

# IL TRENO DI EINSTEIN

Lo scopo di questo Modulo di 10-12 ore è quello di iniziare gli studenti che hanno completato lo studio della Fisica Classica e dell'Elettromagnetismo ai misteri della Fisica Moderna, a partire dal suo primo grande successo in ordine cronologico: la Teoria della Relatività Ristretta di Einstein

## Prerequisiti

Conoscenze	Competenze
<ul style="list-style-type: none"><li>• Il secondo principio della Dinamica</li><li>• I fondamenti della Relatività galileiana</li><li>• Il concetto di energia cinetica</li><li>• La propagazione della luce</li><li>• Esperienze per la misura della velocità della luce</li><li>• Le equazioni di Maxwell</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Saper risolvere problemi di Fisica riguardanti i principi della Dinamica</li><li>• Saper applicare correttamente le trasformazioni di Galileo</li><li>• Per gli approfondimenti, saper applicare il calcolo differenziale alla risoluzione di problemi di Fisica</li></ul>

## Introduzione: le trasformazioni galileiane

**Albert Einstein: un esempio di quanto può il pensiero umano**

*(Tempo: 1 ora incluso il richiamo dei Prerequisiti)*

## Unità 1 – A CACCIA DELL'ETERE

Dove si spiega come e perché, a partire da un esperimento apparentemente fallito, sorse la necessità di mandare in pensione le trasformazioni di Galileo

### 1.1 Una crepa nel palazzo di cristallo

### 1.2 Il "vento d'etere" non esiste!

**Approfondimento: Analisi quantitativa dell'esperienza di Michelson**

**Lettura: Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento (A.Einstein)**

**Test di verifica**

*(Tempo: 1 ora + 0,5 ore per approfondimento)*

## Unità 2 – DANTE E MARCO LOMBARDO

Dove si spiega il significato di « dilatazione dei tempi » e « contrazione delle lunghezze »

### 2.1 I postulati di Einstein

### 2.2 L'orologio a luce

### 2.3 I paradossi della Relatività

### 2.3 È più corto il treno o la pensilina?

**Lettura: Critica del concetto di simultaneità (A.Einstein)**

**Esercizi e test di verifica**

*(Tempo: 2 ore)*

## Unità 3 – LA CORSA DELLA REGINA ROSSA

Dove si spiega come nascono e come si applicano le nuove trasformazioni di Lorentz

### 3.1 Le trasformazioni di Lorentz

### 3.2 La composizione delle velocità

### 3.3 La sirena cosmica

### 3.4 La bambola russa

**Lettura: L'espansione dell'universo (S.Weinberg)**

**Esercizi e test di verifica**

*(Tempo: 2 ore)*

#### **Unità 4 – UN CHILO DI ENERGIA**

Dove si spiega finalmente perché non si può superare la velocità della luce, con buona pace di Star Trek e dei suoi miti, e cosa significa la celeberrima equazione  $E = m c^2$

**4.1 Come ingrassare senza mangiare**

**4.2 La massa è energia**

**4.3 Materializzazione ed annichilazione**

**4.4 Particelle senza massa**

**Approfondimento: Analisi quantitativa della Dinamica Relativistica**

**Lettura: L'antimateria va a ritroso nel tempo (P.Davies)**

**Esercizi e test di verifica**

*(Tempo: 2 ore + 0,5 ore per approfondimento)*

#### **Unità 5 – IL CONO DI LUCE**

Dove si spiega (con rammarico) perché la macchina del tempo resterà per sempre un sogno della fantascienza

**5.1 La macchina del tempo**

**5.2 Un cono a... quattro dimensioni**

**Lettura: La freccia del tempo (S.Hawking)**

**test di verifica**

*(Tempo: 1 ora)*

#### **FAQ**

**Verifica finale (1 ora)**

**Eventuale recupero (1 ora)**

**Bibliografia, Sitografia, Credits**

**Supporto online**

**Il modulo è progettato per una classe quinta Liceo Scientifico o per una classe terza Liceo Classico PNI. Sono possibili sinergie con il programma di Geografia Astronomica. I testi di riferimento sono quelli citati nell'ampia bibliografia, e si invitano gli alunni a far uso della sitografia o a cercare essi stessi siti correlati mediante i motori di ricerca.**

## 0.1 Le trasformazioni galileiane

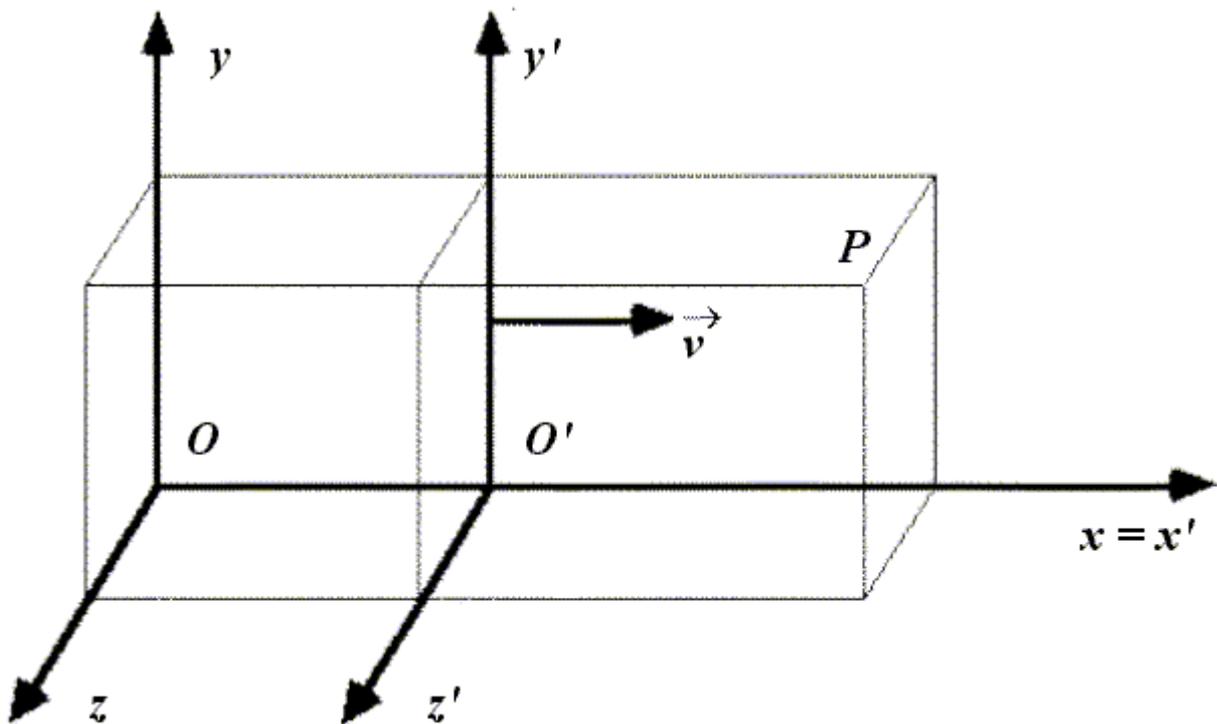
**Galileo Galilei** (1568-1642) aveva intuito che non é possibile, solo con esperimenti di meccanica, rivelare se un sistema é fisso, o si muove di moto rettilineo uniforme: così infatti egli stesso scrisse nella Giornata Seconda del suo « Dialogo sui Massimi Sistemi del Mondo », (1623):

*« Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animalletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; suspendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animalletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all'amico alcuna cosa, non più gagliardamente la dovrete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazii passerete verso tutte le parti. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debbano succeder così, fate muover la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina o pure sta ferma: voi saltando passerete nel tavolato i medesimi spazii che prima né, perché la nave si muova velocissimamente, farete maggior salti verso la poppa che verso la prua, benché, nel tempo che voi state in aria, il tavolato sottopostovi scorra verso la parte contraria al vostro salto; e gettando alcuna cosa al compagno, non con più forza bisognerà tirarla, per arrivarlo, se egli sarà verso la prua e voi verso poppa, che se voi fuste situati per l'opposito; le goccioline cadranno come prima nel vaso inferiore, senza caderne pur una verso poppa, benché, mentre la gocciola è per aria, la nave scorra molti palmi; i pesci nella lor acqua non con più fatica noteranno verso la precedente che verso la susseguente parte del vaso, ma con pari agevolezza verranno al cibo posto su qualsivoglia luogo dell'orlo del vaso; e finalmente le farfalle e le mosche continueranno i lor voli indifferentemente verso tutte le parti, né mai accaderà che si riduchino verso la parete che riguarda la poppa, quasi che fussero stracche in tener dietro al veloce corso della nave, dalla quale per lungo tempo, trattendosi per aria, saranno state separate... »*

Ciò vuol dire che le diciture "corpo in quiete" e "corpo in moto rettilineo uniforme" avevano un significato meramente convenzionale. Due sistemi in moto relativo l'uno rispetto all'altro si dicono **INERZIALI** se in essi valgono le stesse leggi della meccanica; i sistemi che si muovono l'uno rispetto all'altro di **moto rettilineo uniforme** sono dunque inerziali.

Il **principio di relatività galileiana** afferma quindi l'assoluta equivalenza fisica di tutti i sistemi di riferimento inerziali: *nessun esperimento eseguito all'interno di un dato sistema di riferimento può evidenziare il moto rettilineo ed uniforme dello stesso sistema, o, in altre parole, le leggi fisiche scoperte da sperimentatori che lavorino in laboratori in moto relativo rettilineo ed uniforme devono avere la stessa forma.* Si tratta ora di ricavare le formule che legano le coordinate spazio-temporali di uno stesso evento visto da due diversi riferimenti e di provare che le leggi della fisica sono invarianti, nella forma, al passaggio da un riferimento all'altro; si tratta cioè di tradurre in formule il contenuto di questo principio. Consideriamo allo scopo un sistema di assi cartesiani ortogonali, ed un altro che si sposta rispetto ad esso con velocità costante  $V$  in modo due riferimenti,  $O$  ed  $O'$ , di cui  $O'$  mobile rispetto ad  $O$  di moto rettilineo uniforme, con velocità. Si supponga che gli osservatori solidali ad  $O$  ed  $O'$  siano dotati di due orologi per la misura dei tempi sincronizzati tra loro in modo che, per esempio, quando  $O$  coincide con  $O'$  entrambi gli orologi segnino zero. Non è restrittivo supporre che gli assi  $x$  e  $x'$  siano sovrapposti e scivolino l'uno sull'altro, in modo che  $v$  sia parallela ad essi, mentre gli altri ( $y$  e  $y'$ ,  $z$  e  $z'$ ) restano paralleli fra di loro. Si consideri un certo evento fisico che avviene in un punto  $P$  con coordinate  $(x, y, z)$  e  $(x', y', z')$  rispetto a  $O$  ed  $O'$  ri-

spettivamente, e negli istanti  $t$  e  $t'$  misurati dai due osservatori.



Tenendo conto che  $OO' = v_0 t$  e che sembra ovvio supporre  $t' = t$ , dalla figura sopra segue subito che valgono le cosiddette **trasformazioni galileiane**:

$$\begin{cases} x = x' + OO' = x' + v_0 t' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases} \quad (0.1)$$

Bisogna chiarire fin d'ora che questi sistemi di riferimento sono **SISTEMI A QUATTRO COORDINATE**: ogni punto di essi è definito da tre coordinate nello spazio e da una nel tempo, misurate le prime tre rispetto a un'origine spaziale, la quarta rispetto a un istante iniziale  $t = 0$ . Osserviamo in particolare che la quarta di queste formule è sempre stata ritenuta evidente, e lo è ancora oggi nella vita pratica. La negazione dell'ipotesi (perchè si tratta di un'ipotesi e non di una proprietà dimostrata sperimentalmente!) che gli orologi dei due osservatori debbano segnare lo stesso tempo costituisce, come vedremo, uno degli aspetti innovativi della relatività einsteiniana.

Adesso passiamo alle velocità. Se un corpo si muove con velocità costante  $v$  rispetto a  $K$ , quale velocità  $v'$  avrà rispetto a  $K'$ , sapendo che il sistema  $O'$  si muove rispetto ad  $O$  con velocità  $v_0$ , detta **velocità di trascinamento**? Lo ricaviamo immediatamente dividendo membro a membro la prima e la quarta delle trasformazioni di Galileo, e tenendo conto che:

$$\begin{aligned} x/t &= v & (\text{in } K) \\ x'/t' &= v' & (\text{in } K') \end{aligned}$$

si ha allora:

$$\boxed{v = v' + v_0} \quad (0.2)$$

Queste si dicono **formule per la composizione delle velocità**. Vedremo che anch'esse dovranno

variare completamente, non appena saranno introdotti i postulati di Einstein.

Facciamo un esempio. Si supponga di essere su un carrello in movimento a **60 Km / h**, e di calciare un pallone a **40 Km / h**. Se lo si calcia nella direzione del moto, esso si muoverà (rispetto alla terra) a una velocità di **100 Km / h**; se lo si calcia invece in direzione opposta al moto, il pallone si muoverà a soli **20 Km / h**.

La (0.2) ci conduce a concludere che, detta  $\Delta v = v_2 - v_1$  la variazione di velocità nel sistema **O**, si ha:

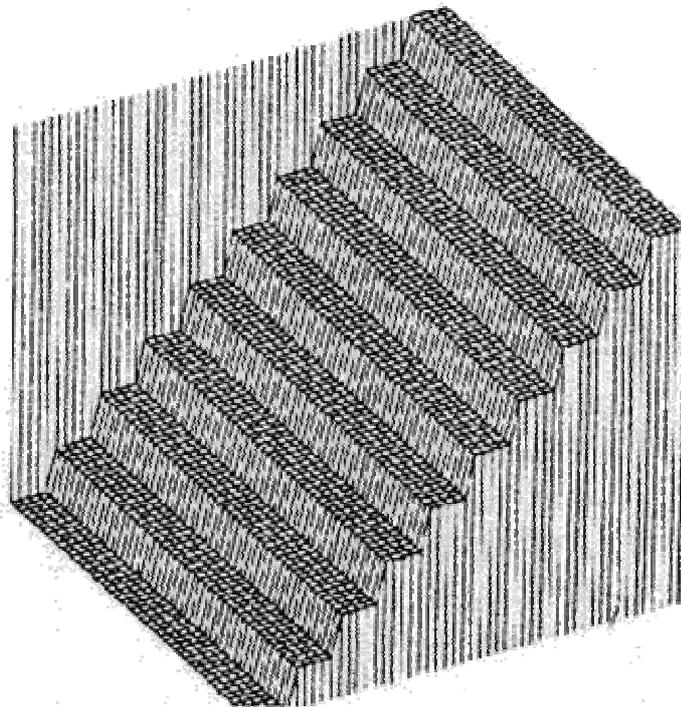
$$\Delta v' = v'_2 - v'_1 = (v_2 - v_0) - (v_1 - v_0) = v_2 - v_1 = \Delta v$$

E quindi, dividendo il primo e l'ultimo membro per  $\Delta t$  e ricordando che  $a = \Delta v / \Delta t$  :

$$a = a'$$

Se teniamo conto del fatto che la massa dei corpi è un invariante, utilizzando l'Equazione fondamentale della Dinamica, concluderemo che **la forma delle equazioni non dipende dal riferimento**. Una modifica delle trasformazioni di Galileo deve portare necessariamente ad una modifica della Equazione fondamentale della Dinamica, se vogliamo salvare il principio di Relatività. Questa modifica costituisce uno dei tanti pilastri della teoria della relatività che, occorre sottolinearlo fin dal principio, non ha negato la validità del Principio di Relatività Galileiana, ma solo delle formule di passaggio da un riferimento ad un altro: come diremo nel paragrafo 1.2, il Principio è anzi stato esteso a TUTTI i fenomeni, e non solo a quelli meccanici!

Quelli or ora descritti sono i fondamenti della cosiddetta **relatività galileiana**. Ma allora, sulla scorta di essa, ha ancora senso parlare di **MO-TO ASSOLUTO**? O piuttosto tutto è relativo al sistema di riferimento? Riflettiamoci su un momento.



Uno dei (tanti) problemi che assillavano i primi filosofi era il seguente: se la terra è sferica, perché gli abitanti degli antipodi non cadono? Come fanno a stare a testa in giù? Semplicissimo: essi non stanno affatto a testa in giù. Anzi, rispetto a loro, siamo noi a stare a testa in giù. Che senso ha parlare di **SU** e di **GIÙ**? Dipende dal punto in cui ci poniamo sulla superficie terrestre: per noi sono a testa in giù gli antipodi, per loro è l'esatto viceversa. Allo stesso modo, cosa vuol dire **PRIMA** e **DOPO**, senza un punto di riferimento assoluto, che cioè abbia per tutti il medesimo significato? Per farsene un'idea, si osservi la figura a fianco: è la famosissima **scala di Schröder**. Essa è dritta o è capovolta? Quale delle sue due pa-

reti è più vicina all'osservatore? La sola possibile risposta è: **DIPENDE**. Già, dipende dal punto di vista. Se la scala è pensata dritta, esce dal foglio la parete in basso; se il cervello di chi guarda la vede capovolta, la parete che prima ci sembrava davanti arretra, ed è l'altra a venire in rilievo. In realtà, la stessa mente tende a vedere la stessa scala ora dritta, ora rovesciata, tanta che, dopo un po' che la si osserva, pare capovolgersi spontaneamente. **La scala è la stessa, ma è vista in due modi diversi in due possibili sistemi di riferimento!**

Lo stesso può dirsi per un altro famoso dipinto "indeciso", e cioè la caricatura di donna disegnata da

E.Hill nel lontano 1895 ed illustrato qui sotto. La donna é vecchia o é giovane? In verità, essa é sia l'una che l'altra allo stesso tempo. Infatti l'occhio, il naso, la bocca della donna vecchia si trasformano rispettivamente nello orecchio, nel mento e nel collier della donna giovane. Noi vediamo l'una o l'altra delle due **a seconda di quello che vogliamo guardare**. La vecchia e la giovane ci appaiono come aspetti diversi di una stessa realtà: una realtà RELATIVA, per l'appunto, al modo di guardare. In termini fisici, **relativa al sistema a cui si faccia riferimento**. La scala é dritta o capovolta, la donna piacente o incartapecorita a seconda di come noi lo guardiamo, e non perché queste qualità sono intrinseche nell'oggetto in esame.



Ogni teoria fisica che si rispetti è in attesa di un fatto sperimentale che ne neghi la validità e che conduca all'elaborazione di una nuova teoria di portata più ampia e generale e che includa la precedente come caso particolare. La **relatività galileiana** or ora richiamata è forse l'esempio più eclatante di questa tendenza ed è certamente una delle teorie che più d'ogni altra hanno resistito tenacemente all'usura del tempo: ci sono voluti quasi trecento anni di progresso scientifico e tecnologico per evidenziarne i limiti e perché si avvertisse l'esigenza di ideare una teoria più ampia che spiegasse la totalità dei fenomeni fisici acquisiti alla conoscenza umana. La **TEORIA DELLA RELATIVITÀ**, elaborata dal grande fisico tedesco **Albert Einstein** (1879-1955), la cui vita ho narrato a parte, ha il suo fondamento proprio nello **smascheramento dell'assoluto nella Fisica**. La Fisica Classica sosteneva l'esistenza di grandezze immutabili e caratteristiche di ciascun corpo, inseparabili da esso perché connaturate nel suo essere: la lunghezza e la massa, in primo luogo. Einstein, con incredibili colpi di genio, smitizzò alcuni tra i fondamentali postulati della fisica classica ed aprì la strada ai più arditi sviluppi della fisica moderna. Ed é proprio ciò di cui questo modulo intende occuparsi.

Nell'unità 1 vedremo quali fondamenti teorici ed empirici costrinsero i fisici ad abbandonare le ormai consolidatissime certezze della Fisica Classica; nell'unità 2 vedremo quali novità Einstein dovette introdurre perché le previsioni teoriche tornassero a combaciare con i risultati sperimentali. Nell'unità 3 vedremo quali nuove trasformazioni hanno soppiantato quelle galileiane. Nell'unità 4 passeremo dalla Cinematica alla Dinamica riscritta secondo i precetti del genio di Ulm. Chiuderemo infine, nell'unità 5, con un utile divertissement legato al cono di luce ed ai viaggi nel tempo. Al termine di ogni unità lo studente potrà affrontare un certo numero di esercizi e di test, e decidere se è pronto o meno a svolgere le attività successive; in caso di risposta negativa, è stato approntato un percorso di recupero.

