata da Kerr. Anche in questo caso il buco nero è rotante, avente dunque massa M e momento angolare, ma, in aggiunta, è anche dotato di carica elettrica; così come nelle previsioni di Kerr anche in quelle di Newmann è compresa l'esistenza dell'*ergosfera*.

Le quattro diverse metriche che descrivono un buco nero si possono facilmente riassumere nella seguente tabella:

Tab.1

TUTTI DI MASSA M	MOMENTO ANGOLARE (rotante)	NO MOMENTO ANGOLARE (statico)
NO CARICA ELETTRICA	Kerr	Schwarzschild
CARICA ELETTRICA	Newmann	Reissner- Nordström

TEOREMA “NO HAIR”

Il teorema *no hair*, letteralmente “senza capelli”, anche detto teorema dell’essenzialità, chiamato così dallo stesso Wheeler che coniò il termine *buchi neri*, afferma che un buco nero è caratterizzato completamente da tre soli parametri fisici: massa, momento angolare e carica. In accordo, infatti, con le quattro metriche illustrate nella tab.1, spiega come dopo il collasso di un corpo in buco nero, tutte le informazioni prima contenute in esso (natura, numero di particelle, ecc.), i “capelli”, diventano completamente inaccessibili.

NASCITA DI UN BUCO NERO

Secondo quanto è stato illustrato finora, è possibile descrivere un buco nero come un corpo ad altissima densità, in cui una massa enorme è concentrata in uno spazio piccolissimo, delimitato da una superficie di estensione inferiore all’orizzonte degli eventi. A causa dell’altissima intensità del campo gravitazionale generato dal corpo, come abbiamo già detto, la luce stessa rimane intrappolata, facendolo apparire nero, in quanto incapace di emettere alcun tipo di radiazione.

Per capire come sia possibile che una così elevata quantità di materia sia concentrata in uno spazio così ristretto è bene capire come ha origine un buco nero, studiando i corpi celesti da cui deriva. Seppur il comportamento delle stelle, che irradiano energia, sia esattamente opposto rispetto a quello dei buchi neri, la nascita di questi è da ricercare proprio in corrispondenza di stelle supermassive.

Alla luce di quanto visto nel precedente paragrafo, è intuibile come, nel momento in cui una stella sferica dovesse essere compressa per un qualche fenomeno al di sotto di R_s , essa collasserà su sé stessa. In effetti questa condizione può essere riscontrata nel corso della vita di una stella.

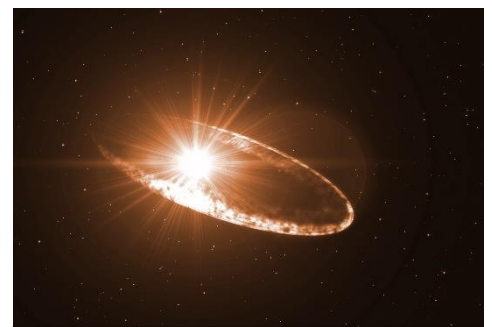
Nella maggior parte della durata della sua vita, una stella si mantiene in condizione di equilibrio, grazie a due forze di segno opposto che si controbilanciano, ovvero quella gravitazionale, forza attrattiva agente verso l’interno, che, da sola, porterebbe all’implosione del corpo, e quella termica dovuta alle reazioni di fusione nucleare che hanno luogo nel nucleo, la quale agisce, invece, verso l’esterno, generando un’espansione. Finchè, dunque, vi è abbastanza combustibile (idrogeno) per far avvenire le reazioni termonucleari, la stella rimane in equilibrio.

Una volta terminato il combustibile nucleare, la pressione dovuta alle reazioni scompare e la stella inizia a collassare sotto il proprio peso, contraendosi. Nel caso in cui la stella d'origine abbia una massa minore o uguale di 1,4 volte quella solare (limite di Chandrasekhar), essa è destinata a spegnersi, diventando una *nana bianca*; nel caso in cui, invece, essa abbia una massa pari o maggiore a 1,4 volte quella del sole, il collasso si bloccherà con il raggiungimento di una densità e di una temperatura tali da contrastare la forza gravitazionale, e, d'accordo con il principio di esclusione di Di Pauli (*1), si stabilirà una nuova condizione di equilibrio, dando origine ad una *supergigante rossa*. In questo stadio, nel nucleo della stella avranno luogo reazioni che useranno come combustibile l'elio, prodotto dalle precedenti fusioni di nuclei di idrogeno. Per stelle che superano addirittura le 3.8 masse solari, questo processo si ripete, arrivando ad innescare addirittura reazioni a partire da Ossigeno e Silicio. Durante tali reazioni, la pressione radiativa proveniente dal nucleo è così forte da far sì che gli strati più esterni della stella esplodano nello spazio, dando origine ad una *supernova*; la pressione gravitazionale generata dall'altissima densità a cui si trova la materia in questa fase, non essendo più controbilanciata da quella termica di verso opposto, porta il corpo a collassare su sé stesso. A causa di ciò, gli elettroni arriveranno a cadere sui nuclei, urtando protoni e formando neutroni, secondo la reazione:

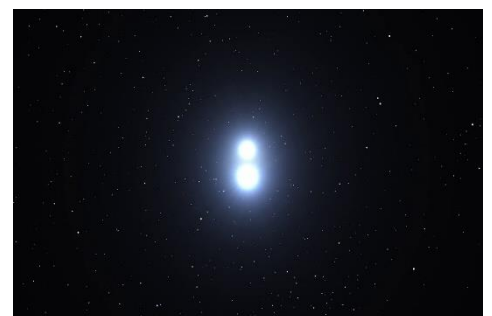


La stella risulta ora essere un gas degenere di neutroni, la cui pressione quantomeccanica di punto zero riesce di nuovo a bloccare il collasso: tale stato è detto di *stella di neutroni*. Tuttavia, esiste di nuovo una massa critica (limite di Oppenheimer-Volkoff di 3.8 masse solari) oltre la quale neanche la pressione dei neutroni può impedire il proseguimento del collasso gravitazionale, che continua inesorabilmente. Non vi sono ulteriori meccanismi a questo punto che possano opporsi al collasso e la stella si contrae fino a raggiungere e superare il raggio di Schwarzschild, dando origine a un buco nero, proseguendo fino a creare una singolarità in $r = 0$.

Un buco nero può poi crescere ulteriormente e diventare *supermassiccio* inglobando al suo interno dapprima gas e corpi più leggeri, fino ad attrarre a sé persino stelle e addirittura altri buchi neri, formando i cosiddetti *sistemi binari*. Un sistema binario può essere formato in partenza da due stelle massicce, in orbita una intorno all'altra; quando la più massiccia delle due stelle collassa in buco nero, risucchiando progressivamente materiale all'altra, si viene a creare una situazione stabile in cui la



Supernova



Stella di neutroni

seconda stella può sopravvivere per lungo tempo prima di diventare anch'essa buco nero. Nel momento in cui collassa in buco nero, si forma un sistema binario di buchi neri in orbita più ravvicinata, che poi si fonderanno. Un'altra ipotata ipotesi prevede invece che i sistemi binari si formino in seguito alla nascita dei due buchi neri in punti separati dello spazio-tempo e al loro successivo avvicinamento.

SPAZIO-TEMPO E BUCHI NERI

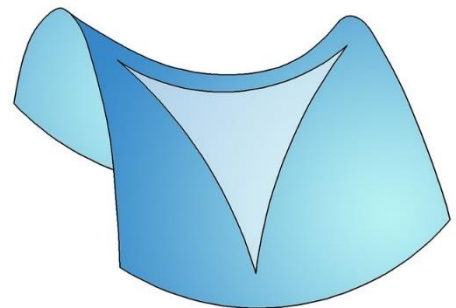
Per capire come sia possibile che un buco nero riesca ad attrarre inesorabilmente verso di sé altri corpi di massa notevole, come le stelle, è necessario comprendere prima a cosa sia dovuta questa attrazione e chiarire, dunque, il concetto di gravità.

Mentre nei secoli precedenti la gravità era sempre stata definita come *forza di attrazione tra due corpi, proporzionale al prodotto delle masse in gioco e inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra i rispettivi centri di massa*, con Einstein essa diventa una *distorsione, o curvatura, dello spazio-tempo* (struttura quadridimensionale dell'universo) *dovuta alla presenza di una massa*. Maggiore è la massa in grado di distorcere lo spazio-tempo, maggiore sarà la curvatura che questo acquisirà e maggiore sarà l'attrazione gravitazionale che subiranno i corpi nelle vicinanze. Bisogna infatti considerare che nella Teoria della Relatività Generale di Einstein il tessuto spaziale a cui si fa riferimento non è piano ed euclideo, ma, al contrario, curvo e caratterizzato da geometrie non euclidee.

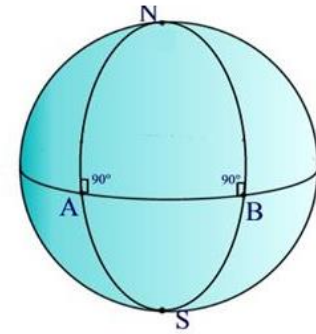
- **GEOMETRIE NON EUCLIDEE**

La geometria non euclidea si basa sulla negazione di uno o più postulati euclidei. La locuzione è tuttavia generalmente riservata alle geometrie che si fondano sulla negazione del quinto postulato, il quale afferma che *per ogni punto P del piano e per ogni retta r , esiste una e una sola retta s passante per P e parallela ad r* .