## 0.2 La grande sintesi di Maxwell

È impossibile comprendere la rivoluzione operata da Einstein senza prima richiamare alcune importanti nozioni di elettromagnetismo. I principi fondamentali di questa vasta teoria furono stabiliti nel corso del secolo XIX dai fondamentali lavori di **Charles-Augustin de Coulomb** (1736-1806), **Hans Christian Oersted** (1777-1851), **André-Marie Ampère** (1775-1836), **Joseph Henry** (1797-1878) e soprattutto di **Michael Faraday** (1791-1867). I loro risultati furono poi sintetizzati da **Carl Fredrich Gauss** (1777-1855) nei seguenti due teoremi, che stabiliscono i primi due principi fondamentali dell'elettromagnetismo:

1) *Un corpo carico produce nello spazio circostante delle linee di forza elettriche, il cui flusso attraverso una superficie chiusa è pari alla somma delle cariche poste al suo interno divisa per la costante dielettrica.*

2) *Una corrente elettrica che circola in un conduttore produce delle linee di forza magnetiche attorno al conduttore, il cui flusso attraverso una superficie chiusa è sempre nullo.*

La prima affermazione è detta **Teorema di Gauss del campo elettrico**, e matematicamente si può scrivere così:

$$\Phi(\mathbf{E})_S = \frac{\Sigma Q}{\epsilon_0} \quad (0.3)$$

mentre la seconda viene detta anche **Teorema di Gauss del campo magnetico**:

$$\Phi(\mathbf{B})_S = 0 \quad (0.4)$$

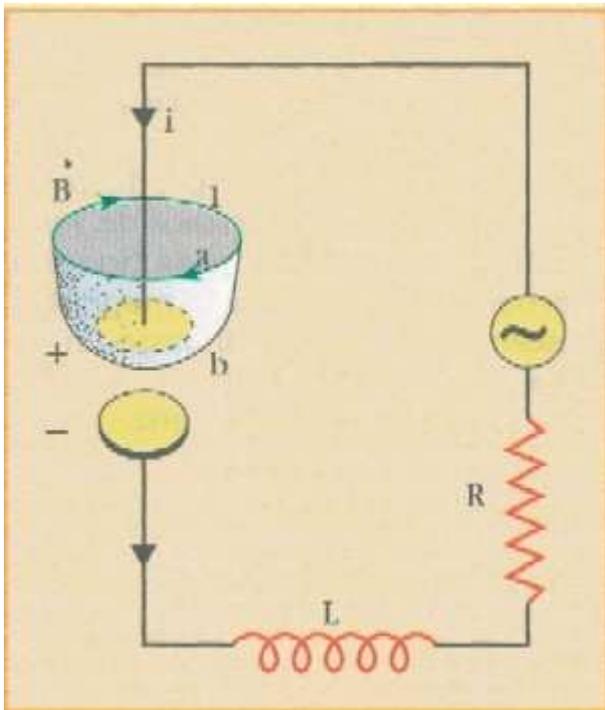
dove la lettera greca  $\Phi$  indica il flusso attraverso la superficie  $S$ . Il primo teorema ha il seguente significato fisico: **esiste il monopolo elettrico**, cioè la carica elettrica singola, ed essa è sorgente di campo elettrico. Il secondo teorema ci dice invece che il campo magnetico è **solenoidale**, ovvero che le linee di forza sono sempre chiuse, e **NON esiste il monopolo magnetico**. Spezzando un magnete in due, infatti, trovo sempre due magneti dotati entrambi di polo Nord e polo Sud.

E' a questo punto che fa irruzione nella storia della scienza il grande fisico e matematico scozzese **James Clerk Maxwell** (1831-1879). Negli anni tra il 1860 ed il 1870 egli sviluppò una teoria matematica dell'elettromagnetismo nella quale partì dai due teoremi suddetti, oggi noti come **PRIMA** e **SECONDA EQUAZIONE DI MAXWELL**. Egli propose un modello onnicomprensivo per visualizzare le relazioni esistenti tra le grandezze elettriche e magnetiche osservate sperimentalmente da Faraday e soci. Egli lo descrisse matematicamente attraverso un sistema di equazioni, oggi note come **Equazioni di Maxwell**, dalle quali si possono ottenere tutte le proprietà dei campi elettrici e magnetici. Il lavoro di Maxwell contiene alcune idee completamente nuove e ricche di conseguenze:

a) *un campo elettrico variabile nel tempo genera un campo magnetico.*

b) *non solo le correnti nei conduttori producono dei campi attorno ad essi, ma anche i campi elettrici variabili nel vuoto producono dei campi magnetici.*

Il genio di Edimburgo ragionò come segue. Sia un circuito contenente un condensatore, come quello illustrato nella figura a fianco; in regime di corrente continua, il circuito risulta ovviamente **aperto**, cioè non passa alcuna carica elettrica, e la circuitazione del campo elettrico calcolata lungo il



percorso chiuso  $\mathbf{l}$  è nulla sia prendendo in considerazione la superficie piana  $\mathbf{a}$  che quella curva  $\mathbf{b}$ , essendo nulla la corrente concatenata con le due superfici, cioè la corrente che le "buca" entrambe.

Diverso è il discorso se la corrente  $\mathbf{i}$  è variabile nel tempo. Infatti in questo caso il circuito dotato di condensatore non è chiuso, e la circuitazione del campo  $\mathbf{B}$  lungo la linea  $\mathbf{l}$  è pari, per il teorema della circuitazione di Ampère, al prodotto della corrente  $\mathbf{i}$  per la permeabilità magnetica del vuoto  $\mu_0$ . Allora, tale circuitazione è pari a zero se si prende in considerazione la superficie  $\mathbf{b}$  passante fra le armature del condensatore, non "bucata" da alcuna corrente di conduzione, ed è invece pari a  $\mu_0 i$  se si prende in considerazione la superficie  $\mathbf{a}$ . Questo paradosso può essere risolto solo ammettendo l'esistenza, nello spazio vuoto tra le due armature, di una corrente che

non è di conduzione, non essendoci cariche da spostare materialmente, ma che agli effetti del teorema della circuitazione di Ampère è equivalente ad una corrente di conduzione. Maxwell identificò tale corrente con quella che egli chiamò **corrente di spostamento**. Siccome essa dipende dalla rapidità con cui varia la posizione delle cariche, egli concluse che essa deve essere direttamente proporzionale alla rapidità con la quale varia nel tempo il flusso del campo elettrico attraverso una superficie che ha come contorno il percorso  $\mathbf{l}$ . E così il grande fisico-matematico attribuì ad essa la seguente espressione:

$$i_s = \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi(E)}{\Delta t}$$

Di conseguenza la **legge di Ampère-Maxwell** sull'induzione magnetica, fino ad ora scritta nella forma  $\mathbf{C}(\mathbf{B}) = \mu_0 \mathbf{i}$ , deve essere così modificata:

$$\mathbf{C}(\mathbf{B}) = \mu_0 \left( \mathbf{i} + \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi(E)}{\Delta t} \right) \quad (0.5)$$

perché alla corrente di conduzione  $\mathbf{i}$  va aggiunta quella di spostamento  $\mathbf{i}_s$ . Questa non viene più attribuita al solo André Marie Ampère ma, giustamente, è detta **equazione di Ampère-Maxwell**, e costituisce la **TERZA EQUAZIONE DI MAXWELL**.

Certamente questa ipotesi potrà apparire come un escamotage matematico volto a salvaguardare la veridicità del teorema di Ampère; la corrente è sempre stata intesa come un moto di cariche elettriche, siano essi elettroni (nei conduttori), ioni positivi e negativi (nelle soluzioni e nei gas), elettroni e lacune (nei semiconduttori); non si capisce dunque, a prima vista, come la formula che esprime  $\mathbf{i}_s$  possa essere definita una corrente. Ad un esame più approfondito, invece, emerge il profondo significato fisico dell'ipotesi di Maxwell: essa ci dice che **il campo magnetico che circonda la corrente di spostamento può essere considerato una conseguenza della variazione nel tempo del campo elettrico**.

Secondo la teoria elaborata da Maxwell, insomma, i due principi fondamentali dell'elettromagnetismo, che abbiamo già ricordato [poco sopra](#) e che erano già stati stabiliti da altri scienziati, dovevano essere integrati da un terzo:

### 3) un campo elettrico variabile nello spazio produce un campo magnetico.

Il vettore  $\mathbf{B}$  del campo magnetico indotto sta in un piano perpendicolare al vettore  $\mathbf{E}$  del campo elettrico variabile e l'intensità di  $\mathbf{B}$  dipende dalla rapidità con cui varia  $\mathbf{E}$ .

Consideriamo dunque una coppia di conduttori piani collegati a un generatore di corrente, come nella figura a sinistra. Mentre le cariche si avvicinano o si allontanano dai piatti attraverso i conduttori collegati alla corrente, l'intensità  $\mathbf{E}$  del campo elettrico nello spazio tra i piatti varia nel tempo. Come si è già visto, questo campo elettrico variabile produce un campo magnetico nel quale l'intensità del vettore in un dato istante varia con la distanza dai piatti. Cambiando segno alla carica sulle armature, e quindi il verso del campo elettrico da a) a b), anche le linee di forza del campo magnetico indotto cambiano verso. Questo è il significato fisico della Terza Equazione di Maxwell.

Un'altra proprietà dei campi elettrici e magnetici, già nota prima di Maxwell, acquista un nuovo significato alla luce del suo lavoro, poiché risulta simmetrica alla formulazione, enunciata poc'anzi, del terzo principio:

### 4) un campo magnetico variabile nello spazio produce un campo elettrico.

Questo fenomeno di induzione elettromagnetica era stato scoperto sperimentalmente (manco a dirlo!) dal solito Faraday, ed infatti la legge matematica che la esprime è nota come **equazione di Faraday-Neumann** (o di Faraday-Henry):

$$C(\mathbf{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{\Delta t} \quad (0.6)$$

Essa significa che la circuitazione del campo elettrico indotto dal campo magnetico variabile nel tempo è pari alla variazione nel tempo del flusso di tale campo magnetico induttore. Il segno meno indica che la corrente indotta ha segno opposto alla variazione di flusso che la produce, ed è nota come **legge di Lenz**. Essa rappresenta un caso particolare di una legge universale assai più generale, nota come **principio di Le Chatéllier** ed esprimibile in questi termini:

**quando un sistema fisico viene perturbato, esso evolve nella direzione che tende a minimizzare la perturbazione avvenuta.**

Infatti, quando il flusso di  $\mathbf{B}$  varia nel tempo, viene indotta una corrente elettrica che a sua volta genera un campo magnetico, il cui flusso (per colpa di quel segno meno) varia in direzione opposta a quella del campo  $\mathbf{B}$  esterno. In tal modo, se quest'ultimo sta diminuendo la corrente indotta cerca di sostenerlo, mentre se sta aumentarlo cerca di tamponarne la crescita. L'equazione di Faraday-Neumann e la legge di Lenz, prese assieme, costituiscono la **QUARTA EQUAZIONE DI MAXWELL**.

A partire dalle quattro equazioni di Maxwell **(0.3) + (0.4) + (0.5) + (0.6)**, è possibile ricavare in ogni punto il valore del campo elettrico e del campo magnetico, a patto di conoscere:

- i) **la distribuzione delle cariche nello spazio;**
- ii) **la distribuzione delle correnti nei mezzi materiali o nel vuoto.**

L'insieme completo di relazioni tra i campi elettrici e magnetici proposto da Maxwell non fu subito direttamente verificabile. Egli, però, aveva previsto anche un fenomeno del tutto nuovo, che avrebbe dovuto insorgere per effetto delle reciproche interazioni tra campi elettrici e magnetici variabili. Per capire di cosa si tratta, supponiamo che in una certa regione di spazio ad un certo istante si determini una variazione del campo elettrico, originato, per esempio, da un moto accelerato di cariche elettriche. Nei punti immediatamente vicini si produce allora, per la terza equazione di Maxwell, un

campo magnetico anch'esso variabile nel tempo. La variazione del campo magnetico, per la quarta equazione di Maxwell, origina nei punti immediatamente vicini un campo elettrico anch'esso variabile, e così via. Nasce in tal modo una **perturbazione elettromagnetica** che si propaga nello spazio.

Il fatto che una variazione del campo magnetico in un punto produce un campo elettrico variabile era noto già prima di Maxwell, in quanto era previsto dalla legge di Faraday-Neumann; si pensava però che, allorché un campo magnetico bruscamente diminuiva da un valore massimo a zero, altrettanto doveva fare il campo elettrico e il tutto cessava dopo un piccolo intervallo di tempo dall'istante in cui si era annullato il campo magnetico. La novità prevista da Maxwell consiste nel fatto che **il campo elettrico ed il campo magnetico generati dalla variazione nel tempo di uno dei due sono in grado di autosostenersi**, cioè di propagarsi anche se la variazione iniziale che li ha prodotti è venuta meno!

Se ne conclude che, da una brusca variazione di un campo elettrico o magnetico nel tempo, ha origine la propagazione di un impulso elettromagnetico, cioè di un'ONDA, chiamata per l'appunto **onda elettromagnetica**.

Il valore della velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche nel vuoto dato dalla (1.3), come vedremo nel paragrafo 1.2, coincide con buona approssimazione con quello della velocità della luce, già noto dalle esperienze di Fizeau e Foucault. Questo fu un risultato clamoroso che mise in evidenza lo straordinario potere unificante delle equazioni di Maxwell. Egli, avendo notato che le onde elettromagnetiche e la luce, oltre ad essere caratterizzate entrambe da vibrazioni trasversali, si propagano con la stessa velocità, avanzò l'ipotesi della natura elettromagnetica della luce, e così l'ottica divenne un capitolo dell'elettromagnetismo. E scusate se è poco

## **Albert Einstein: un esempio di quanto può il pensiero umano**

**ALBERT EINSTEIN** forma con Marx e Freud la famosa triade di intellettuali ebraici che traghettarono il pensiero moderno dalle sue posizioni illusorie e un po' farraginose del secolo XIX fino a quelle che hanno segnato, nel bene e nel male, la storia del secolo XX. Le sue scoperte diedero infatti l'avvio alla Fisica Moderna, nonché un contributo ineguagliabile alla civiltà d'oggi, perché le conquiste dell'elettronica e della microbiologia non sarebbero mai state possibili senza la formulazione della meccanica quantistica, di cui Einstein fu uno dei fondatori, anche se poi si rifiutò di accettarne fino in fondo i risultati; e la comprensione del funzionamento delle stelle e della struttura delle galassie e dell'intero universo non sarebbe mai decollata, senza la sua teoria della relatività generale. Vale la pena di conoscere nei dettagli la sua vita, prima di entrare nel merito delle sue rivoluzionarie teorie.

Einstein nacque ad Ulm (nel Württemberg), da famiglia di origine ebraica, il 14 Marzo 1879. Da bambino a scuola non andava affatto bene. Preferiva stare ad ascoltare lo zio, ingegnere, che gli raccontava i rudimenti della Matematica e delle Scienze, come fossero favole. Nel 1894, quando Albert aveva solo 15 anni, la sua famiglia fu costretta dalle ristrettezze economiche a lasciare l'Impero Tedesco per trasferirsi a Milano, dove il padre lavorava in qualità di elettrotecnico, e poi a Pavia. Dopo essere rimasto per circa un anno in Italia, emigrò in Svizzera, dove si iscrisse al famoso Politecnico di Zurigo. Qui, nel 1905, compì studi ormai celebri sull'effetto fotoelettrico, una delle pietre angolari nella costruzione della Teoria dei Quanti, nonché sulla determinazione sperimentale del numero di Avogadro eseguita tramite l'osservazione del moto browniano e della velocità di sedimentazione delle soluzioni. Eppure, nonostante tutta questa sua intensissima elaborazione teorica, non trovò lavoro che all'ufficio brevetti di Berna. Solo nel 1910 conseguì l'abilitazione all'insegnamento di Matematica e Fisica; l'anno successivo, ottenne la cittadinanza svizzera, che conservò poi fino alla morte. Nel 1912, finalmente, gli accademici svizzeri si resero conto di trovarsi di fronte ad un genio, e gli assegnarono la cattedra di professore ordinario di Matematiche Superiori nello stesso ateneo in cui si era laureato. Nel novembre 1913 gli fu offerto di insegnare Fisica nella prestigiosa Accademia prussiana delle Scienze di Berlino. L'anno dopo fu chiamato a dirigere l'Istituto Kaiser Wilhelm per la fisica, carica che accettò di buon grado. La moglie però rifiutò di seguirlo nella Germania precipitata nella spirale bellica, e lo abbandonò. Egli non ne soffrì più di tanto, perché pare avesse già in corso una relazione con la cugina Elsa, che poi avrebbe sposato; inoltre, era tutto preso dallo studio delle geometrie non euclidee, che presto gli avrebbero permesso la formulazione definitiva della Relatività.

Nel 1916, infatti, pubblicò finalmente i risultati di oltre dieci anni di studi nella memoria « Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie » (I fondamenti della teoria della relatività generale), frutto di oltre dieci anni di studi, che completava un precedente lavoro del 1905 con il quale aveva gettato le basi dell'elettrodinamica relativistica (in pratica, quella che noi chiameremo la Teoria Speciale della Relatività), lavoro del quale parleremo nell'unità 2. Questi articoli lo fecero conoscere negli ambienti scientifici, e la sua fama crebbe fino al punto di meritargli nel 1919 il Premio Nobel per la fisica, che però, come vedremo, gli fu assegnato per l'ipotesi fotonica con cui aveva spiegato l'effetto fotoelettrico, confermando le teorie di Planck, e non per il suo colossale studio sulla relatività, l'unico per cui oggi invece è famoso.

Tra il 1915 e il 1930 si stava sviluppando la teoria quantistica, che presentava come concetti fondamentali il dualismo onda-particella, postulato proprio da Einstein nel 1905, nonché il principio di indeterminazione di Heisenberg, che fornisce un limite intrinseco alla precisione con cui si può misurare una grandezza fisica. Einstein mosse diverse e significative critiche alla nuova teoria e partecipò attivamente al lungo e tuttora aperto dibattito sulla sua completezza; in particolare, mosso dalle sue convinzioni filosofiche e religiose, si rifiutò di accettare fino in fondo le conseguenze dell'impostazione intrinsecamente probabilistica della Meccanica Quantistica, sulla base della celeberrima affermazione: "Dio non gioca a dadi con il mondo".

In Germania rimase fino al 1933 quando, intuendo il pericolo insito nell'ascesa al potere di Adolf Hitler, decise di emigrare negli Stati Uniti, dove divenne professore all'Institute for Advanced Stu-

dies di Princeton. Qui prese anche la cittadinanza americana, nel 1940, ed insegnò fino al 1945, anno in cui si ritirò dall'attività accademica. Qui però diede anche l'avvio al famoso progetto Manhattan, con Fermi e Oppenheimer, progetto che portò allo sganciamento di due ordigni atomici sulle città nipponiche di Hiroshima e Nagasaki. Convinto pacifista, si rifiutò di partecipare ad esso in prima persona, ma fu proprio in seguito alla lettera di Einstein del 2 Agosto 1933 che il presidente americano Franklin Delano Roosevelt si convinse della possibilità di realizzazione della bomba termonucleare. Probabilmente è questa la ragione per cui, divorato dai rimorsi, nel dopoguerra Einstein si impegnò col matematico inglese Bertrand Russell (1872-1970) in una campagna pacifista, contraria a qualunque uso bellico della scienza e a qualunque discriminazione razziale. Proprio una settimana prima della sua morte, firmò insieme ad altri sette premi Nobel un documento contro la proliferazione delle armi nucleari, che (come giustamente è stato detto) costituisce il suo testamento spirituale, una sorta di messaggio postumo all'umanità. In esso, tra l'altro, si legge:

*« Noi rivolgiamo un appello come esseri umani ad esseri umani: ricordate la vostra umanità e dimenticate il resto. Se sarete capaci di farlo è aperta la via di un nuovo Paradiso, altrimenti si spalanca davanti a voi il rischio della morte universale »*

Giustamente uno scrittore ha definito Einstein "uomo dal volto di artista e di profeta che disprezzava la violenza e la guerra"; lui, membro di una razza disprezzata e perseguitata, piccolo uomo della provincia tedesca, catapultato a capofitto nei più luttuosi eventi del nostro secolo, quando avrebbe sicuramente preferito rimanere nell'ombra ed insegnare Fisica per tutta la vita; proprio lui ha tracciato all'umanità le due vie lungo le quali potrà perdersi o salvarsi. Nella storia del pensiero umano egli rappresenta certamente un simbolo, tanto da colpire la fantasia della gente, che da allora, quando deve raffigurarsi uno scienziato geniale, se lo raffigura con i capelli ed i baffi incolti del genio di Ulm. Al di là però dell'iconografia popolare, ecco il giudizio dato dell'opera di Einstein dal grande fisico francese Louis Victor de Broglie (1892-1987), uno dei padri della Meccanica Quantistica:

*« Per tutti gli uomini colti, il nome di Albert Einstein evoca lo sforzo intellettuale geniale che, capovolgendo i dati più tradizionali della fisica, è riuscito a stabilire la relatività delle nozioni di SPAZIO e TEMPO... È questa un'opera ammirevole, paragonabile alle più grandi opere che s'incontrano nelle scienze (per esempio quella di Newton); di per sé stessa, basterebbe ad assicurare al suo autore una gloria imperitura! »*

Ma egli non fu ricercatore arido e misantropo, come a volte lo si è voluto dipingere; si sforzò anzi in tutti i modi di rendere accessibile la Scienza al grande pubblico, proprio per impedire che fossero solo poche lobby assetate di potere a gestirla contro gli interessi dell'umanità. Nella prefazione alla sua monografia divulgativa "Relatività: la teoria speciale e generale", egli afferma testualmente che « nessuno pensa con le formule » e che « secondo il precetto di Boltzmann, i problemi dell'eleganza vanno lasciati al sarto ed al calzolaio ». Ma soprattutto egli sostenne quanto segue:

*« ...Senza la convinzione che con le nostre costruzioni teoriche è possibile raggiungere la realtà, senza la convinzione dell'intima armonia del nostro mondo, non potrebbe esserci scienza. »*

Sul piano politico, Einstein prevede la fondazione di un'« Internazionale della scienza », al di là dei blocchi e dei nazionalismi esasperati dei suoi tempi; anzi, ricordò che Emilio Fischer diceva: « Voi non potete farci nulla, signori, la scienza è e rimane internazionale... » Combatté i pregiudizi dei benpensanti, sostenendo che « le dichiarazioni ufficiali sono ovunque peggiori dell'opinione dell'individuo » (per dirla con Cicerone, "Senatores boni viri, Senatus mala bestia"). Appoggiò perciò i congressi internazionali e prevede la creazione dell'Europa Unita, affermando che:

*« Il nostro continente potrà raggiungere una nuova prosperità soltanto se la lotta latente fra le forme tradizionali di Stato viene a cessare. L'organizzazione politica dell'Europa deve essere deci-*

*samente orientata verso l'eliminazione delle scomode barriere doganali. Questo scopo superiore non potrebbe essere raggiunto esclusivamente attraverso convenzioni tra stati; la preliminare preparazione degli spiriti è, anzitutto, indispensabile... »*

Uomo schivo e riservato, tuttavia, nel 1948 rifiutò l'offerta fattagli dai sionisti di assumere la presidenza del neonato Stato d'Israele, affermando che « *la politica dura un attimo, mentre un'equazione dura in eterno* ». E così, fino all'ultimo, si dedicò unicamente alla ricerca teorica, prevedendo tra l'altro anche gli sviluppi futuri della Fisica, perché la sua Teoria della Relatività (nel frattempo applicata con successo da P.A.M. Dirac alla Fisica Atomica) portava diritta al sogno dell'**Unificazione delle Forze**; Einstein tentò così, negli ultimi anni della propria vita, di trovare una possibile unificazione tra campo elettromagnetico e campo gravitazionale in un'unica formulazione, più semplice e completa che mai; ma questo tentativo, purtroppo, non fu coronato da successo, e non lo è tuttora. Il perché va ricercato nell'assenza di una Matematica in grado di descrivere adeguatamente questa « Teoria del Tutto ». Lo stesso Einstein lo riconobbe, scrivendo in una sua lettera:

*« A causa di difficoltà matematiche, non ho ancora trovato il modo pratico di controllare i risultati della mia teoria tramite una dimostrazione sperimentale. »*

È questa l'eredità da lui lasciata ai propri colleghi. Einstein si spense a Princeton subito dopo la mezzanotte del 16 Aprile del 1955, per un aneurisma. Aveva cambiato per sempre la concezione che abbiamo di spazio, tempo e struttura dell'universo, partendo da una semplice ma arrogante domanda: « *Sarebbe stato possibile creare l'universo in un altro modo? E come lo avrei fatto io, al posto di Dio?* »

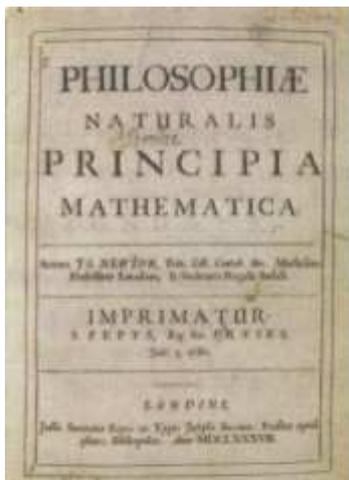


## 1.1 Una crepa nel palazzo di cristallo

Alla fine del XIX secolo, la Fisica raggiunse un traguardo straordinario, riuscendo a spiegare tutti i fenomeni elettrici e magnetici attraverso una teoria unitaria e perfettamente coerente, espressa dalle **quattro equazioni di Maxwell**, cosiddette dal loro ideatore, **James Clerk Maxwell** (1831-1879), considerato da alcuni il più grande fisico matematico di tutti i tempi. Esse permisero di dedurre, per via puramente teorica, che non esiste un campo elettrico separato dal campo magnetico, entrambi di natura vettoriale, ma che l'uno e l'altro sono manifestazioni di un'unica realtà fisica, chiamata il **tensore elettromagnetico**. Inoltre, esse predicevano con esattezza straordinaria che tale campo elettromagnetico dovesse propagarsi nello spazio sotto forma di onde, nonostante nessun esperimento avesse rivelato una simile propagazione ondosa. La scoperta delle onde elettromagnetiche da parte di **Heinrich Hertz** (1857-1894) rappresentò perciò il più alto trionfo della costruzione maxwelliana. A ciò deve aggiungersi il fatto che Newton aveva già fornito, quasi due secoli prima, una precisissima formulazione teorica della meccanica, oggi nota come **meccanica classica**, nella quale tutto viene dedotto dall'equazione (di natura differenziale):

$$F = m a \quad (1.1)$$

Secondo il modello di Newton, espresso nella fondamentale opera *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, lo spazio ed il tempo sono realtà assolute (un discepolo di Newton arrivò a considerarle attributi di Dio!!!) ed identiche per tutti gli osservatori. In altre parole, le misure di lunghezze e di durate effettuate da due osservatori diversi risulteranno identiche; due eventi che hanno luogo nello stesso punto secondo un osservatore, avranno luogo nello stesso punto secondo qualsiasi altro osservatore; e due eventi giudicati simultanei da uno di essi, saranno simultanei per tutti. In questo contesto, per passare da un sistema di riferimento all'altro occorre fare uso delle trasformazioni galileiane, delle quali abbiamo parlato nelle unità precedenti.



In poche parole, usando sole cinque equazioni – la (1.1) e le quattro di Maxwell – e le quattro formule delle trasformazioni galileiane, ovviamente sulla scorta del calcolo differenziale ed integrale, era possibile prevedere in modo semplice ed univoco l'evoluzione nello spazio e nel tempo di qualsivoglia sistema fisico; e non solo di una palla da baseball o di un pianeta attorno alla sua stella, perché anche la coesione molecolare e la luce sono fenomeni elettromagnetici, e quindi rientrano nell'ambito di competenza delle equazioni di Maxwell.

Una visione del mondo di questo tipo, nella quale, a partire da determinate condizioni iniziali, l'evoluzione possibile del sistema fisico in considerazione è una ed una sola, prende il nome di **meccanicismo**; essa dominò tutta la Fisica dell'800, ed alimentò la filosofia allora più in voga, quella positivista.

Anche questo splendido e compiutissimo palazzo di cristallo presentava però una crepa, come sempre accade in tutte le opere della mano dell'uomo. Infatti, l'equazione (1.1) risulta **covariante** rispetto alle trasformazioni di Galileo. Cosa significa? Che se le applichiamo all'equazione fondamentale di Newton, essa viene ad assumere la forma:

$$F' = m a' \quad (1.2)$$

Forze e accelerazioni non sono cioè **invarianti** rispetto alle solite trasformazioni: variano numericamente, ma variano secondo una ben precisa legge matematica.

Orbene, se, assieme all'equazione di Newton, anche le equazioni di Maxwell compongono una teoria fisica perfettamente compiuta e coerente (la cosiddetta **Fisica Classica**), ci si deve aspettare che anch'esse, se non invarianti, risultino almeno covarianti rispetto alle medesime trasformazioni. Ed ecco invece il colpo di scena: ci si accorse subito che le equazioni di Maxwell **non erano né inva-**

**rianti, né covarianti rispetto alle trasformazioni di Galileo**; comparivano altri termini, a secondo delle velocità relative del sistema di riferimento. In altri termini, cambiando il sistema di riferimento adottato, le equazioni di Maxwell non cambiavano solo nella forma; non erano assolutamente più valide! Se si ritiene valida la relatività galileiana, le equazioni di Maxwell sono sì verificate, perché consentono di predire risultati sperimentali, ma cambiano col sistema di riferimento

Quest'aporia che indusse i fisici teorici alla ricerca di trasformazioni per cui le equazioni dell'elettromagnetismo risultassero invarianti. E chi credette di trovarle fu il fisico olandese Hendrik Lorentz, di cui parleremo ampiamente nei paragrafi seguenti, a partire dal 2.1.

Ma questo non è tutto, perché un semplice ostacolo di natura matematica non avrebbe giustificato la ricerca di una nuova Fisica, da sostituire a quella Classica, peraltro perfettamente in grado di spiegare pressoché tutti i fenomeni meccanici, elettrici e magnetici. A porre ulteriori problemi fu però la **luce**. Prima le osservazioni di **Thomas Young** (1773-1829) riguardanti i fenomeni di interferenza della luce (1800), e poi la costruzione teorica delle equazioni di Maxwell, fecero trionfare definitivamente il **modello ondulatorio della luce** a discapito di quello corpuscolare, risalente all'autorità di Newton. In altre parole, la luce è un'onda esattamente come il suono o le onde sismiche. Questo fatto però, lungi dal rassicurare gli animi dei fisici dell'ottocento, poneva loro una spinosissima questione: se la luce è un'onda, deve esistere un **mezzo** attraverso cui essa si propaga! Ma nessuno dei mezzi materiali conosciuti, come nel caso delle onde sonore o delle scosse di terremoto, può essere il sostegno delle onde luminose, giacché esse si propagano pure nel vuoto, come dimostra il fatto che i raggi solari raggiungono tranquillamente la terra (inoltre, se si leva l'aria da una campana di vetro sotto la quale è posto un campanello, il suono da esso emesso non ci raggiunge più, ma noi continuiamo comunque a vederlo).

Fu così introdotto un nuovo mezzo materiale, supposto impalpabile, trasparente e perfettamente elastico, che impregnerebbe ogni angolo dell'universo e trasporterebbe in ogni dove i raggi di luce, oltre che le onde radio e le radiazioni X e gamma. Per analogia con la celebre quintessenza di aristotelica memoria, a tale misteriosa realtà fu dato il nome di **etere**.

Questo strano materiale tuttavia poneva più problemi di quanti non ne volesse risolvere. Di che tipo di materia era composto? Perché di materia sicuramente doveva trattarsi, anche se a quei tempi il concetto stesso di "materia" non era ben definito, e la teoria atomica era ancora di là da venire. Ed in che modo permeava tutto l'universo? Doveva essere estremamente rigido, in modo da permettere la trasmissione di onde tanto veloci, ma allo stesso tempo non doveva offrire alcuna resistenza al moto dei pianeti... Eppure, tutti accettarono di buon grado l'introduzione di questa stranissima sostanza, perché se non altro veniva incontro ad una delle principali preoccupazioni della Fisica Classica: essa poteva infatti rappresentare il **sistema di riferimento assoluto** per tutte le trasformazioni di Galileo, sostituendo quel « centro dell'universo » che, in un modello infinito del cosmo, non aveva alcun significato. La terra è in moto attorno al sole, il sole lo è intorno alla Galassia, questa lo è rispetto alle altre galassie, ma l'etere può considerarsi "immobile" in senso assoluto; immobile, come si diceva ai tempi, rispetto alle stelle fisse (il primo ad avanzare questa ipotesi fu Fresnel nel 1818). Dalle leggi di Newton risultava che nessun sistema di riferimento può ritenersi privilegiato rispetto agli altri; se il corpo B è in moto con velocità pari a 3 m/s rispetto al corpo A, ritenuto fermo, nulla proibisce di ritenere che sia fermo il corpo B, e che sia A a muoversi rispetto ad esso con velocità pari a 3 m/s, senza che le leggi della dinamica vengano violate. Parlare dunque di « posizione assoluta » di un corpo è privo di senso, esattamente quanto lo sarebbe cercare il « centro » di un piano illimitato. La meccanica newtoniana consente tutt'al più di parlare di « posizione relativa » ad un determinato osservatore. Anche il concetto di « velocità assoluta » va sostituito perciò con quello di « velocità relativa » ad un dato osservatore, potendo poi passare dalla velocità misurata da un sistema a quella misurata da un altro mediante le solite trasformazioni galileiane. L'etere veniva a colmare questa lacuna, permettendo di stabilire una volta per tutte un sistema di riferimento nel quale le distanze, gli intervalli di tempo e le velocità potevano venire misurati in maniera univoca per tutti gli osservatori di questo mondo. Anche la velocità della luce, fissata univocamente dalla teoria elettromagnetica (vedi paragrafo 1.2), diventava « velocità assoluta » rispetto alla fantomatica etere. Ma fu proprio questa la crepa che, allargandosi, finì per spezzare tutta quanta la costruzione!!!

## 1.2 Il "vento d'etere" non esiste!

Il primo problema che ci si pone è: c'è un punto di riferimento invariabile per tutti i sistemi? Sì, uno c'è: è la **velocità della luce**  $c$ . La teoria classica dei campi elettromagnetici imperniata sulle equazioni di Maxwell fornisce per essa il valore di:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (1.3)$$

Dove  $\epsilon_0$  e  $\mu_0$  rappresentano rispettivamente la **costante dielettrica** e la **permeabilità magnetica** del vuoto. Si tratta di due costanti universali, invarianti in tutti i sistemi, indipendentemente dal sistema di misura. In unità S.I. esse valgono infatti:

$$\epsilon_0 = 8,859 \cdot 10^{-12} \text{ Farad } m^{-1} \text{ ( } m^{-3} \text{ Kg } A^2 \text{ )}$$

$$\mu_0 = 12,56 \cdot 10^{-7} \text{ Henry } m^{-1} \text{ ( } m^2 \text{ Kg } s^{-2} \text{ A}^{-1} \text{ )}$$

Introducendo questi valori nella (1.3) si ottiene:

$$c = 299.792.456,2 \text{ m } s^{-1}$$

Quindi ci si aspetterebbe che  $c$  rappresenti la tanto sospirata **VELOCITÀ ASSOLUTA**. Ed invece la legge di composizione delle velocità (1A.1) contraddice questa speranza! Immaginiamo di viaggiare sul cosiddetto "**treno di Einstein**" (cui faremo più volte cenno da qui in avanti), un ipotetico treno futuribile che si muove a **240.000 Km/s**; accendendo i fari, la loro luce dovrebbe viaggiare a:

$$300.000 + 240.000 = 540.000 \text{ Km/s}$$

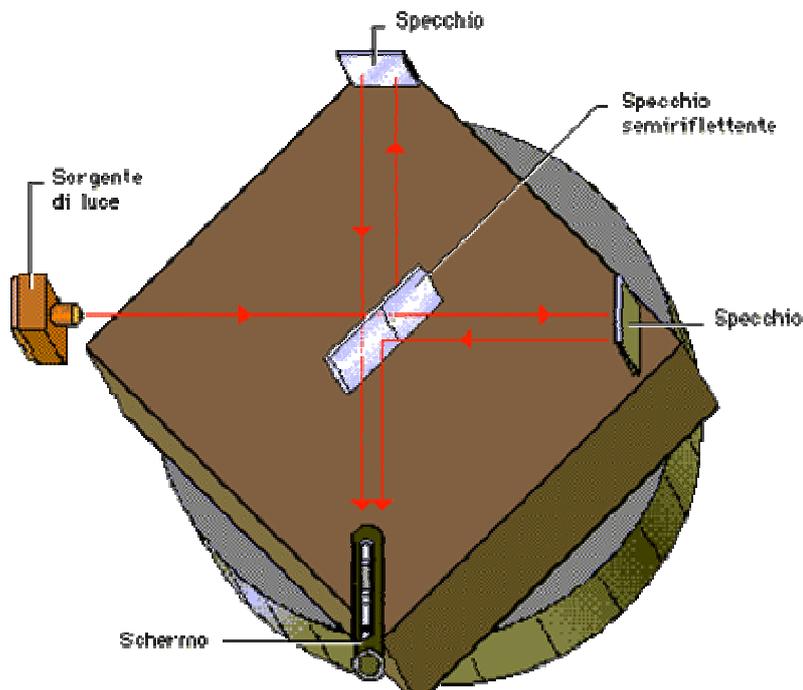
in palese disaccordo con l'affermazione (1.3), la quale non si vede perché dovrebbe valere dovunque, fuorché sul treno di Einstein. Il perché di questa apparente inconciliabilità verrà trovato proprio da Einstein, come vedremo nell'unità 2.



Le prime prove a favore dell'invariabilità della velocità della luce nel vuoto furono date dall'**esperienza di Michelson e Morley** (1887), che ora descriverò in succinto, lasciandone l'analisi quantitativa agli studenti interessati (vedi Approfondimento). Nel paragrafo precedente abbiamo spiegato in che modo andò in voga la teoria dell'etere: la credenza che ogni perturbazione deve trasmettersi in un mezzo materiale, e non nel vuoto, condusse all'ipotesi dell'esistenza di una sostanza imponderabile che tutto permea. La velocità della luce risulterebbe così costante rispetto all'etere, salvaguardando la (1.3) e tutta la teoria elettromagnetica. Ora, la Terra nel suo cammino attorno al sole si dovrebbe muovere nel mare d'etere grande quanto tutto l'universo, se è vero che questo mare è fermo, come si compete ad ogni riferimento che ha la pretesa di essere assoluto; dunque, dal punto di vista degli osservatori terrestri, l'etere si dovrebbe muovere in direzione opposta al moto del nostro pianeta. Ne consegue che, misurando la velocità della luce nella direzione del moto orbitale terrestre, si dovrebbe riscontrare un risultato maggiore di quello ottenuto nel caso in cui la si misuri in direzione opposta, perché nel primo caso la velocità orbitale – pari all'incirca a 33 Km/s – si somma al risultato della (1.3), nel secondo caso si sottrae.

Ebbene, **Albert Michelson** ed **Edward Morley** pensarono di effettuare una doppia misurazione della velocità della luce, nella direzione del moto terrestre ed in direzione opposta, con lo scopo di confrontare i due risultati e di provare il moto della Terra attraverso l'etere. Ma una simile misura era più facile a dirsi che a farsi, poiché la velocità orbitale del nostro pianeta poteva incidere sulla velocità della luce al massimo per una parte su diecimila. I due scienziati ebbero allora l'idea di uti-

lizzare un complesso apparato di specchi (**INTERFEROMETRO**), che sfruttasse proprio il fenomeno dell'interferenza tra raggi di luce che hanno percorso cammini ottici differenti. Il loro interferometro aveva più o meno quest'aspetto:



(l'immagine è ricavata dall'Enciclopedia Multimediale Encarta 2000). Vediamo come funziona. In esso, un raggio di luce colpisce uno **specchio semiargento**, e quindi semiriflettente (*al centro della figura*): in parte esso è riflesso su di uno specchio (*in alto*), che lo riflette nuovamente, in parte lo attraversa ed è riflesso su un altro specchio. Il primo di questi raggi attraversa lo specchio semiargento, il secondo è da questo riflesso in direzione ortogonale, cosicché i due raggi si sovrappongono prima di giungere ad uno schermo (in basso). Essendo derivati da un'unica sorgente luminosa, i due raggi sono tra loro **coerenti** (cioè hanno stessa intensità, stessa ampiezza e stessa lunghezza d'onda); avendo percorso cammini ottici di uguale lunghezza, essi giungono sullo schermo in fase, e quindi la luminosità totale sarà raddoppiata. In effetti, Michelson e Morley inclinarono gli specchi in modo che i raggi risultanti non fossero esattamente paralleli, ma formassero l'uno rispetto all'altro un angolo piccolissimo. Questo è sufficiente perché i cammini ottici non siano più identici, e quindi sullo schermo si formano delle **frange di interferenza**, come quelle visibili in figura:



Prima della rotazione



Dopo la rotazione

Se però ruoto l'interferometro di  $90^\circ$ , anziché al raggio orizzontale la velocità orbitale della Terra si sommerà al raggio verticale, e dunque la differenza di cammino ottico fra i due raggi varierà; si dovrà quindi avere uno **spostamento** nelle frange di interferenza. Nel suo primo esperimento di questo genere, condotto da solo nel 1881, Michelson non notò nulla ma, siccome l'apparecchiatura era piccola, pensò che la differenza di cammino ottico si confondesse con gli errori sperimentali. Per questo nel 1887 egli ritentò, assieme a Morley, usando un'apparecchiatura molto più grande, tale che il percorso totale dei raggi di luce misurasse almeno 11 metri; stavolta la differenza dei cammini ottici nei due casi doveva uguagliare esattamente mezza lunghezza d'onda della luce utilizzata, e quindi lo spostamento delle frange di interferenza doveva essere evidente. Ma, a sorpresa, nemmeno stavolta si notò nulla, ed alla stessa conclusione giunsero tutti coloro che, con tecniche più o meno perfezionate, ripeterono lo stesso esperimento.

Ci fu chi, per salvare la Teoria Classica dei Campi, azzardò l'ipotesi che la Terra trascinasse con sé l'etere nel proprio moto, così come trascina con sé l'atmosfera; ma allora dove andrebbe a finire l'impalpabilità e l'infinita elasticità della quintessenza di aristotelica memoria? E che razza di sistema di riferimento assoluto esso rappresenterebbe, se si muovesse di moto relativo assieme a tutti i corpi che incontra?

Conclusioni: l'esperienza di Michelson e Morley era stata concepita per dimostrare che la luce può avere velocità diverse per diversi osservatori in moto relativo rispetto all'etere, attraverso la dimostrazione dell'esistenza di una sorta di... « **vento d'etere** », dovuto in realtà all'immobilità in senso assoluto della quintessenza, ed al moto relativo rispetto ad esso della Terra lungo la propria orbita, sulla scorta della presunta validità della composizione galileiana delle velocità. Il fatto che l'esperimento sia clamorosamente fallito non poteva far altro che smentire gli assunti di partenza, mostrando una volta per tutte che la luce ha sempre la stessa velocità per tutti gli osservatori, come suggerito dalla (1.3), e che evidentemente le trasformazioni di Galileo NON sono valide per tutti i sistemi di riferimento in moto relativo l'uno rispetto all'altro. Anziché cementare la crepa che minava la solidità del castello della Fisica, Michelson e Morley la allargarono ulteriormente, mostrando che la meccanica galileo-newtoniana e la teoria elettromagnetica di Maxwell erano intimamente inconciliabili.