Nel XIX secolo il matematico russo N. Lobačevskij fu il primo a negare questo postulato, creando, insieme a J. Bolyai un nuovo tipo di geometria in cui *dato un punto P nel piano e una retta r esistono infinite rette passanti per P e parallele ad r* , che prende il nome di geometria iperbolica. Il piano considerato in questa geometria è una circonferenza, e le corde di questa diventano le rette. In questo caso la somma degli angoli interni di un ipotetico triangolo, che, per la geometria euclidea è 180° , sarebbe minore di 180° .



Un altro sistema geometrico non euclideo, anche chiamato ellittico, fu proposto da Riemann, il quale, considerando come rette le circonferenze di massimo diametro individuabili su una sfera, arriva a dire che *dato un punto P dello spazio e una retta r, non esiste nessuna retta passante per P e parallela ad r in questo spazio*. In un sistema di questo tipo la somma degli angoli interni di un triangolo è maggiore di 180° .



In entrambe queste geometrie, così come nel tessuto spaziale di Einstein, la strada più “corta” che un corpo può percorrere per spostarsi da un punto A ad un punto B non è più una retta vera e propria, ma una geodetica, che segue, quindi, il particolare andamento dello spazio in cui viene individuata.

I corpi e la luce che si trovano in prossimità di un buco nero, avente massa tendente ad infinito e in grado, dunque, di generare una curvatura infinita dello spazio-tempo, subiranno le conseguenze dell’attrazione da esso generata e saranno portati a deviare le loro traiettorie rettilinee; qualora essi siano caratterizzati da traiettorie con $r \gg R_s$ (dove r è la distanza fra il corpo e il centro del buco nero), si sposteranno lungo le geodetiche tracciate dalla suddetta curvatura, senza, tuttavia, ricadere all’interno del buco nero; se, invece, il corpo si dovesse trovare più vicino alla massa e non dovesse avere velocità tale da riuscire a sfuggire all’attrazione di questa, si muoverebbe anche in questo caso lungo le geodetiche dello spazio interessato, ma percorrendo una traiettoria che lo porterebbe a cadere senza via d’uscita all’interno dell’infinita curvatura. Durante la “caduta” all’interno del buco nero, si ipotizza che un corpo vada incontro ad un processo di spaghetizzazione, ovvero uno sproporzionato allungamento ed assottigliamento, dovuto alla fortissima differenza di attrazione gravitazionale presente tra un’estremità e l’altra del corpo, che aumenta esponenzialmente mano a mano che ci si avvicina alla singolarità.

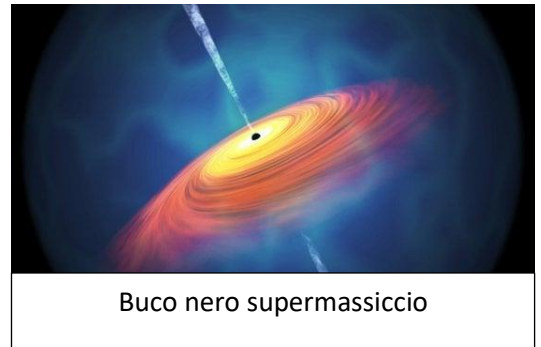
COME SAPPIAMO CHE ESISTONO I BUCI NERI

Nonostante siano difficili da individuare, non emettendo radiazione propria, un modo per trovare questi mostri può essere studiare le tracce indirette della loro presenza attraverso l’interazione che hanno con la materia che li circonda. I corpi infatti, prima di cadere all’interno del buco nero girano intorno ad esso ad altissime velocità, riscaldandosi e andando a formare il *disco di accrescimento*, il quale emette enormi quantità di energia, soprattutto sotto forma di raggi X. Nel caso di un buco nero di “piccole” dimensioni, il fenomeno è particolarmente visibile quando esso si trova in un sistema binario, legato quindi gravitazionalmente ad una stella, il cui gas va ad accumularsi nel disco di accrescimento e la cui orbita sembrerà avere un asse/centro inesistente o apparentemente invisibile.

Una prova più diretta dell'esistenza dei buchi neri è arrivata nel 2015 con la prima osservazione di onde gravitazionali; in questa occasione è stata osservata la collisione e fusione tra due buchi neri, di 36 e 29 masse solari, facenti parte di un sistema binario, evento che ha generato una perturbazione nella curvatura dello spazio osservata a oltre 1 miliardo di anni luce di distanza.