In realtà, come abbiamo già detto nel paragrafo precedente, i fisici sapevano già che le equazioni di Maxwell sono invarianti rispetto alle trasformazioni di Lorentz, non rispetto a quelle di Galileo, e questo ben prima che il genio di Ulm pubblicasse le sue mirabolanti teorie. Già si sapeva insomma che, se si vuole conservare la forma delle quattro equazioni dell'elettromagnetismo, la somma delle velocità non può più consistere nella semplice somma vettoriale (vedi paragrafo 3.2), e questo, come vedremo, implica proprio che deve giocoforza esistere una velocità maggiore di tutte le altre. Nessuna teoria fisica però giustificava quelle trasformazioni, che restavano un giochetto matematico e niente più; e così, tutti erano impegnati alla ricerca del fantomatico etere, come novelli Parsifal alla caccia del Sacro Graal, e Michelson continuava a perfezionare i suoi interferometri, sperando di osservare l'inesistente spostamento delle frange d'interferenza... finché non arrivò quell'apparentemente modesto scienziato ebreo che cambiò la Fisica moderna.

## Approfondimento 1: Analisi quantitativa dell'esperimento di Michelson-Morley.

In questo approfondimento analizzeremo quantitativamente l'esperienza di Michelson-Morley. Il dispositivo sperimentale da essi usato è mostrato schematicamente nella figura qui sotto, dove  $S$  è una sorgente di luce monocromatica, ed  $M_1$  ed  $M_2$  sono due specchi posti alla medesima distanza  $l$  (misurata da un osservatore terrestre) dalla lastra di vetro  $P$ . La luce proveniente da  $S$ , quando raggiunge  $P$ , viene trasmessa parzialmente verso  $M_1$ , e riflessa parzialmente verso  $M_2$ . I raggi riflessi in  $M_1$  ed  $M_2$  ripercorrono i loro cammini, e possono raggiungere l'osservatore in  $O'$ .

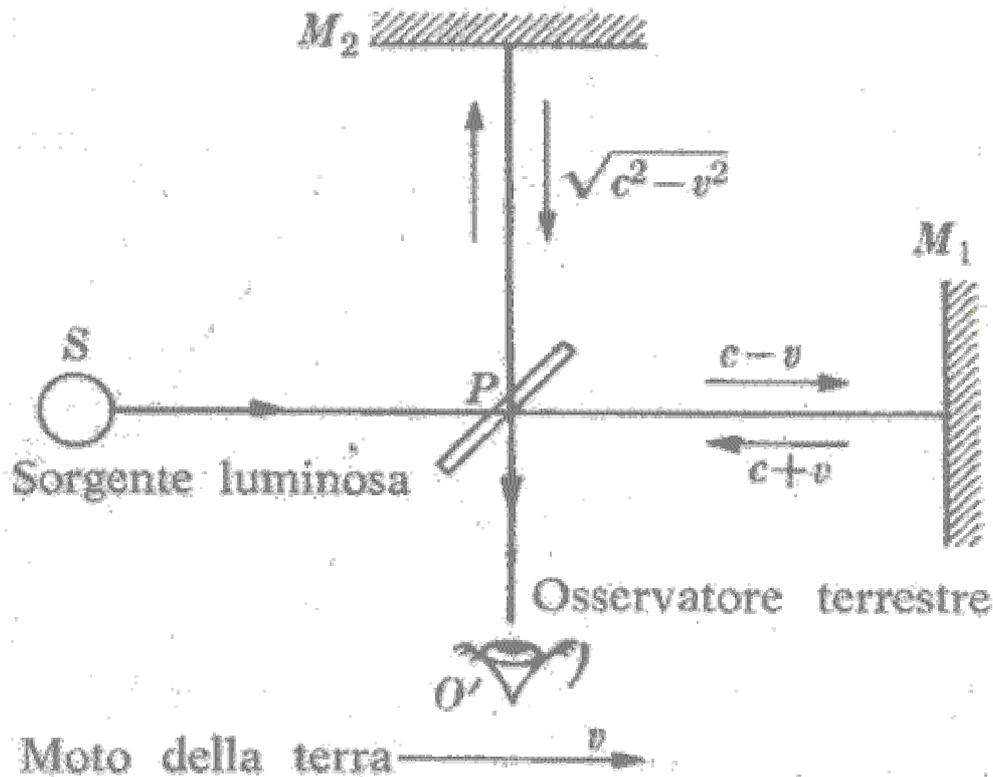


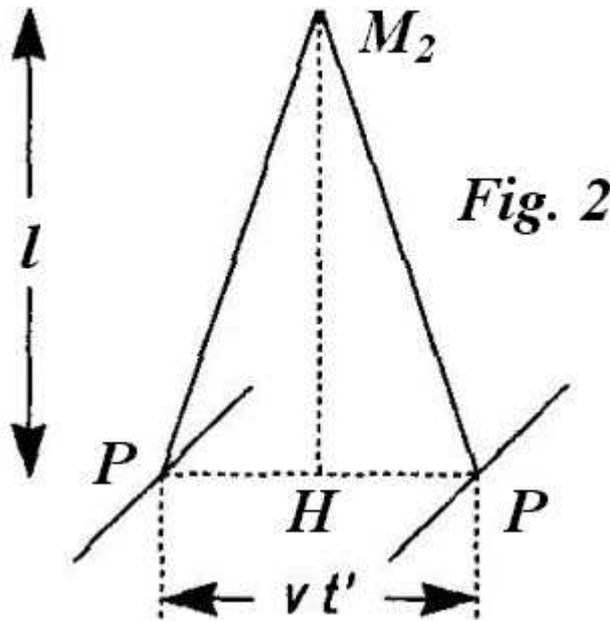
Figura 1

Osserviamo che il cammino luminoso disegnato in figura 1 è relativo al sistema  $O'x'y'z'$  in movimento con la terra, rispetto alla quale l'interferometro è in quiete. Il dispositivo sperimentale usato effettivamente da Michelson e Morley è illustrato nella figura 3 (tratto dalla rivista *Scientific American*).

Sia  $c$  la velocità della luce misurata da un osservatore stazionario rispetto all'etere. Indichiamo con  $v$  la velocità (presunta) della terra rispetto all'etere, ed orientiamo l'interferometro in modo tale che la linea  $PM_1$  sia parallela al moto della terra.

Se usiamo le trasformazioni galileiane troviamo che, rispetto alla terra, la velocità della luce nel passare da  $P$  a  $M_1$  è  $c - v$ , nel passare da  $M_1$  a  $P$  è  $c + v$ . Pertanto, il tempo necessario perché la luce vada da  $P$  a  $M_1$  e ritorni in  $P$ , misurato da un osservatore terrestre  $O'$ , è:

$$t_P' = \frac{l'}{c - v} + \frac{l'}{c + v} = \frac{2l'c}{c^2 - v^2} = \frac{2\frac{l'}{c}}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (1.4)$$



Più difficile è determinare la velocità della luce nel passare da  $P$  a  $M_2$  o da  $M_2$  a  $P$ . La situazione è resa complessa dal fatto che, se la Terra è in movimento, il cammino effettivo nell'etere – supposto immobile – del raggio di luce è quello che appare in **figura 2**. In essa lo specchio semiargentato è stato rappresentato due volte, all'istante  $\mathbf{0}$  e all'istante  $t'$ .

Dato che le diagonali  $PM_2$  ed  $M_2P$  hanno ugual lunghezza, basterà calcolare il tempo impiegato dalla luce a percorrere una delle due, e raddoppiare il risultato.

Indicando con  $\Delta t$  il tempo impiegato dalla luce per percorrere il tratto  $PM_2$ , e tenendo conto del fatto che questo tratto viene percorso a velocità  $c$ , si ottiene:

$$c \Delta t = \overline{PM_2} = \sqrt{\overline{OH}^2 + \overline{HM_2}^2} = \sqrt{(v \Delta t)^2 + l^2}$$

da cui:

$$c^2 \Delta t^2 = v^2 \Delta t^2 + l^2$$

ovvero:

$$\Delta t = \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

Dunque il tempo impiegato dalla luce per andare da  $P$  a  $M_2$  e ritornare a  $P$ , misurato da  $\mathbf{O}'$ , è pari a:

$$t_H' = \frac{2l'}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2 \frac{l'}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.5)$$

( $t_P'$  sta per tempo misurato in direzione parallela,  $t_H'$  sta per tempo misurato in direzione ortogonale al moto della Terra rispetto all'etere)

Osserviamo che  $t_P'$  e  $t_H'$  sono differenti, cioè i raggi che raggiungono l'osservatore  $\mathbf{O}$  hanno una certa differenza di cammino e dovrebbero dar luogo a delle frange di interferenza. Sorprendentemente, invece, Michelson non osservò alcuna frangia di interferenza; ciò suggerisce che  $t_P' = t_H'$ . Per risolvere questo enigma, Lorentz e, indipendentemente, Fitzgerald, proposero che tutti gli oggetti che si muovono attraverso l'etere subiscano una contrazione « reale » nella direzione del moto e che questa contrazione sia proprio sufficiente a far sì che  $t_P' = t_H'$ . Ciò significa che la lunghezza che compare in  $t_P'$  non deve essere uguale alla lunghezza in  $t_H'$ , poiché la prima è misurata nella direzione del moto della terra, mentre l'altra è perpendicolare ad essa. Scrivendo  $l$  al posto di  $l'$  nell'espressione di  $t_H'$  si ha:

$$t_H' = \frac{2 \frac{l}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

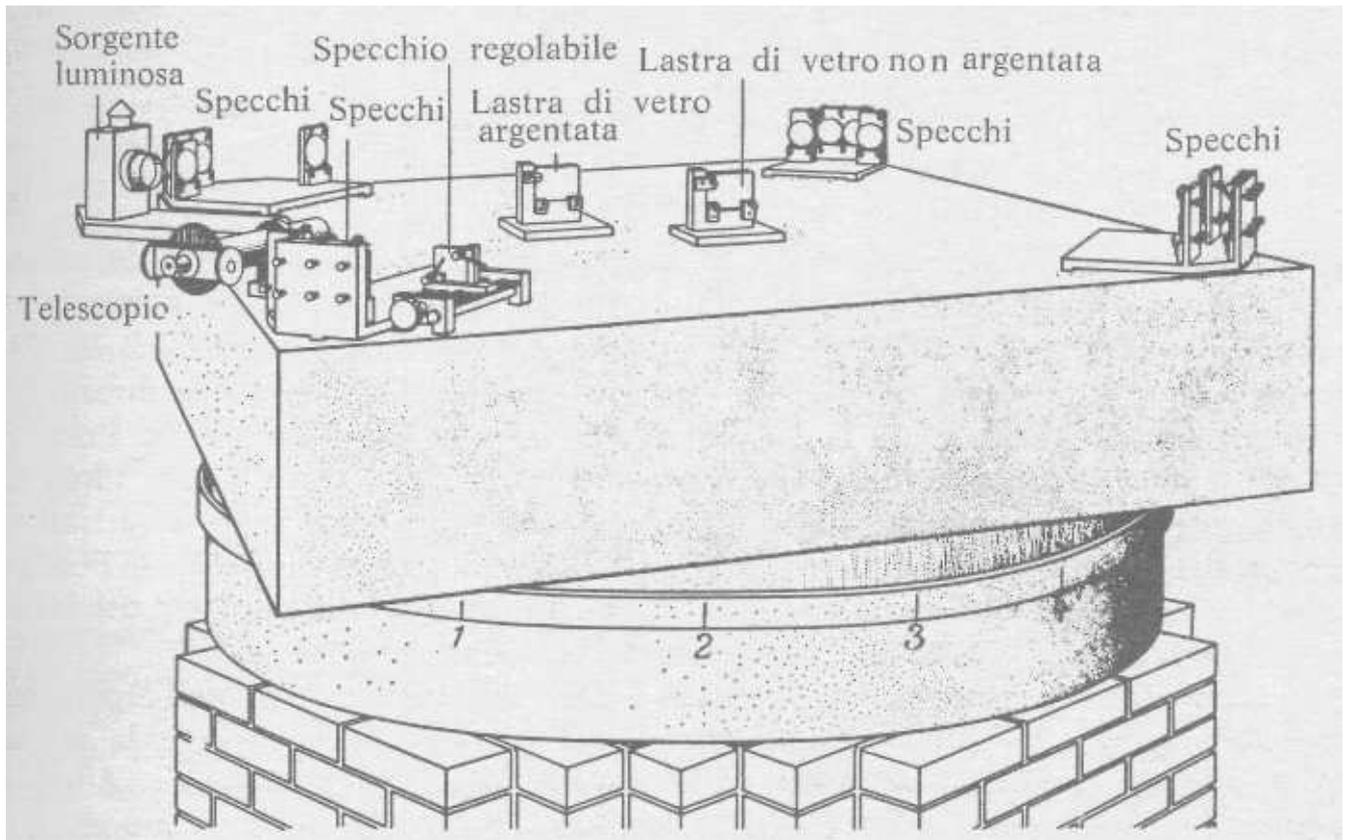
Uguagliando le espressioni di  $t_P'$  e  $t_H'$  otteniamo, dopo aver semplificato:

$$l' = l \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (1.6)$$

Questa espressione fornisce la relazione fra le lunghezze  $PM_1$  e  $PM_2$  misurate da un osservatore  $O$  in quiete rispetto all'etere. L'osservatore  $O'$  non dovrebbe osservare questa contrazione, dato che il regolo che egli impiega per misurare la distanza  $PM_1$  è pure contratto nella stessa misura di  $PM_1$  quando viene posto nella direzione del moto della terra! Così, per lui, le lunghezze  $PM_1$  e  $PM_2$  sono uguali. Ma l'osservatore  $O$  dovrebbe ridere delle preoccupazioni di  $O'$ , perché secondo lui  $O'$  è in moto e, secondo le ipotesi di Lorentz e Fitzgerald, gli oggetti che esso porta sono accorciati nella direzione del moto. Così  $O$  conclude che la lunghezza « reale » di  $PM_1$  è  $l$  e quella di  $PM_2$  è  $l'$ ; questa differenza « reale » in lunghezza è all'origine del risultato negativo ottenuto esaminando l'interferenza dei due fasci di luce.

Naturalmente, una spiegazione alternativa del risultato negativo dell'esperienza di Michelson-Morley consiste nel supporre che la velocità della luce sia **sempre la stessa in tutte le direzioni**, indipendentemente dallo stato di moto dell'osservatore. Allora l'osservatore  $O'$  usa  $c$  per tutti i cammini luminosi della *fig. 1*, e quindi  $t_P' = t_H' = 2l'/c$ . Questa fu proprio la posizione assunta da Albert Einstein nel formulare il suo principio di relatività. Chi ha già affrontato lo studio dell'unità 2 può affermare che la contrazione « reale » ipotizzata da Lorentz per spiegare il risultato negativo dell'esperienza di Michelson-Morley sia esattamente la stessa contrazione (2.8) ricavata nel paragrafo 2.4 usando il postulato dell'invarianza della velocità della luce!

C'è però una differenza fondamentale fra le due rispettive ipotesi introdotte per ottenere questi due risultati apparentemente identici: la contrazione (1.6) è stata ottenuta per mezzo della **trasformazione galileiana (0.1)**, e si suppone sia una contrazione **reale** subita da tutti i corpi che si muovono attraverso l'etere, poiché la  $v$  che appare nella formula è la **velocità dell'oggetto rispetto all'etere**. La contrazione (2.8), invece, si riferisce soltanto al valore **misurato** della lunghezza dell'oggetto in moto rispetto all'osservatore, ed è una conseguenza dell'invarianza della velocità della luce; la  $v$  che compare nella formula è la **velocità dell'oggetto rispetto all'osservatore**, e dunque la contrazione è differente per osservatori differenti. Fu il genio di Einstein che lo portò a rendersi conto del fatto che l'idea dell'etere era artificiosa ed inutile, e che la spiegazione logica era invece la seconda. E questo lo portò ad introdurre il secondo postulato ed a formulare il principio di Relatività Ristretta.



**Figura 3**

**Lettura: Dalla prefazione dell'articolo « Zur Electrodynamik bewegter Korper »  
(Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento, 1905)**

*« È noto che l'elettrodinamica di Maxwell - così come viene usualmente compresa ai nostri giorni - conduce, qualora sia applicata ai corpi in moto, a delle asimmetrie che non sembrano essere inerenti ai fenomeni.*

*Si prenda ad esempio in considerazione l'azione elettrodinamica mutua tra un magnete e un conduttore. Il fenomeno osservabile, in questo caso, dipende solo dal moto relativo del conduttore e del magnete, mentre l'usuale punto di vista traccia una distinzione netta tra i due casi in cui l'uno o l'altro di questi corpi è in movimento.*

*In effetti, se il magnete è in moto e il conduttore è in quiete, nelle vicinanze del magnete sorge un campo elettrico con una certa energia definita, così da produrre una corrente là dove sono collocate delle parti del conduttore. Ma se il magnete è in quiete e il conduttore si muove, nessun campo elettrico sorge nei pressi del magnete.*

*Nel conduttore troviamo tuttavia una forza elettromotrice per la quale non si ha alcuna energia corrispondente, ma che dà origine - assumendo l'uguaglianza del moto relativo nei due casi in discussione - a correnti elettriche con gli stessi percorsi e con la stessa intensità che si hanno a causa delle forze elettriche del caso precedente. Esempi di questo genere, uniti ai tentativi senza successo di scoprire un qualche moto della Terra rispetto al "mezzo luminifero" (l'etere, NdT), suggeriscono che i fenomeni dell'elettrodinamica e quelli della meccanica non possiedono alcuna proprietà corrispondente alla nozione di quiete assoluta.*

*Essi piuttosto suggeriscono che (...) le stesse leggi dell'elettrodinamica e dell'ottica dovranno essere valide per tutti quei sistemi di riferimento per i quali valgono le equazioni della meccanica.*

*Collocheremo questa congettura (il cui contenuto verrà d'ora in poi indicato come "**Principio di Relatività**") nello status di **postulato**, ed inoltre introdurremo un altro postulato che solo apparentemente è inconciliabile con il precedente, il quale afferma che la luce si propaga sempre nello spazio vuoto con una velocità finita **c**, che è indipendente dallo stato di moto del corpo che la emette.*

*Questi due postulati sono sufficienti per giungere ad una teoria semplice e consistente dell'elettrodinamica dei corpi in moto basata sulla teoria di Maxwell (...) »*

## 2.1 I postulati di Einstein

James C. Maxwell era profondamente convinto dell'esistenza dell'etere, come testimonia il fatto che, alla voce « **Ether** » compilata per la nona edizione dell'Enciclopedia Britannica (vol. 8°, 1878), scrisse:

*« Non vi può essere alcun dubbio che gli spazi interplanetari e interstellari non siano vuoti ma occupati da una sostanza o corpo materiale che è certamente il più vasto e probabilmente il più uniforme di cui abbiamo una qualche conoscenza... »*

Come abbiamo visto, tuttavia, questa incrollabile fede nell'esistenza dell'etere era destinata ad essere messa in discussione appena otto anni dopo la morte di Maxwell, l'artefice della Teoria Classica dei Campi, a causa dell'esperienza di Michelson-Morley. Ed in effetti lord Kelvin, uno dei padri della Termodinamica, in una conferenza tenuta il 27 Aprile 1900, parlò di tale esperimento, « effettuato con la più attenta cura per garantire un risultato affidabile », come di « **una nube** » della fisica del XIX secolo sulla teoria della propagazione della luce.

Nel 1904 ancora Kelvin scrisse nella prefazione alle lezioni di Baltimora:

*« Michelson e Morley, con il loro grande lavoro sperimentale sul moto dell'etere rispetto alla terra, hanno sollevato l'unica obiezione seria contro le nostre spiegazioni dinamiche della luce... »*

Occorre dire, per completezza, che Michelson rimase sempre scettico nei confronti della teoria della relatività ristretta, che purtroppo comportava la scomparsa dell'etere, ed i suoi pregiudizi verso la nuova teoria perdurarono fino alla morte: pregiudizi tipici dei fisici sperimentali di stampo ottocentesco, affetti da un vero e proprio "horror vacui". Ecco cosa sostenne Michelson ancora nel 1927 nel suo libro « *Studies in Optics* » in cui presentò il suo punto di vista sulla Relatività Ristretta e le trasformazioni di Lorentz:

*« L'esistenza di un etere appare inconsistente con la teoria della Relatività; ma senza un mezzo come si può spiegare la propagazione delle onde di luce? [...] Come si può spiegare la costanza della propagazione della luce se non c'è nessun mezzo? »*

Una possibile spiegazione dell'esito dell'esperimento di Michelson e Morley fu fornito indipendentemente dal fisico irlandese **George F. Fitzgerald** (1851-1901), dal suo collega tedesco **Woldemar Voigt** (1850-1919), e soprattutto dal già citato olandese **Hendrik Lorentz** (1853-1928) nel 1892. Essi fecero osservare che i risultati negativi potevano spiegarsi ammettendo che il braccio dell'interferometro in moto attraverso l'etere nel senso del movimento della terra (quello orizzontale) si fosse **accorciato**. Quest'ipotesi può apparire piuttosto artificiosa, ma Lorentz la spiegava ipotizzando che le forze di coesione della materia fossero essenzialmente di natura elettrica, e quindi il movimento attraverso l'etere poteva modificare le posizioni di equilibrio degli atomi.

In pratica, Lorentz assunse che le equazioni di Maxwell siano valide solo in un sistema di riferimento privilegiato, **quello in cui l'etere è fermo**. Ma allora come trascrivere le equazioni per un altro sistema in moto rispetto al primo? Lorentz si rese conto ben presto del fatto che ogni modifica nella forma di quelle equazioni avrebbe comportato che negli altri sistemi di riferimento le leggi (di natura sperimentale) dell'elettromagnetismo sarebbero diverse; da ciò sarebbe seguita la possibilità di rivelare lo stato di moto rispetto all'etere. Ma, pensò Lorentz, se tutti gli esperimenti volti a rivelare lo stato di moto della terra rispetto all'etere avevano dato esito negativo, solo un'ipotesi poteva essere sostenuta: quella secondo cui **esistono delle trasformazioni, diverse da quelle galileiane, che lasciano inalterate le equazioni di Maxwell**.

Nel 1904 Lorentz scrisse in forma definitiva queste trasformazioni che, oltre a coinvolgere le coordinate spaziali, per garantire il risultato corretto prevedono **una trasformazione anche per il tem-**

**po.** Egli tuttavia non attribuì significato fisico a questo "tempo modificato"; lo chiamò « **tempo locale** » ma, come scrisse egli stesso anni dopo la pubblicazione della teoria della relatività:

*« ...Io non pensai mai che questo tempo avesse niente a che fare con il tempo reale. Questo tempo reale per me era ancora rappresentato dalla più antica nozione classica di tempo assoluto, indipendente da ogni sistema di riferimento. Esisteva per me un solo tempo vero: consideravo la trasformazione del tempo solo come un'ipotesi di lavoro euristico, di modo che la teoria della relatività è davvero solo opera di Einstein. »*

Le leggi di trasformazione (3.4), che portano il suo nome, furono formulate assai prima delle teorie sulla contrazione dei tempi e la dilatazione delle lunghezze, dalle quali noi le dedurremo nell'unità 3; ed è per questo che ancor oggi si parla oggi di "contrazione di Lorentz" e non di "contrazione di Einstein". Lorentz giustificava tuttavia questa contrazione solo come una conseguenza delle modificazioni che subivano gli strumenti di misura quando cambiava il loro stato di moto rispetto al sistema di riferimento assoluto (cioè quello in cui l'etere è in quiete). Egli anticipò i risultati di Einstein sulla relatività ristretta, eppure non seppe capirne il senso fisico, così come Tycho Brahe capì che il geocentrismo era insostenibile, ma non arrivò a porre il sole al centro del suo sistema.

Einstein lavorò in modo diverso. Per nulla preoccupato di sfatare tabù che resistevano fin dai tempi del grande Newton, egli comprese che, quando ci si muove a velocità prossime a quella della luce, spazio e tempo subiscono delle effettive trasformazioni che non li rendono più entità assolute, o addirittura metafisiche. Se si dava credito all'esperienza di Michelson e Morley, una cosa sola appariva costante nel passare da un sistema di riferimento ad un altro: la velocità della luce, uguale sia nella direzione del moto della Terra che in direzione opposta. Ed egli partì proprio da qui, assumendo come **postulato** che non lo spazio né il tempo, ma  $c$  sia invariante per tutti gli osservatori. Vedremo che questa semplice ipotesi avrà conseguenze a dir poco esplosive.

La teoria della Relatività Ristretta (o Relatività Speciale) fu inaugurata da Einstein il 30 giugno 1905 sugli « Annalen der Physik » in una fondamentale memoria intitolata « **Zur Elektrodynamik bewegter Körper** » (Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento). In quell'articolo egli scrisse:

*« ...Nessuna caratteristica dei fatti osservati corrisponde al concetto di un etere assoluto; [...] per tutti i sistemi di coordinate per i quali valgono le equazioni della meccanica, valgono anche le equivalenti equazioni dell'elettrodinamica e dell'ottica [...]. In quanto segue facciamo questa ipotesi e introduciamo l'ulteriore postulato, un postulato a prima vista inconciliabile colle ipotesi precedenti, che la luce si propaga nello spazio vuoto con una velocità  $c$  che è indipendente dalla natura del moto del corpo che la emette. Queste due ipotesi sono del tutto sufficienti a darci una semplice e consistente teoria dell'elettrodinamica dei corpi in movimento basata sulla teoria di Maxwell per i corpi in riposo »*

Tutta la teoria di Einstein è basata dunque su due postulati fondamentali:

- Le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali. Non esiste un sistema inerziale privilegiato (**Principio di relatività**).
- La velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore  $c$  in tutti i sistemi inerziali (**Principio della costanza della velocità della luce**).

Il primo di essi rappresenta un'estensione, a tutti gli eventi, del principio di relatività galileiano, che non risulta così annullato, bensì superato attraverso il secondo postulato, dal quale, a partire dal paragrafo seguente, cominceremo a ricavare i fondamenti della Cinematica relativistica.

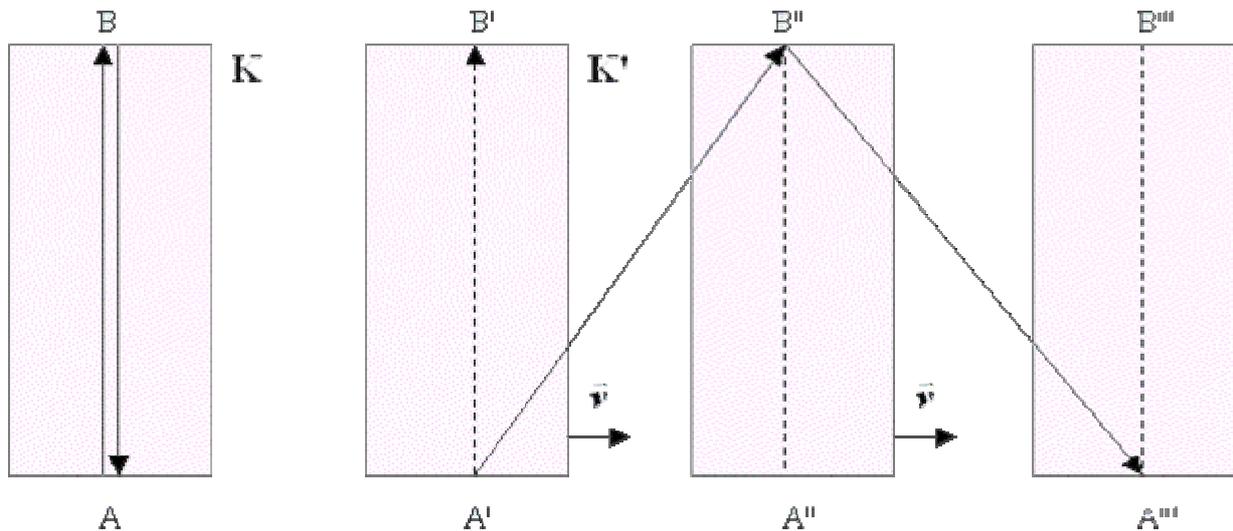
Con soli questi due postulati Einstein rivoluzionò l'intero mondo Fisica; ma lo sapete qual è l'aspetto tragico o, perlomeno, tragicomico di questa vicenda? Il premio Nobel non fu assegnato ad Einstein per la fondazione della Relatività, bensì per un suo articolo datato 18 marzo 1905, sempre pubblicato sugli « Annalen der Physik », dal titolo « Über einen die Erzeugung und Verwandlung

des Litches betreffenden heuristischen Gesichtspunkt » (Su un punto di vista euristico circa la creazione e la conversione della luce), nel quale egli interpretava l'effetto fotoelettrico sulla base dell'ipotesi quantistica formulata cinque anni prima da Max Planck. Un lavoro certamente importantissimo, che spianò la strada alla nascente Meccanica Quantistica; ma da quest'ultima Einstein si tenne sempre ai margini, mentre della Relatività egli era stato l'ideatore assoluto, tanto che essa è forse l'ultimo esempio, nella storia della scienza, di una intera teoria creata da un uomo solo. Il fatto è che la teoria della Relatività fu a lungo misconosciuta, in patria e fuori, e addirittura bollata come « fisica ebraica ». Il suo autore però non se ne diede per inteso se è vero che, quando gli fu riferito che era stato pubblicato un libro intitolato « Cento fisici contro Einstein », in cui si proponeva una teoria alternativa alla Relatività, egli rispose con arguzia: « Cento? Se fossi in errore, di fisico ne basterebbe uno solo »!

## 2.2 L'orologio a luce

Il primo mito sfatato da Einstein fu quello del **tempo assoluto**. Uno dei cardini della fisica classica era la contemporaneità degli eventi fisici rispetto a tutti i sistemi di riferimento; Einstein dimostrò illusorio questo principio con il ragionamento dell'**orologio a luce**.

Si dice « orologio a luce » quello che calcola il tempo attraverso la riflessione di un raggio di luce fra due specchi piani e paralleli. Dati due simili orologi in quiete, ben sincronizzati, la partenza dei raggi di luce, la loro riflessione e la loro percezione saranno eventi contemporanei. Ma se uno si muove di moto relativo rispetto all'altro, con velocità uniforme  $v$ , che cosa accade?



Per l'osservatore solidale con l'orologio in moto relativo, diciamo nel sistema  $K'$ , il raggio di luce continua a riflettersi fra i due specchi, perpendicolarmente ad essi. Ma per un osservatore del sistema  $K$ , solidale con l'orologio che per noi è in quiete, il moto del raggio di luce si compone con quello traslatorio dell'orologio, e si ha la traiettoria diagonale della figura: non più  $AB$ , ma  $A'B''$  e  $B''A'''$ . Ora, sia  $t$  il tempo misurato dall'orologio a luce in  $K$  per percorrere il tratto  $AB$ , e  $t'$  il tempo misurato in  $K'$  per percorrere uno spazio uguale. È chiaro che  $t < t'$ , essendo  $AB = A''B'' < A'B''$  (il cateto è minore dell'ipotenusa); ed essendo la velocità della luce costante in ogni sistema di riferimento, risulta:

$$A'B'' = c t' , A''B'' = c t , A'A'' = v t'$$

per il teorema di Pitagora:

$$A'B''^2 = A''B''^2 + A'A''^2$$

Da cui:

$$c^2 t'^2 = c^2 t^2 + v^2 t'^2$$

cioè:

$$(c^2 - v^2) t'^2 = c^2 t^2$$

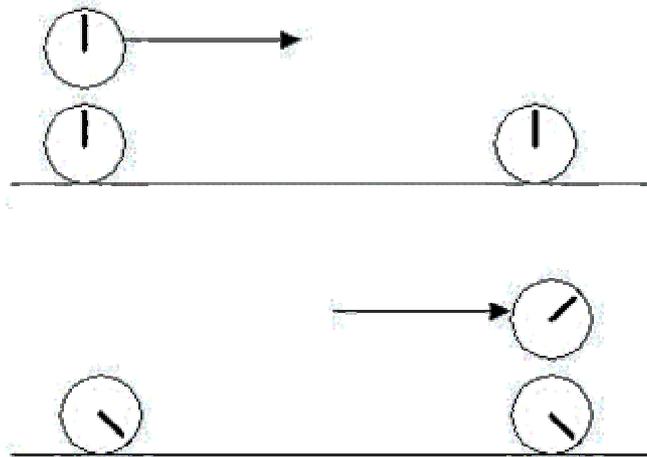
con facili passaggi, se ne ricava:

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (2.1)$$

Condizione di realtà é che sia:

$$0 \leq v < c$$

Il denominatore é sempre minore di uno, quindi l'intervallo di tempo tempo misurato nel sistema  $K'$  é sempre **maggiore** di quello misurato nel sistema  $K$  fra due eventi apparentemente contemporanei, come si vede in figura. Per l'orologio in moto, insomma, il tempo **passa piú lentamente**. É questo il fenomeno noto come **DILATAZIONE DEI TEMPI**. É come se i nostri due sistemi di riferimento vivessero in due... tempi differenti.

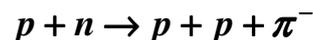


Naturalmente, se gli intervalli di tempo visti da due osservatori diversi risultano differenti, va all'aria anche il concetto di **simultaneità** tra eventi; per questo cedo la parola ad Einstein stesso, rimandandovi alla Lettura dedicata a quest'argomento.

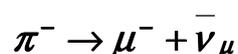
Facciamo un esempio. Sul treno di Einstein il tempo scorre piú lentamente: se al passaggio da una stazione il suo orologio Viene accordato con quello sulla pensilina, dopo un'ora ci si accorge che, al passaggio ad una nuova stazione, l'orologio di questa segna che é trascorsa piú di un'ora, bensì:

$$t' = \frac{60 \text{ min}}{\sqrt{1 - \left(\frac{240.000}{300.000}\right)^2}} = 100 \text{ min}$$

A questo punto sorge spontanea una domanda: la dilatazione relativistica dei tempi é una realtà fisica o una mera astrazione matematica? In effetti è piú reale di quanto non si creda in quanto, senza di essa, spiegare taluni fenomeni é impossibile. Un esempio? Si prenda il caso dei mesoni  $\mu$ , detti **MUONI**, prodotti naturalmente nell'alta atmosfera dallo scontro di particelle del vento solare con i nuclei degli atomi di gas rarefatti. Come? Anzitutto vengono prodotti dei **PIONI**, mesoni molto comuni, secondo la reazione:



Nella figura seguente è possibile vedere questa reazione, fotografata in camera a nebbia. In circa 10 secondi, il pione negativo decade in un muone e in un antineutrino muonico  $\bar{\nu}_\mu$ , un leptone "compagno" del muone di cui si sa ancora pochissimo:



La vita media dei muoni é molto bassa, circa 2,2 microsecondi, assai minore del tempo necessario

per giungere sulla superficie terrestre. Eppure, si riesce a rivelare un gran numero di muoni che riescono a raggiungere la bassa troposfera. Come mai?

Una sola spiegazione è possibile: grazie alla dilatazione dei tempi, la loro vita media si è **ALLUNGATA**! Ma, da buoni studenti di Relatività, potete fornire una descrizione del fenomeno dal punto di vista dei muoni stessi, ed affermare che essi vedono la Terra venire loro incontro ad una velocità prossima a quella della luce, il che comporta una... contrazione delle sue dimensioni, e quindi anche della loro distanza dal suolo, come apprenderemo nel paragrafo 2.4!



A questo punto è possibile comprendere perché ho dedicato quest'unità a Dante e Marco Lombardo, i quali, apparentemente, con Einstein non hanno proprio nulla a che fare. Chi ha studiato a scuola la Divina Commedia, e ci si è appassionato più di quanto non pretendano i professori, ricorda sicuramente le parole che Marco Lombardo rivolge a Dante nel canto XVI del Purgatorio (vv. 25-27):

*« Or tu chi sé, che il nostro fumo fendi,  
e di noi parli pur, come se tue  
partissi ancor lo tempo per calendi? »*

I due personaggi, Dante e l'anima purgante, vivono **in due tempi diversi**: l'uno nella dimensione terrena, con un preciso limite per la propria vita, l'altro proiettato nella dimensione della eternità. Le cose viste da loro sono le stesse, ma misurate in due modi differenti. Dante, come si vede, è stato così geniale da anticipare persino Einstein e la relatività dei tempi...

*Nella figura sotto: così Gustave Doré immaginò l'incontro fra Dante, Virgilio e Marco Lombardo*



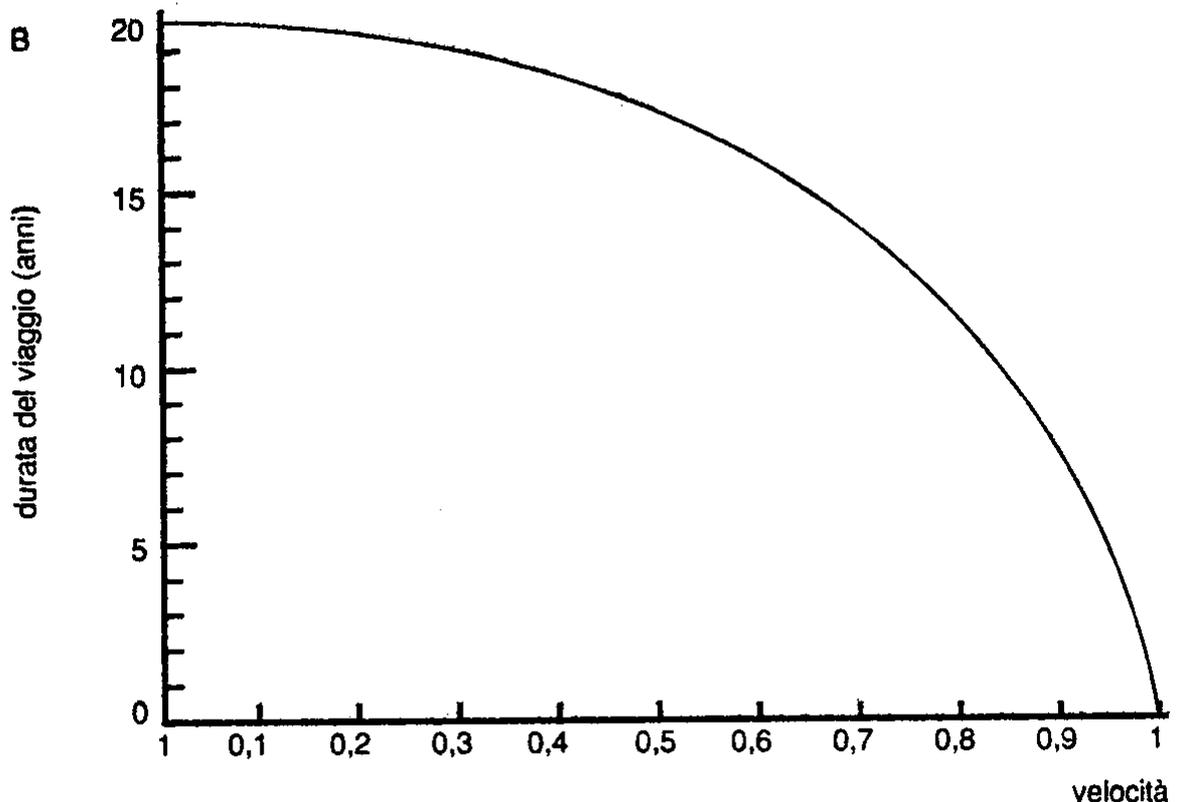
## 2.3 I paradossi della Relatività

La teoria della Relatività, come si è detto, capovolge completamente l'edificio della meccanica e dell'elettromagnetismo così come lo avevano concepito Galilei, Newton, Maxwell e soci; ce ne rendiamo subito conto se analizziamo alcune conclusioni paradossali cui Einstein è giunto; ed il caso più clamoroso è certamente il famosissimo « **paradosso dei gemelli** ». Uno dei due parte su un'astronave superveloce verso una stella lontana, l'altro resta a terra. Quando il primo torna, è molto più giovane del suo gemello, perché il tempo per lui si è dilatato. Ecco come un disegnatore ha immaginato la scena dell'abbraccio tra i due gemelli ormai "sfasati":



In realtà questo paradosso, come tutti i paradossi che si rispettano, presenta degli aspetti poco chiari, e dunque è bene rifletterci su; anche perché il grande Paul Davies, uno dei massimi studiosi viventi dell'opera di Einstein, ha ammesso di ricevere ogni anno decine di lettere del tipo: « Ho scoperto che Einstein ha sbagliato tutto e che ho ragione io, mi aiuti a dimostrarlo al mondo! » Seguiamo dunque un ragionamento svolto dallo stesso Davies nel suo capolavoro divulgativo "I misteri del tempo", da cui ho tratto anche una lettura dedicata all'antimateria.

Supponiamo di essere invitati a imbarcarci su una navicella spaziale che parte nell'anno **2000** e ritorna nel **2020**. In pratica, stante il fenomeno della dilatazione dei tempi, ci viene offerta l'opportunità di scegliere quanto velocemente vogliamo « raggiungere » l'anno terrestre 2020, il che determinerà la nostra velocità rispetto alla Terra. Se siamo d'accordo nell'aspettare dieci anni, cioè nel voler comprimere venti anni in dieci, dobbiamo viaggiare a una velocità pari all'86% di quella della luce. Per ridurre la durata a due soli anni, invece, occorre raggiungere il 99,5% della velocità della luce. Nella figura seguente è rappresentata graficamente questa relazione. Possiamo notare come, a mano a mano che ci si avvicina alla velocità della luce, il « viaggio » fra gli anni terrestri 2000 e 2020 si accorcia (misurato da Terra il viaggio dura sempre vent'anni). Al limite, nel caso in cui viaggiassimo esattamente a velocità  $c$ , il viaggio sarebbe istantaneo. Questo giustifica l'affermazione, già di per sé alquanto paradossale, secondo cui tutte le particelle che viaggiano alla velocità della luce (ad es. i fotoni, vedi paragrafo 4.4) **vedono il tempo fermo**. Ma questo non è problema che ci riguardi perché, come discuteremo nel paragrafo 4.2, per noi esseri umani la velocità della luce è irraggiungibile.



Consideriamo ora due gemelli, chiamati **Tommasino** e **Tommasone** (perché, in ebraico, Tommaso vuol dire proprio "gemello"). Tommasone, il più robusto e il più intraprendente dei due, lascia la Terra nell'anno 2000 per raggiungere, a bordo di una navicella spaziale, una stella distante **8 anni luce** (la distanza è misurata nel sistema di riferimento terrestre), viaggiando ad una velocità di **240.000 chilometri al secondo**, pari cioè ai 4/5 della velocità della luce. A tale velocità occorrono dieci anni per percorrere 8 anni luce, e quindi per Tommasino, sulla Terra, Tommasone rientrerà nell'anno **2020** (dieci anni per arrivare sulla stella più dieci anni per tornare sulla Terra). Tommasone, al suo ritorno, concorderà sul fatto che sia l'anno terrestre 2020, ma sosterrà che per lui sono trascorsi soltanto **dodici anni**, e l'orologio dell'astronave confermerà la sua affermazione segnando l'anno **2012**.