E' molto più facile individuare i buchi neri supermassicci, con masse milioni o miliardi di volte quella del sole, in quanto generalmente situati al centro di galassie e circondati da dischi di accrescimento luminosissimi e caratterizzati, inoltre, da un fascio perpendicolare al disco, in cui la materia viene espulsa a velocità prossime a quella della luce. Tra questi buchi neri è bene distinguere i *quasar*, nuclei di galassie situati ai confini dell'universo, tra gli oggetti più luminosi in esso presenti.



TEORIA DI HAWKING SUI BUCHI NERI

I buchi neri, per come li abbiamo descritti fino ad ora, non emettono per definizione alcun tipo di energia, ma la assorbono soltanto. Sorge, però, allora un problema: se anch'essi rispettano l'entropia dell'universo, ovvero mantengono costante la generale quantità di informazione presente in esso, devono contenere informazione; tuttavia, questa informazione non può arrivare ad un osservatore esterno, in accordo con la teoria "no hair", in quanto questi non potrà mai vedere oltre l'orizzonte degli eventi e continuerà a definire il buco nero per le sole tre caratteristiche previste dalla stessa teoria. Esiste, tuttavia, una teoria, definita da Stephen Hawking nel 1974, per cui un buco nero emetterebbe energia, sotto forma di radiazione, e con essa l'informazione stessa contenuta; questa informazione non sarebbe però completa come quella originaria, ma riguarderebbe la sola massa e non il tipo e lo stato di aggregazione di questa.

Hawking applica nel suo studio le teorie della meccanica quantistica al buco nero, dove, per il *principio di indeterminazione* di Heisenberg ($\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$), vi sono continue fluttuazioni quantiche date dalla creazione di coppie particella-antiparticella (es. elettrone-positrone o neutrino-antineutrino), chiamate particelle *virtuali*, che vengono create dal nulla e tornano rapidamente al nulla, annichilendosi con la propria antiparticella, così da non violare il principio di conservazione dell'energia. È poi possibile che le due particelle non si annichilino, diventando, dunque, *reali* e questo fenomeno può avvenire nei pressi dell'orizzonte degli eventi. Quando, infatti, si ha la formazione di una coppia nelle vicinanze di questo, può capitare che una delle due particelle ne superi

la soglia e rimanga intrappolata all'interno del buco nero, mentre l'altra, ora reale, sia libera di allontanarsi.

La particella che cade nel buco nero è quella di energia negativa, che sarà, quindi, in grado di ridurre la massa totale di esso, secondo la relazione $E = mc^2$ dimostrata dallo stesso Einstein, che porta ad avere una variazione di massa del buco nero $\Delta M = -\frac{E}{c^2}$.

Al contrario, la particella reale con energia positiva, allontanandosi dal buco nero, sembrerà ad un osservatore esterno, emessa dal corpo stesso e potrà essere paragonata alla radiazione di corpo nero. Sappiamo che la potenza P ($\Delta E/\Delta t$) di questa risulta:

$$P = \sigma T^4 = \frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M^2}, \text{ dove } \sigma \text{ è la costante di Stefan-Boltzmann e } \hbar \text{ è la costante di Planck ridotta}$$

Volendo, invece, calcolare il tempo di "evaporazione" di un buco nero bisogna applicare la formula:

$$t_{ev} = \frac{5120\pi G^2 M^3}{\hbar c^4}$$

ES. 3) Considerando un buco nero di massa solare ($M=2 \times 10^{30} \text{ kg}$),

con $c=3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $G=6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $\hbar = 10^{-34} \text{ Js}$

si ha che $t_{ev} = \frac{5120\pi(6,67 \times 10^{-11})^2(2 \times 10^{30})^3}{10^{-34}(3 \times 10^8)^4} = 7 \times 10^{74} \text{ s} = 2,3 \times 10^{67} \text{ anni}$

Nell'analizzare questo processo bisogna, in conclusione, tenere conto del fatto con il progressivo diminuire della massa del buco nero, diminuisce l'attrazione gravitazionale che questo esercita e aumenta, dunque, la velocità con cui la radiazione viene emessa.

SITOGRAFIA:

<https://www.fisgeo.unipg.it/fisgejo/images/gallery/nuova-fisica/Gianluca/BHGW.pdf>

https://amslaurea.unibo.it/7673/1/mantani_luca_tesi.pdf

http://treccani.it/enciclopedia/buchi-neri_%28Enciclopedia-dei-ragazzi%29/

<https://www.lescienze.it/argomento/buchi%20neri/>

https://amslaurea.unibo.it/13700/1/Tesi_De_Lillo.pdf

FILMOGRAFIA:

<https://www.youtube.com/watch?v=dHFybyqs6PY4>

<https://www.youtube.com/watch?v=uD4izuDMUQA>

<https://www.youtube.com/watch?v=e-P5IFTqB98>