Il viaggio di andata misurato da Terra dura **dieci anni**. Tommasino però, che osserva il fratello con un potente telescopio, non vedrà effettivamente la navicella raggiungere la stella nel **2010** poiché a questo punto Tommasone sarà lontano 8 anni luce. Dato che la luce deve impiegare **altri otto anni** per tornare sulla Terra, Tommasino avrà la prova visiva dell'arrivo del fratello sulla stella **nel 2018** (dieci più otto). La formula di Einstein (2.1) ci dice che l'orologio di Tommasone funziona a una velocità che è pari al 60% di quella di un orologio terrestre, e quindi, quando Tommasone arriva sulla stella, il suo orologio indica che sono trascorsi **sei anni**. Pertanto, quando Tommasino vede l'arrivo nel 2018, l'orologio dell'astronave segna l'anno **2006**.

Dal punto di vista di Tommasone le cose sono ribaltate. Concorda ovviamente sul fatto che l'orologio dell'astronave segna l'anno 2006 al momento del suo arrivo sulla stella, ma in quell'istante vede l'orologio di Tommasino segnare l'anno **2002**. Infatti nel sistema di riferimento terrestre l'arrivo sulla stella si è verificato nel 2010, però, dato che la stella è distante 8 anni luce, il segnale luminoso che effettivamente raggiunge la navicella in quel momento sarà partito **8 anni prima**, cioè nel 2002 (dieci meno otto). Quindi Tommasone nel momento in cui raggiunge la stella vedrà il suo orologio segnare l'anno 2006 e quello terrestre l'anno 2002. La situazione è perfettamente simmetrica.

Secondo Tommasino, che nell'anno terrestre 2018 vede l'orologio sulla stella segnare l'anno 2006, l'orologio di Tommasone funziona dunque tre volte più lentamente del suo; secondo Tommasone, che nell'anno stellare 2006 vede l'orologio sulla Terra segnare l'anno 2002, l'orologio di Tommasino funziona tre volte più lentamente del suo.

Fin qui tutto bene? Allora occupiamoci del viaggio di ritorno.

Una volta arrivato, Tommasone si imbarca immediatamente per il viaggio di ritorno. Ora si sta avvicinando alla Terra e quindi il ritardo della luce è opposto a quello di dilatazione temporale. Tommasino, sapendo che Tommasone tornerà sulla Terra nel **2020** ed avendolo visto arrivare sulla stella nel 2018, avrà l'impressione che il viaggio di ritorno venga compresso in due soli anni di tempo terrestre. Abbiamo già stabilito che quando nel 2018 Tommasino vede l'orologio del suo gemello a metà del viaggio, questo segna l'anno 2006, e che quando lo rivede di nuovo sulla Terra segna il 2012. Quindi nei **due anni terrestri** di durata del viaggio di ritorno, Tommasino vedrà l'orologio della navicella avanzare di **sei anni**; in altre parole vedrà quell'orologio funzionare tre volte più velocemente del suo. Questo è un punto fondamentale: durante il viaggio di ritorno l'orologio dell'astronave visto da Terra sembrerà accelerato, e non rallentato! Come per il viaggio di andata, Tommasino è in grado di separare i due effetti e di concludere che l'orologio della navicella sta « realmente » funzionando ad una velocità pari al 60% della velocità del suo, analogamente alla prima parte del viaggio.

Tommasone, invece, al momento dell'arrivo sulla stella aveva visto l'orologio sulla Terra segnare l'anno **2002**. Sappiamo che raggiungerà la Terra nel **2020**, quindi Tommasone vedrà l'orologio terrestre avanzare di **diciotto anni** mentre sulla navicella ne trascorreranno sei. Ciò significa che a Tommasone l'orologio terrestre sembrerà funzionare tre volte più velocemente del suo. C'è quindi una completa simmetria anche nella seconda parte del viaggio! Tommasone può dedurre che l'orologio terrestre sta « realmente » andando lentamente, a una velocità pari al 60% di quella del suo.

Durante il viaggio di ritorno Tommasino vedrà l'orologio di Tommasone funzionare tre volte più velocemente del suo: infatti quello di Tommasino passerà dall'anno **2018** all'anno **2020** e quello di Tommasone dall'anno **2006** all'anno **2012**. Contemporaneamente, Tommasone vedrà l'orologio di Tommasino funzionare tre volte più velocemente del suo: infatti quello di Tommasino passerà dall'anno **2002** all'anno **2020** e quello di Tommasone dall'anno **2006** all'anno **2012**. Come conclude Paul Davies, se spiegato in questi termini, il paradosso dei gemelli non sembra più nemmeno un paradosso.

Purtroppo il paradosso è un altro. Infatti, se mi avete seguito bene, dovrete aver compreso che nella Relatività Ristretta non esiste un riferimento "privilegiato": se Tizio si muove rispetto a me, a lui pare che sia io a muovermi. Dunque, Tommasone potrebbe ritenere di essere rimasto fermo lui, mentre Tommasino si è mosso alla velocità di 240.000 Km/s rispetto alla sua astronave; egli dovrebbe dunque concludere che è il tempo del gemello rimasto sulla Terra ad essersi dilatato, e quindi che sarà il gemello restio ai viaggi stellari ad essere invecchiato di meno. Ed invece, al suo ritorno sulla Madre Terra, trova Tommasino oggettivamente più vecchio, e la simmetria predicata da Einstein è rotta. Come si spiega tutto questo?

Come per tutti i paradossi di questo mondo, la soluzione è più semplice di quanto non si creda. Infatti il Primo Postulato di Einstein dice chiaro e tondo che le leggi della Fisica sono simmetriche in tutti i sistemi INERZIALI; ora, Tommasino è sempre vissuto in sistema inerziale (se lo si ritiene praticamente fermo, cioè trascurando il moto della Terra rispetto all'astronave del suo gemello), ma siamo sicuri che questo vale anche per Tommasone?

Certamente no, poiché egli NON si è mosso sempre di moto rettilineo uniforme rispetto al suo pianeta madre. Per allontanarsi da questo fino ai quattro quinti della velocità della luce deve prima accelerare fortemente, poi decelerare una volta giunto a destinazione, quindi ruotare intorno alla stella lontana, riaccelerare e poi rallentare fino a fermarsi sul nostro pianeta. Tommasone è dunque vissuto per anni entro un sistema accelerato, del quale la Relatività Ristretta non si occupa. Un'analisi completa di questo paradosso in tutti i suoi dettagli può quindi essere svolta solo nell'ambito della Teoria della Relatività Generale, nella quale si mostra che, in presenza di accelerazioni e decelerazioni, il temp viene "oggettivamente" rallentato rispetto a quello di un sistema inerziale!!!

Facciamo notare che, nonostante l'apparente irrealizzabilità, il paradosso dei gemelli è stato... verificato sperimentalmente! Questo grazie a degli orologi atomici collocati a bordo di due aerei che volavano in direzioni opposte rispetto al pianeta: l'aereo che viaggia in direzione est somma la sua velocità a quella di rotazione della terra, dunque viaggia più velocemente di quello che viaggia in direzione ovest, e quindi deve segnare un tempo inferiore di alcune frazioni di secondo. E così in effetti è stato.

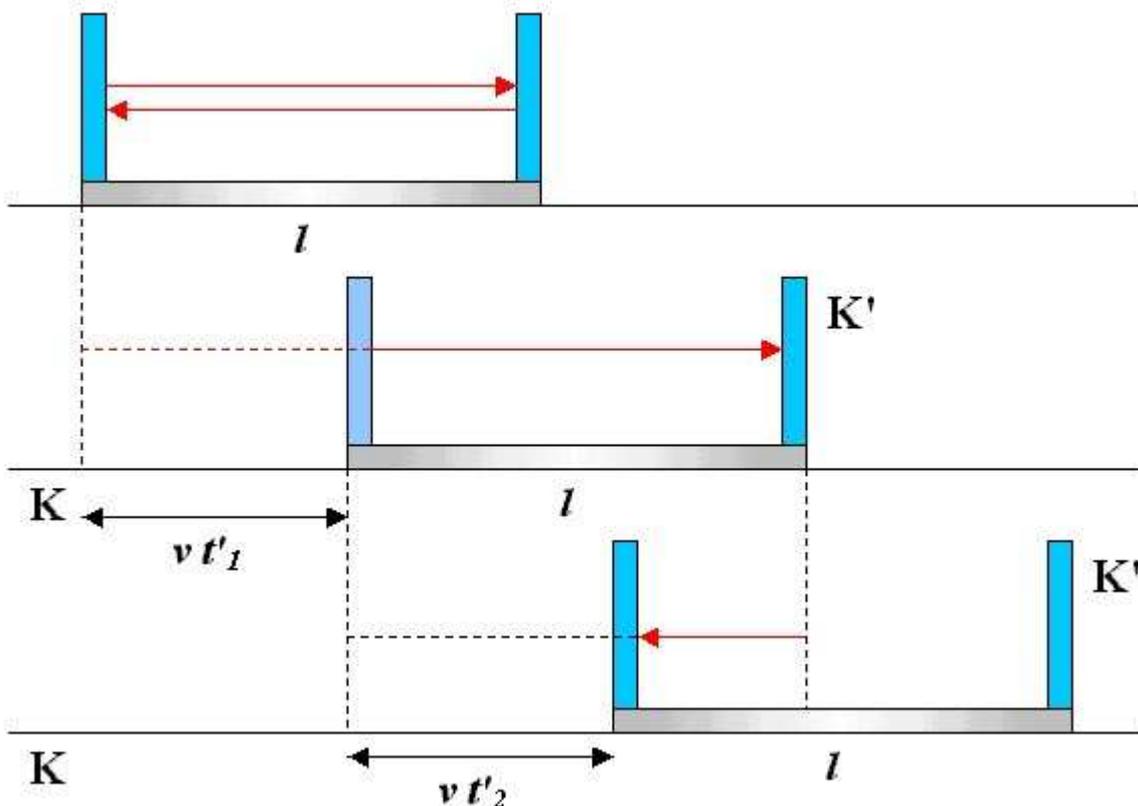


Ma c'è un altro esempio ancor più sconcertante, elaborato da Piero Angela, che illustra le trappole in cui si può cadere viaggiando a velocità prossima a quella della luce. Supponiamo che un ragazzo di 19 anni parta su un'astronave che va alla stessa velocità del treno di Einstein ( $4c/5$ ) verso una meta lontana, lasciando sulla terra la giovane moglie con un bimbo appena nato. Rimane lontano per un tempo proprio di 30 anni e quindi, quando torna, egli ha 49 anni; ma per suo figlio, in base alla solita legge (2.1), ne sono trascorsi 50. Egli dunque... **ha un anno in meno di suo figlio!!!**

## 2.4 È più corto il treno o la pensilina?

Allo stesso modo in cui ha dovuto abbandonare il concetto di tempo assoluto, Einstein è costretto a far crollare anche il mito della inalterabilità delle lunghezze. Anche se non sembra, lunghezza e tempo sono correlate: per misurare la lunghezza di un'asta si può far scoccare una scintilla ai suoi estremi quando passa davanti ad un osservatore, e misurare il tempo che la luce impiega per andare da un'estremità all'altra. Dato che la durata degli intervalli di tempo dipende dal sistema di riferimento in cui vengono misurati, e che la contemporaneità stessa di due eventi è stata messa in discussione, non siamo più sicuri che le lunghezze così misurate siano assolute! Consideriamo difatti un'asta sulla quale è posto un orologio a luce: si può misurare la sua lunghezza calcolando il tempo  $t$  di riflessione del raggio di luce, e poi utilizzando la semplice formula:

$$l = \frac{c t}{2} \quad (2.5)$$



Se però l'asta si muove nel sistema di riferimento  $K'$ , nell'andata il raggio di luce percorrerà in tutto un tratto più lungo rispetto a prima. La lunghezza  $l'$ , misurata nel sistema  $K'$ , risulta uguale alla somma delle lunghezze misurata in  $K$  con lo spostamento avvenuto nello stesso tempo  $t$ , in cui il raggio di luce è andato da uno specchio all'altro:

$$c t' = l' + v t' \quad (2.6)$$

( $l$  è la lunghezza dell'asta in  $K'$ ). Invece quando il raggio di luce torna indietro, la lunghezza  $l'$  risulta uguale allo spazio percorso dalla luce diminuito di quello percorso dall'asta nello stesso tempo  $t'$ , perché i due moti ora hanno verso opposto:

$$c t' = l' - v t' \quad (2.7)$$

Dalla (2.6) e dalla (2.7) ricavo  $t'_1$  e  $t'_2$  :

$$t'_1 = \frac{l'}{c - v} \quad , \quad t'_2 = \frac{l'}{c + v}$$

e allora il tempo complessivo  $t$  di riflessione del raggio di luce é dato da:

$$t' = t'_1 + t'_2 = \frac{l'}{c - v} + \frac{l'}{c + v} = \frac{2cl'}{c^2 - v^2}$$

da cui:

$$l' = \frac{t'}{2c} (c^2 - v^2) = \frac{c t'}{2} \cdot \frac{c^2 - v^2}{c^2} = \frac{c t'}{2} \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

( $l$  é la lunghezza dell'asta misurata in  $K$ ). Essendo, in virtú della formula (2.4):

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ho che:

$$l' = \frac{c t}{2} \cdot \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{c t}{2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Ora, si ha che  $l = \frac{c t}{2}$ , e quindi:

$$l' = l \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (2.8)$$

Condizione di realtá é ora:

$$0 \leq v \leq c$$

La radice é sempre minore di uno, quindi:  $l' < l$

É per questo che **l'asta si contrae nella direzione del moto**: si parla di **contrazione delle lunghezze** o **CONTRAZIONE DI LORENTZ**. Supponiamo che l'ipotetico treno di Einstein sia lungo in quiete 2.400.000 Km (una lunghezza smisurata, ma anche la sua velocità di crociera è smisurata!) Se le pensiline delle stazioni da lui attraversate, in quiete (cioé a treno fermo in stazione), fossero di lunghezza uguale alla sua, quando il treno attraversa una stazione senza fermarsi, un osservatore posto sulla pensilina vedrebbe un treno di lunghezza pari a soli 1.600.000 Km, e dunque assai più corto della pensilina! Ma, per quanto sia sconcertante, bisogna affermare che Invece un osservatore posto su di una carrozza vedrebbe la pensilina muoversi di moto relativo con verso opposto a quello del treno, e quindi per lui... sarebbe la pensilina ad essere più corta del treno!!!

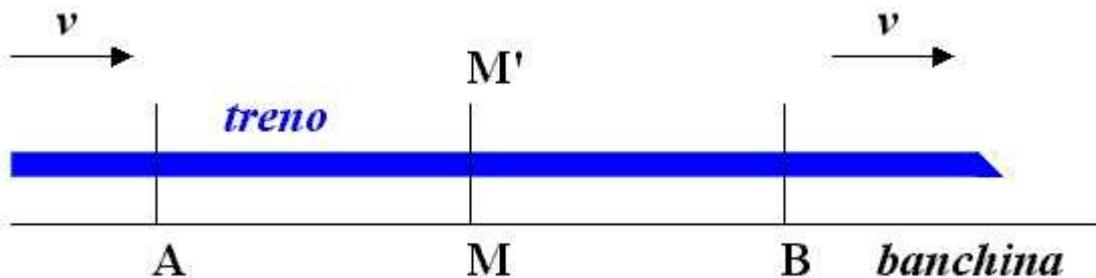
*Si tratta certamente di qualcosa di molto lontano dal senso comune, oltre che dagli insegnamenti della Fisica Classica. Eppure non dice Carducci in "Davanti a San Guido" che i cipressi gli corrono incontro come « giganti giovanetti »? Eppure nessuno di noi darebbe credito a chi venisse a dirci che i cipressi possono sradicarsi e correre via. Anche la bella immagine poetica di Carducci, come il fatto che treno e pensilina si credono vicendevolmente l'uno più lungo dell'altro, è una conseguenza della relatività. Solamente, è un po' più ostica da comprendere per noi, perché ci siamo meno abituati. Ricordate quanto detto al principio? La scala di Schroeder è sia dritta che capovolta, a seconda del punto di vista dal quale la si guarda. Allo stesso modo, sono i cipressi a correre e Carducci a stare fermo, a seconda del riferimento adottato. E, sempre a seconda del riferimento, è il treno a battere in lunghezza la pensilina, o viceversa!*



*I cipressi del viale alberato che porta a Bolgheri, resi immortali dalla poesia di Carducci*

## Lettura: La critica di Einstein al concetto di simultaneità

« Le nostre considerazioni sono state finora svolte rispetto a un particolare corpo di riferimento, a cui abbiamo dato il nome di "banchina ferroviaria". Supponiamo che un treno molto lungo viaggi sulle rotaie con la velocità costante  $v$  e nella direzione indicata dalla figura. Le persone che viaggiano su questo treno useranno vantaggiosamente il treno come corpo di riferimento rigido (sistema di coordinate); esse considerano tutti gli eventi in riferimento al treno. Ogni evento poi che ha luogo lungo la linea ferroviaria ha pure luogo in un determinato punto del treno. Anche la definizione di simultaneità può venir data rispetto al treno nello stesso preciso modo in cui venne data rispetto alla banchina. Ora però si presenta, come conseguenza naturale, la seguente domanda: due eventi (ad esempio i due colpi di fulmine A e B che sono simultanei rispetto alla banchina ferroviaria), saranno tali anche rispetto al treno? Mostriamo subito che la risposta deve essere negativa.



Allorché diciamo che i colpi di fulmine A e B sono simultanei rispetto alla banchina, intendiamo: i raggi di luce provenienti dai punti A e B dove cade il fulmine si incontrano l'uno con l'altro nel punto medio M dell'intervallo  $A \rightarrow B$  della banchina. Ma gli eventi A e B corrispondono anche alle posizioni A e B sul treno. Sia M' il punto medio dell'intervallo  $A \rightarrow B$  sul treno in moto. Proprio quando si verificano i bagliori (giudicati dalla banchina) del fulmine, questo punto M' coincide naturalmente con il punto M, ma esso si muove verso la destra del diagramma con la velocità  $v$  del treno. Se un osservatore seduto in treno nella posizione M' non possedesse questa velocità, allora egli rimarrebbe permanentemente in M e i raggi di luce emessi dai bagliori del fulmine A e B lo raggiungerebbero simultaneamente, vale a dire si incontrerebbero proprio dove egli è situato. Tuttavia nella realtà (considerata con riferimento alla banchina ferroviaria), egli si muove rapidamente verso il raggio di luce che proviene da B, mentre corre avanti al raggio di luce che proviene da A. Pertanto l'osservatore vedrà il raggio di luce emesso da B prima di vedere quello emesso da A. Gli osservatori che assumono il treno come loro corpo di riferimento debbono perciò giungere alla conclusione che il lampo di luce B ha avuto luogo prima del lampo di luce A. Perveniamo così al seguente importante risultato: gli eventi che sono simultanei rispetto alla banchina non sono simultanei rispetto al treno e viceversa (relatività della simultaneità). Ogni corpo di riferimento (sistema di coordinate) ha il suo proprio tempo particolare, una attribuzione di tempo è fornita di significato solo quando ci venga detto a quale corpo di riferimento tale attribuzione si riferisce. Orbene, prima dell'avvento della teoria della relatività, nella fisica si era sempre tacitamente ammesso che le attribuzioni di tempo avessero un significato assoluto, cioè fossero indipendenti dallo stato di moto del corpo di riferimento. Abbiamo però visto or ora che tale ipotesi risulta incompatibile con la più naturale definizione di simultaneità; [ ...]. »

(da A.Einstein, *Relatività: esposizione divulgativa*)

### 3.1 Trasformazioni di Lorentz

Le scoperte di Einstein crearono un fermento mai visto da secoli. La rivoluzione da lui operata era pari a quella copernicana: ora l'universo andava visto in un modo affatto nuovo.

Certo, quando si viaggia in automobile ad una velocità di "soli" 144 Km / h , sette milioni e mezzo di volte più piccola di quella della luce, la percezione del tempo o le misure lineari delle persone a bordo non cambiano in modo apprezzabile, ma se si costruisce un sincrotrone per lo studio delle particelle subatomiche si deve tenerne ben conto!

Per descrivere le differenze nel moto dovute alla dilatazione dei tempi e alla contrazione delle lunghezze si deve ricorrere ad un nuovo sistema di coordinate. Il vecchio sistema galileiano, basato su lunghezze e tempi assoluti, era assai semplice ma, come questa unità cercherà di mostrare, assolutamente inadatto a descrivere i fenomeni studiati dalla meccanica relativistica.

Consideriamo un sistema di assi cartesiani ortogonali, ed un altro che si sposta rispetto ad esso con velocità costante  $v$  in modo che gli assi  $x$  e  $x'$  coincidano scivolando l'uno sull'altro, e gli altri ( $y$  e  $y'$ ,  $z$  e  $z'$ ) restino paralleli fra di loro, e consideriamo i due diversi sistemi di coordinate:

$$\mathbf{K}(x, y, z, t) \text{ e } \mathbf{K}'(x', y', z', t')$$

riferiti rispettivamente alle origini  $\mathbf{O}$  e  $\mathbf{O}'$ , come abbiamo già fatto nell'unità 1. Se  $\mathbf{K}'$  si muove rispetto a  $\mathbf{K}$  con velocità  $v$ , per la contrazione delle lunghezze sarà:

$$\mathbf{O}'\mathbf{P}' = x' \cdot \sqrt{1 - \beta^2} \quad (3.1)$$

Infatti, considerando in  $\mathbf{K}$  un punto  $\mathbf{P}$  dell'asse  $x = x'$ , punto che corrisponde a  $\mathbf{P}'$  nel sistema  $\mathbf{K}'$ , le sue coordinate rispetto ai due sistemi risulteranno:

$$\mathbf{P}(x, 0, 0, t) \text{ e } \mathbf{P}'(x', 0, 0, t')$$

$\mathbf{O}'\mathbf{P}' = x'$  se  $\mathbf{K}'$  è fermo, perché se è in moto con velocità  $v$  esso si contrae nella direzione del moto riducendosi ad una lunghezza data dalla (3.1).

Ma essendo  $\mathbf{O}'\mathbf{P}' = \mathbf{OP} - \mathbf{OO}' = x - vt$ , si deduce che

$$x - vt = x' \cdot \sqrt{1 - \beta^2}$$

da cui:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (3.2)$$

Ordinata e quota rimangono uguali, visto il modo in cui  $\mathbf{K}'$  si muove rispetto a  $\mathbf{K}$ . Si consideri invece la coordinata temporale. Il segmento  $\mathbf{OP}$  rispetto al sistema  $\mathbf{K}'$  è uguale alla somma di:

$$\mathbf{OO}' = vt \quad \text{con} \quad \mathbf{O}'\mathbf{P}' = \mathbf{O}'\mathbf{P} = x'$$

Il segmento  $\mathbf{OP}$ , però, se  $\mathbf{K}'$  fosse fermo, misurerebbe  $x$ ; in effetti si muove con velocità  $v$ , e dunque, nella direzione del moto, risulta più corto:

$$\mathbf{OP}(\mathbf{K}') = x' \cdot \sqrt{1 - \beta^2}$$

quindi:

$$vt' + x' = x \cdot \sqrt{1 - \beta^2}$$

e, utilizzando la (3.2)

$$v t' + \frac{x - v t}{\sqrt{1 - \beta^2}} = x \cdot \sqrt{1 - \beta^2}$$

moltiplicando ambi i membri per  $\sqrt{1 - \beta^2}$  ho:

$$v t' \cdot \sqrt{1 - \beta^2} + x - v t = x - x \beta^2$$

da cui si ricava, senza alcuna difficoltà:

$$t' = \frac{t - \frac{v x}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (3.3)$$

Si hanno così le nuove trasformazioni chiamate **TRASFORMAZIONI DI LORENTZ**, in onore di H.A.Lorentz, lo scienziato olandese da noi già citato nelle unità precedenti:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - v t}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - \frac{v x}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Se  $v$  é molto vicino a zero, cioè se  $v \ll c$ , si ritorna alle trasformazioni classiche di Galileo **(0.1)**, perché  $\sqrt{1 - \beta^2} \approx 1$  e  $\frac{v x}{c^2} \approx 0$ .

Le formule inverse si ottengono senza calcoli, solo tenendo conto che, se  $K'$  si considera fisso, sarà  $K$  a muoversi con una velocità  $-v$ ; allora ad  $x$  si deve sostituire  $x'$  e  $t'$  a  $t$ . Si ha così:

$$\begin{aligned}x &= \frac{x' + v t'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\y &= y' \\z &= z' \\t &= \frac{t' + \frac{v x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}\end{aligned}$$

(3.5)

Strano destino, quello della relatività ristretta: nascere, svilupparsi e giungere a scoperte allucinanti, tali da squassare dalle fondamenta tutto il grattacielo innalzato da Galilei e Newton, solo per giustificare qualcosa che era già acquisito da decenni come le equazioni di Maxwell. Un destino simile a quello dei partecipanti alla Corsa della Regina Rossa in "Alice nel Paese delle Meraviglie" di Lewis Carroll: correre, correre per restare al punto di partenza...



### 3.2 Composizione delle velocità

OK per spazio e tempo, ma... come si compongono le **VELOCITÀ**? Se un corpo si muove con velocità costante  $v$  rispetto a K, quale velocità  $v'$  avrà rispetto a K'? Dalle trasformazioni di Galileo si è dedotto che:

$$v = v' + V$$

Rifacciamo un esempio a noi già noto, perché siamo partiti proprio da esso. Se si fosse sul treno di Einstein e si accendessero i fari, la loro luce dovrebbe viaggiare ad una velocità di:

$$240.000 + 300.000 = 540.000 \text{ Km / s}$$

contro il secondo postulato Di Einstein. La composizione relativistica delle velocità deve essere dunque differente, se vogliamo salvaguardare i principi fondanti della Relatività! La si può dedurre dalle trasformazioni (3.4) dedotte nel paragrafo precedente:

$$x = \frac{x' + v_0 t'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad ; \quad t = \frac{t' + \frac{v_0 x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

dividendo membro a membro:

$$\frac{x}{t} = \frac{x' + v_0 t'}{t' + \frac{v_0 x'}{c^2}}$$

È stata introdotta la velocità  $v_0$  per indicare la velocità relativa di K' rispetto a K. A questo punto basta dividere entrambi i termini della frazione al secondo membro per  $t'$ :

$$\frac{x}{t} = \frac{\frac{x'}{t'} + v_0}{1 + \frac{v_0}{c^2} \cdot \frac{x'}{t'}}$$

ma  $\frac{x}{t} = v$  (in K) e  $\frac{x'}{t'} = v'$  (in K'). Perciò:

$$v = \frac{v_0 + v'}{1 + \frac{v_0 v'}{c^2}} \quad (3.6)$$

Qualunque sia il valore di  $v_0$  e di  $v'$ ,  $v$  è sempre minore di  $c$ . Si ha  $v = c$  solo se una delle due velocità uguaglia  $c$ , perché allora:

$$v = \frac{v_0 + c}{1 + \frac{v_0 c}{c^2}} = \frac{c(v_0 + c)}{v_0 + c} = c$$

Così, per tornare all'esempio precedente, i fari del treno di Einstein emetteranno luce che si muove sempre a 300.000 Km / s. Se invece dal treno si fa partire, nella stessa direzione del suo moto, un aeromodello che si muove pure a 240.000 Km / s, la sua velocità, rispetto alle rotaie, risulta:

$$v = \frac{240.000 + 240.000}{1 + \frac{(240.000)^2}{(300.000)^2}} = 292.683 \text{ Km / h}$$

e non **480.000 Km / s**, come avrebbe sostenuto chiunque prima di Einstein!

### 3.3 La... sirena cosmica

È noto che la frequenza di un segnale acustico emesso da una sorgente dipende dal moto relativo fra il ricevitore e la sorgente di onde.

Infatti, la frequenza apparente  $f'$  percepita da un ricevitore che si muove con velocità  $u$  verso una sorgente ferma che emette un suono di frequenza  $f_0$  è data da:

$$f' = f_0 \cdot \frac{u + v}{v} \quad (3.6)$$

dove  $v$  è la velocità del suono nel mezzo. Questo fenomeno è detto effetto Doppler dal nome del suo scopritore, e ci spiega perché il fischio della sirena di un'autopattuglia dei carabinieri ci appare più acuto se essa si muove verso di noi, più grave se si sta allontanando.

Allo stesso modo, la frequenza apparente  $f''$  percepita da un ricevitore fermo quando la sorgente che emette un suono di frequenza  $f_0$  si muove verso di esso con velocità  $u$  è data da:

$$f'' = f_0 \cdot \frac{v}{v + u} \quad (3.7)$$

Dividendo membro a membro le due espressioni di  $f'$  e  $f''$  si ottiene:

$$\frac{f'}{f''} = \frac{f_0 \cdot \frac{u + v}{v}}{f_0 \cdot \frac{v}{v + u}} = \frac{(v + u)^2}{v^2}$$

Da questa relazione si deduce dunque che, se si ammette l'esistenza di un mezzo immobile (l'aria) entro il quale un'onda si propaga con velocità costante, è possibile distinguere il caso in cui la sorgente si muove e il ricevitore è fermo dal caso in cui il ricevitore si muove e la sorgente è ferma.

Perciò, se potessimo applicare lo stesso tipo di ragionamento che ci ha condotti alle formule (3.6) e (3.7) al caso della luce, cioè se potessimo ammettere l'esistenza di un etere immobile entro il quale le onde luminose si propagano con velocità costante, giungeremmo a invalidare il principio di relatività di Einstein in quanto, almeno in questo fenomeno, avremmo la possibilità di stabilire **chi sta fermo e chi si muove** rispetto al mezzo.

Si può dimostrare invece che le formule (3.6) e (3.7) **non** sono corrette nel caso in cui l'onda viaggiante sia quella luminosa. In tale caso, infatti, la frequenza apparente  $f'$  dell'onda luminosa ricevuta da un osservatore che si avvicina alla sorgente che la emette, è identica alla frequenza apparente  $f''$  dell'onda luminosa ricevuta dall'osservatore quando la sorgente che la emette si avvicina a esso. Per  $f'$  e  $f''$  vale infatti la relazione seguente:

$$f' = f'' = f_0 \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$$

Nel caso in cui il ricevitore e la sorgente si allontanano, la frequenza apparente risulta invece data da:

$$f' = f_0 \cdot \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$$

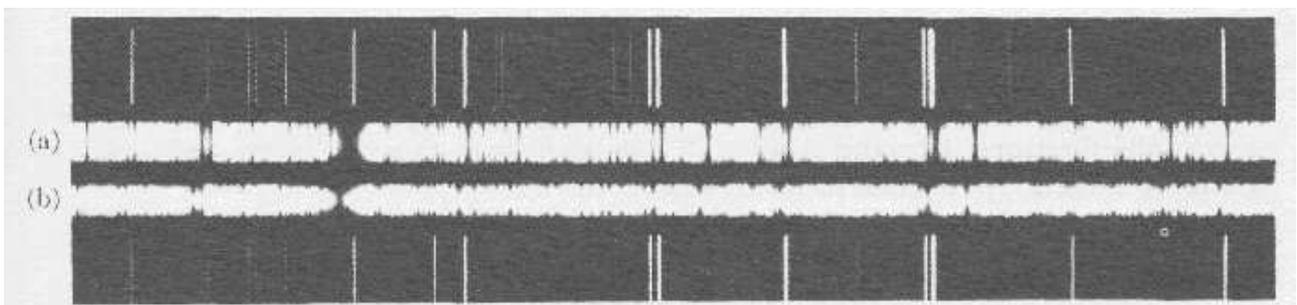
Tenendo presente che  $\lambda = c / f$ , si può passare dalle formule precedenti, in funzione della frequenza  $f$ , alle corrispondenti formule che esprimono la lunghezza d'onda apparente  $\lambda'$  in funzione della lunghezza d'onda reale  $\lambda$ . Nel caso della sorgente e del ricevitore in allontanamento reciproco, si ha per esempio:

$$\lambda' = \lambda_0 \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \quad (3.8)$$

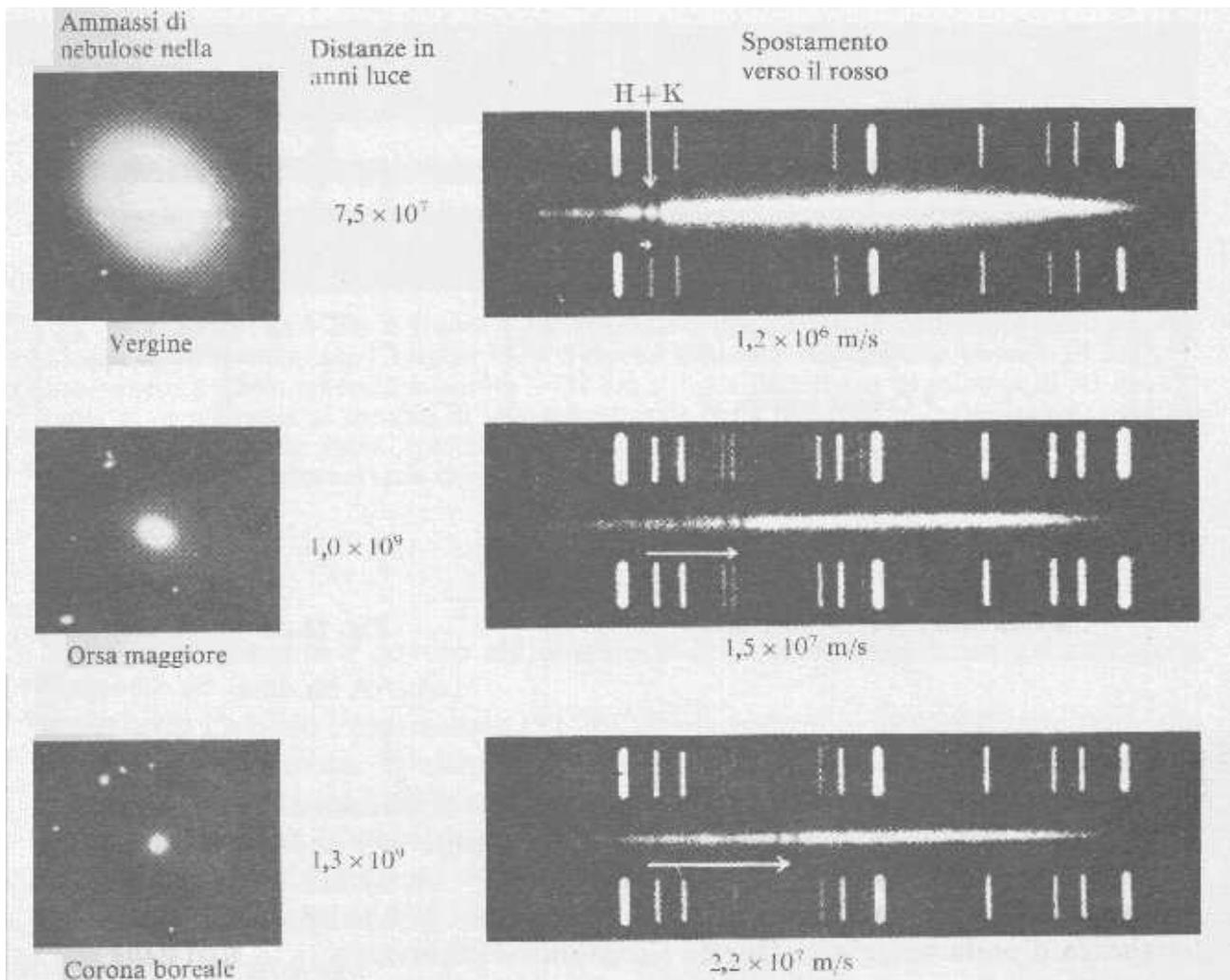
Applicando la (3.8) a una galassia che si sta allontanando dalla Terra alla velocità di **300 km/s**, si trova che la variazione relativa  $\Delta\lambda / \lambda$  della lunghezza d'onda emessa dalla stella risulta, per un osservatore terrestre, uguale a + **0,001**.

In ciò consiste il cosiddetto fenomeno del **red shift** (= spostamento verso il rosso): se analizziamo gli spettri della luce proveniente da stelle e galassie lontane, scopriamo che le righe spettrali sono tutte spostate verso il rosso, cioè verso lunghezze d'onda minori e frequenze maggiori. Questo significa che la... "sirena cosmica" di ogni galassia si sta allontanando da noi; se si stesse avvicinando, osserveremmo uno spostamento delle righe verso il violetto. Insomma, le galassie si stanno tutte allontanando dalla nostra, cioè **l'universo è in espansione**, come confermò **Edwin Hubble** (1889-1953), confermando una congettura dell'abate belga **Georges Henri Lemaitre** (1894-1966).

Nella figura seguente, apparentemente ben poco significativa, sono visibili due spettri della luce della stella Arturo, ripresa a sei mesi di distanza l'uno dall'altro: il 1 luglio 1939 (a) ed il 19 gennaio 1940 (b). Nel primo caso il red shift corrisponde ad una velocità relativa alla terra di + 18 Km/s, nel secondo ad una velocità di - 32 Km/s. La differenza di velocità nei due casi è dovuta interamente al moto orbitale del nostro pianeta, che ogni sei mesi cambia direzione lungo la propria orbita intorno al sole. In (a) terra ed Arturo si allontanavano, in (b) si avvicinavano. Sono fotografie come questa che hanno fatto la storia dell'astrofisica.



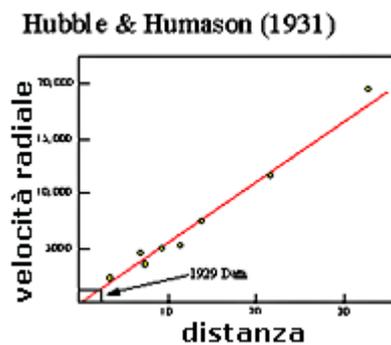
La figura seguente (da Hermann Bondi, *Sguardi sull'universo*) mostra come cambiano gli spettri di emissione in funzione del moto della sorgente (una galassia) rispetto all'osservatore.



Hubble scoprì che più le galassie sono distanti, più si allontanano velocemente; formulò cioè quindi la legge che oggi porta il suo nome, la quale afferma che il rapporto tra la distanza della galassia e la sua velocità di recessione è costante:

$$v = H d$$

dove  $v$  è la velocità e  $d$  è la distanza; la costante  $H$  è chiamata costante di Hubble. Essa fu dedotta dai seguenti dati sperimentali, che mostrano una chiara proporzionalità diretta tra  $v$  e  $d$ :



Per chi vuole approfondire quest'argomento, che interessa anche il programma di Geografia Astronomica, rimando alla lettura tratta dal bestseller di Steven Weinberg, "I primi tre minuti".

### 3.4 La bambola russa

Quanto detto nel paragrafo 3.2 può suggerire un'idea. Osserviamo che, se l'aeromodello einsteniano dell'esempio precedente fosse abbastanza grande da montare un altro modellino, in grado di staccarsi da esso (nella medesima direzione di moto) quando esso è già in volo, e se il modellino figlio volasse anch'esso alla solita velocità di 240.000 Km / s, rispetto al treno di Einstein si muoverebbe anch'esso a 292.683 Km / s, ma rispetto alle rotaie del treno avrebbe una velocità di:

$$v = \frac{240.000 + 292.683}{1 + \frac{240.000 * 292.683}{(300.000)^2}} = 299.178 \text{ Km / h}$$



Se, come una bambola russa che al proprio interno ne ha una identica e più piccola, questo velocissimo modellino potesse farne partire a sua volta un altro a 240.000 Km / s, le velocità si comporterebbero ulteriormente, e l'ultimo nato si muoverebbe, rispetto all'osservatore assoluto, a **299.908 Km / s**, a soli 90 Km al secondo dall'irraggiungibile  $c$ !

Ragioniamoci un po' su. Se esistesse un'astronave che viaggia a 299.178 Km / s, per farla accelerare solo di un altro metro al secondo occorrerebbe più carburante di quanto ne è occorso per farla arrivare fino a quell'incredibile velocità, e l'aumento di 730 Km / s (cioè dello 0,25 %) porterebbe ad un'incredibile dispendio di energia e ad un aumento della massa da 13 a 40 volte rispetto alla massa iniziale (cioè del 300 %!). Invece, facendo partire dall'astronave una navetta con velocità relativa confrontabile a quella assoluta della nave madre, l'impresa è compiuta non solo senza aumentare la massa, ma addirittura diminuendola (perché la navicella ha lasciato il precedente stadio, e la sua massa è decisamente minore di quella del vettore da cui è stata sganciata).

Quanti stadi occorrono? Facciamone una stima grossolana. Supponiamo di avere una tecnologia in grado di progettare motori (a fissione nucleare, a fusione, ad annichilazione...) in grado di raggiungere la metà della velocità della luce. Montiamo allora, in stadi successivi, delle navette in grado di staccarsi l'una dall'altra con velocità relativa ( $c/2$ ). Il primo stadio si muoverà ovviamente a  $c/2$  (rispetto al suolo). Il secondo avrà una velocità relativa al suolo pari a  $(4c/5)$ , data dalla (3.5). Il terzo avrà una velocità di  $(13c/14)$ , il quarto di  $(40c/41)$ , e così via. Abbiamo così una successione del tipo:

$$\frac{c}{2} ; \frac{4c}{5} ; \frac{13c}{14} ; \frac{40c}{41} ; \dots$$

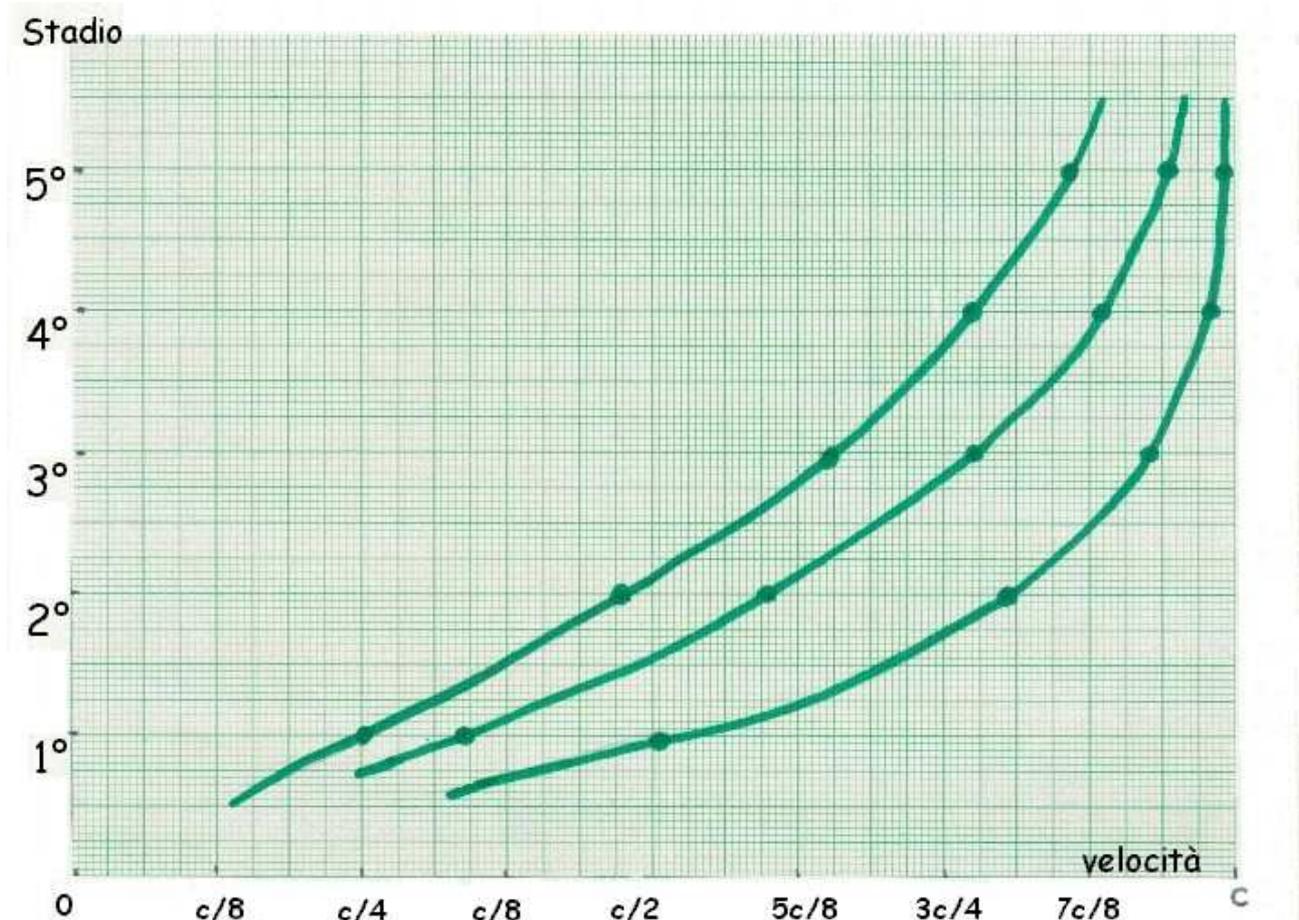
se invece la nostra tecnologia ci mette a disposizione motori che giungono al massimo a  $(c/3)$ , i successivi stadi si muoveranno con velocità successive:

$$\frac{c}{3} ; \frac{3c}{5} ; \frac{7c}{9} ; \frac{15c}{17} ; \frac{31c}{33} ; \dots$$

Si fa notare che  $(3c/5) = 240.000 \text{ Km} / s$ , onde il treno di Einstein é realizzabile già con una tecnologia in grado di progettare motori da  $100.000 \text{ Km} / s$ . Se parto da  $(c/4)$ , trovo una successione analoga. Le chiameremo successioni di Lorentz.

Ragioniamoci su un momento. Se io voglio raggiungere perlomeno i  $275.000 \text{ Km} / s$ , partendo da  $(c/2)$  mi bastano tre stadi, partendo da  $(c/3)$  me ne servono perlomeno cinque. Se invece voglio arrivare a  $290.000 \text{ Km} / s$ , partendo da  $(c/2)$  ci vogliono quattro stadi, da  $(c/3)$  me ne servono sei. Se poi parto da velocità sempre più basse, il numero di stadi necessari cresce vertiginosamente. A partire da un razzo che si muove ad  $11 \text{ Km} / s$  (velocità di fuga dalla gravità terrestre) sarebbero necessarie migliaia e migliaia di stadi!

Ciò é dovuto al fatto che le successioni di Lorentz convergono sempre a  $c$ , ma tanto più rapidamente quanto maggiore é il primo termine. Queste successioni mostrano un esempio di DEFINIZIONE PER INDUZIONE: non si fornisce cioè la legge che permette di trovare direttamente il valore dell' $n$ -esimo termine, ma si assegna il primo termine e la legge che lega l' $n$ -esimo all' $(n+1)$ -esimo, così da poterli trovare tutti. É chiaro allora che a governare la rapidità con cui la successione converge é proprio l'entità del primo termine. Se questo vale  $c$ , tutti i termini valgono  $c$ , e quindi la successione é già al suo limite quando già siamo al primo termine.



Nel grafico soprastante sono stati riportati i valori delle velocità dei vari stadi della nostra astron-

ve-bambola russa a partire da velocità iniziali di  $(c/2)$ ,  $(c/3)$  e  $(c/4)$ . Come si vede, la convergenza é rapidissima se il primo stadio é molto veloce, come é stato discusso.

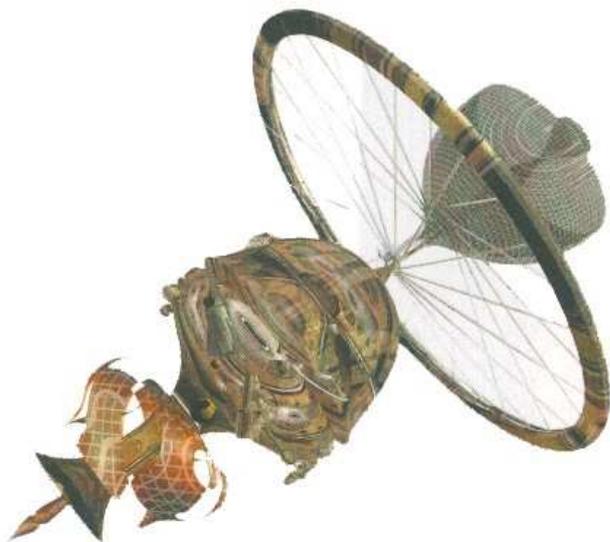
Abbiamo cosí scoperto l'unico modo ragionevole per avvicinarci alla velocità della luce. Naturalmente, questo a patto di saper raggiungere velocità che rappresentino una frazione apprezzabile di  $c$ , altrimenti é tutto inutile. Ma é possibile?

La fantascienza può sbizzarrirsi come vuole, la scienza un po' meno. Oggi si pensa che velocità già di 10.000 Km / s potrebbero essere raggiunte con un razzo che, anziché sfruttare la combustione di idrogeno liquido, venga spinto dall'energia liberata dalla **fissione di elementi pesanti**. In altre parole, un missile del genere dovrebbe trasportare sì e no centomila bombe atomiche stile Hiroshima; la loro esplosione successiva sarebbe in grado di portare il razzo a tale velocità che la stella più vicina,  $\alpha$  Centauri, potrebbe venir raggiunta in circa 130 anni. Un progetto fantascientifico? Pare proprio di sì, tenendo conto che il propellente nucleare esalerebbe nello spazio pericolose scorie radioattive, e che quindi la partenza dovrebbe avvenire già a distanza di sicurezza dalla Madre Terra; secondo alcuni, almeno dall'orbita di Giove, nella quale il razzo dovrebbe essere costruito, sfruttando basi permanenti sui satelliti Medicei, basi che al giorno d'oggi rappresentano pura fantascienza

C'è chi, per aggirare il problema, si é spinto ancora più in là, immaginando un razzo spinto non da bombe atomiche, bensì da bombe H, che sfrutti cioè la **fusione dell'idrogeno in elio** per produrre l'energia necessaria. Secondo i conti di qualche appassionato, con un razzo del genere si potrebbe arrivare a tali velocità che il viaggio da qui alla costellazione del Centauro durerebbe non più di 40 anni: su tempi "umani", dunque, e tali da non rendere più tanto assurda l'idea dell'astronave a più stadi che sfrutti le successioni di Lorentz.

Inoltre, mentre é difficilissimo procurarsi il plutonio per bombe a fissione, la fusione nucleare come tutti sanno sfrutta isotopi dell'idrogeno, e si dà il caso che questo sia diffuso, sotto forma di nubi rarefatte, nello spazio interstellare. Viene dunque l'idea che si può evitare di portarsi dietro riserve ciclopiche di combustibile, quando lo si può raccogliere direttamente per strada, per esempio con un paraboloide che lo convoglia in un reattore opportuno.

Purtroppo i problemi non mancano. Anzitutto, l'idrogeno nello spazio c'è, ma é molto rarefatto, e perciò occorrerebbe un paraboloide gigantesco, largo magari centinaia di migliaia di Km (vedi figura). Inoltre, un mostro del genere in volo a velocità altissima nello spazio incontrerebbe un ostacolo insormontabile proprio a cagione di quell'idrogeno che doveva raccogliere. Allo scopo, ripensiamo a quanto detto a proposito dei sistemi in moto relativo: se un razzo in volo a velocità prossima a



quella della luce incontra sul suo cammino un atomo d'idrogeno, é come se il razzo fosse fermo e l'atomo gli venisse incontro alla velocità della luce o poco meno; e questo equivale ad un raggio cosmico. Per funzionare, l'astronave dovrebbe attraversare una regione di spazio con sufficiente densità atomica, come una nube, e allora sarebbe bombardata da una pioggia terribile di raggi cosmici che la arroventerebbero e la renderebbero ben presto radioattiva; o, se anche si riuscisse a produrre uno scudo efficiente per quest'astronave, il paraboloide sarebbe ben presto bucherellato come un colabrodo, rendendo impossibile utilizzarlo ulteriormente. Troppi problemi, decisamente.

C'è chi ha pensato a missili ancora più "fantascientifici": quelli ad **annichilazione**, per esempio, come impareremo nel paragrafo 4.3 (ma si dirà quali difficoltà presentano), o gli ipotetici "motori quantici" di cui parla lo scrittore A.C. Clarke nel romanzo "Voci di Terra Lontana", motori che dovrebbero sfruttare l'energia del mare di elettroni e positroni virtuali che, secondo la teoria dei quanti, riempirebbe il vuoto (come l'etere dei bei tempi andati: nihil sub Sole novum!). Ma qui siamo proprio a livello di fantascienza!

## **Lettura: L'espansione dell'universo (da Steven Weinberg, *I primi tre minuti*)**

« Si direbbe che l'universo stesso stia subendo gli effetti di una sorta di esplosione in cui ogni galassia sta allontanandosi da ogni altra galassia. [...] Questa interpretazione venne universalmente recepita dopo il 1929, quando Hubble annunciò di avere scoperto che lo spostamento verso il rosso delle righe spettrali delle galassie aumenta press'a poco in proporzione alla loro distanza da noi. [...]. Dovremmo attenderci, intuitivamente, che in un dato momento l'universo presenti lo stesso aspetto a tutti gli ipotetici osservatori che lo scrutino da tutte le galassie tipiche, qualunque sia la direzione verso cui si rivolge il loro sguardo. (Qui uso l'espressione "tipiche" per designare galassie che non abbiano alcun apprezzabile moto peculiare ma siano semplicemente trasportate nel generale flusso cosmico). È un'ipotesi così naturale (almeno dopo Copernico), che l'astrofisico inglese Edward Arthur Milne l'ha definita il **Principio cosmologico**.

Nella sua applicazione alle galassie, il Principio cosmologico presuppone che un osservatore situato in una galassia ti dica veda tutte le altre galassie muoversi con la medesima distribuzione delle velocità, qualunque sia la galassia tipica a cui l'osservatore sta viaggiando. Una diretta conseguenza ma tematica di questo principio è che la velocità relativa di  $d$  galassie scelte a piacere dev'essere proporzionale alla dist che le separa, proprio come riscontrò Hubble.

Consideriamo, ad esempio, tre galassie tipiche A, B e C, disposte su una linea retta. Supponiamo che la distanza fra A e B sia uguale alla distanza fra B e C. Quale che sia la velocità di B vista da A, il Principio cosmologico richiede che C abbia la stessa velocità rispetto a B. Ma si osservi allora che C, che dista da A il doppio della distanza fra A e B, sta anche muovendosi, rispetto ad A, con una velocità doppia di B. Possiamo aggiungere altre galassie alla nostra catena, e il risultato sarà sempre che la velocità di recessione di ogni galassia relativamente alle altre è proporzionale alla distanza che le separa.

Come spesso accade in ambito scientifico, quest'argomento può essere usato sia in avanti sia all'indietro. Accertando una proporzionalità fra le distanze delle galassie e le loro velocità di recessione, Hubble verificava indirettamente l'esattezza del Principio cosmologico. Questo fatto è, da un punto di vista filosofico, quanto mai soddisfacente: perché una parte o una direzione particolari dell'universo dovrebbero differire da qualsiasi altra? Ci assicura, inoltre, che gli astronomi stanno realmente osservando una considerevole porzione dell'universo, non un mero vortice locale compreso in un più vasto « Maëlstrom » cosmico. Inversamente, possiamo considerare il Principio cosmologico come garantito a priori e dedurre la relazione di proporzionalità tra distanza e velocità, come abbiamo fatto nel precedente capoverso. In tal modo, attraverso un procedimento relativamente semplice qual è quello della misurazione degli spostamenti Doppler, siamo in grado di valutare la distanza di oggetti lontanissimi sulla base della loro velocità.

A prescindere dalla misurazione degli spostamenti Doppler, il Principio cosmologico poggia su un altro supporto offerto dall'osservazione. Pur tenendo conto delle distorsioni dovute alla nostra galassia e al non lontano copioso ammasso di galassie appartenente alla costellazione della Vergine, l'universo appare notevolmente isotropo; presenta cioè lo stesso aspetto in tutte le direzioni. (Ciò è dimostrato in modo ancor più convincente dalla radiazione di fondo a microonde, di cui ci interesseremo nel prossimo capitolo.) Ma da Copernico in poi abbiamo imparato a diffidare della supposizione che l'ubicazione dell'umanità nell'universo abbia un significato speciale. Se dunque l'universo è isotropo intorno a noi, dovrebbe essere isotropo anche intorno a ogni galassia tipica. Ma ogni punto dell'universo può essere trasportato in qualsiasi altro punto da una serie di rotazioni intorno a centri fissi (fig. 2); se l'universo è isotropo intorno a ogni punto, necessariamente è anche omogeneo.

Prima di procedere oltre, occorre aggiungere qualche precisazione a proposito del Principio cosmologico. Innanzitutto, non vale ovviamente su piccola scala: noi ci troviamo in una galassia che appartiene a un piccolo gruppo locale di altre galassie (comprendente la M31 e la M33), il quale a sua volta si trova in prossimità dell'enorme ammasso di galassie della Vergine. In effetti, delle 33 galassie elencate nel catalogo di Messier, quasi la metà sono concentrate in una piccola parte del cielo, la costellazione della Vergine! Ammesso che sia valido, il Principio cosmologico

*entra in gioco solo dal momento in cui consideriamo l'universo su una scala almeno pari alla distanza tra ammassi di galassie, equivalente a circa 100 milioni di anni-luce.*

*Veniamo a un'altra puntualizzazione. Usando il Principio cosmologico per derivarne il rapporto di proporzionalità tra velocità e distanze delle galassie, abbiamo supposto che se la velocità di C rispetto a B è uguale alla velocità di B rispetto ad A, allora la velocità di C rispetto ad A è doppia della prima. Questa è la regola consueta per una somma di velocità familiari a noi tutti, una regola che senza dubbio funziona benissimo per le velocità relativamente modeste della vita quotidiana. Ma che non vale più per velocità prossime alla velocità della luce (300 000 chilometri al secondo); se così non fosse, sommando un certo numero di velocità relative, potremmo ottenere una velocità totale maggiore di quella della luce, ciò che non è consentito dalla Teoria speciale della relatività di Einstein. Per esempio, la regola abituale per la somma delle velocità ci dice che se un passeggero, su un aereo che volasse a una velocità pari a tre quarti della velocità della luce, sparasse in avanti un proiettile la cui velocità fosse anch'essa pari a tre quarti della velocità della luce, la velocità del proiettile rispetto al suolo risulterebbe pari a una volta e mezzo la velocità della luce, il che è impossibile. La relatività speciale evita questo problema modificando la regola per la somma delle velocità: la velocità di C rispetto ad A è in realtà un po' minore della somma delle velocità di B relativamente ad A e di C relativamente a B, secondo una formula tale che, per quante velocità inferiori a quella della luce noi sommiamo, non otterremo mai una velocità superiore a quella della luce.*

*Nessuno di questi problemi esisteva per Hubble nel 1929; nessuna delle galassie da lui studiate allora aveva una velocità prossima a quella della luce. Oggi, invece, quando i cosmologi meditano sulle smisurate distanze caratteristiche dell'universo nel suo complesso, devono operare in una cornice teorica in grado di ammettere velocità che si approssimano a quella della luce, devono cioè tenere conto delle teorie della relatività di Einstein, speciale (o ristretta) e generale. Di fatto, quando ci occupiamo di distanze di tale grandezza, il concetto stesso di distanza diventa ambiguo, e noi dobbiamo specificare se intendiamo la distanza misurata dall'osservazione di luminosità o di diametri o di moti propri o di qualcos'altro.*

*Tornando al 1929: Hubble stimò la distanza di 18 galassie sulla base della luminosità apparente delle loro stelle più brillanti e confrontò queste distanze con le velocità rispettive delle galassie, determinate spettroscopicamente sulla base dei loro spostamenti Doppler. - In seguito a quest'esame concluse che esisteva « una relazione pressoché lineare » (cioè una proporzionalità semplice) fra velocità e distanze. In realtà, dopo una occhiata ai dati di Hubble, mi chiesi perplesso come avesse potuto raggiungere una simile conclusione: le velocità galattiche*

*sembrano prive di qualsiasi rapporto con le distanze, se si prescinde da una lieve tendenza a un aumento della velocità con la distanza. In verità non dovremmo attenderci alcuna precisa relazione di proporzionalità fra velocità e distanza per queste 18 galassie: sono tutte troppo vicine, nessuna di esse trovandosi oltre l'ammasso della Vergine. È difficile evitare di dedurre che, fondandosi o sui ragionamenti semplici esposti sopra o sugli sviluppi teorici a essi collegati che esamineremo più avanti, Hubble conoscesse già la risposta che si proponeva di ottenere.*

*In ogni caso, nel 1931 i materiali d'osservazione si erano accumulati in misura notevole e Hubble fu in grado di verificare la proporzionalità fra velocità e distanza per galassie le cui velocità raggiungevano i 20 000 chilometri al secondo. Con le stime di distanze allora disponibili, la conclusione fu che le velocità aumentano di 170 chilometri al secondo ogni milione di anni-luce di distanza; una velocità di 20 000 chilometri al secondo significa pertanto una distanza di 120 milioni di anniluce. Questa cifra, che indica un certo aumento di velocità in relazione alla distanza, è nota generalmente come « costante di Hubble ». (Si tratta di una costante nel senso che la proporzionalità fra velocità e distanza è la stessa per tutte le galassie in un dato tempo; ma, come vedremo, la costante di Hubble muta col tempo man mano che l'universo si evolve.)*

*Nel 1936 Hubble, in collaborazione con lo spettroscopista Milton Humason, riuscì a misurare la distanza e la velocità dell'ammasso di galassie Ursa Maior II. Trovò che tale ammasso stava allontanandosi a una velocità di 42 000 chilometri al secondo (il 14 per cento della velocità della luce). La distanza, stimata allora a 260 milioni di anni-luce, era al limite della potenza dello strumento di*

*Monte Wilson, e il lavoro di Hubble dovette fermarsi qui. Dopo la guerra, con l'avvento di telescopi più potenti negli osservatori di Palomar e Monte Hamilton, il programma di Hubble fu ripreso da altri astronomi (segnatamente da Allan Sandage, degli osservatori di Palomar e di Monte Wilson) e continua tuttora.*

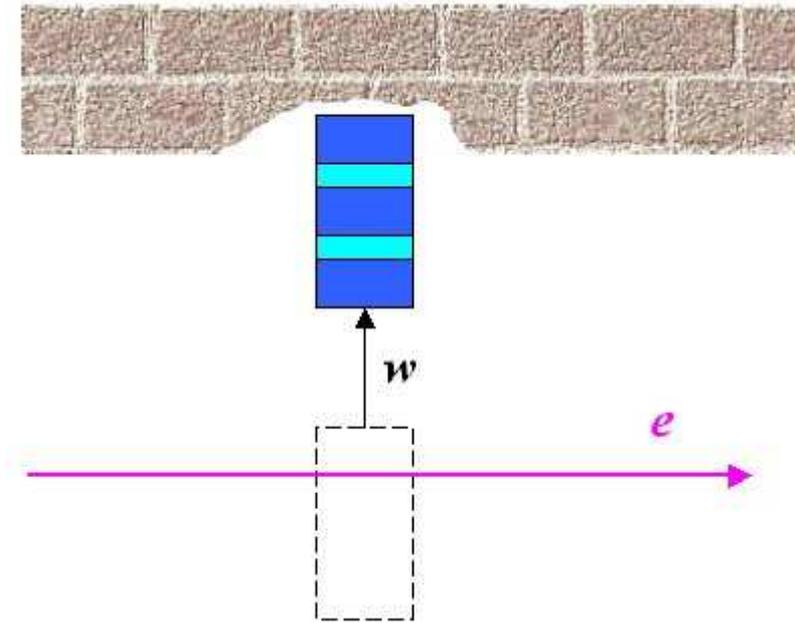
*La conclusione che viene generalmente tratta da questo mezzo secolo di osservazioni è che le galassie stanno allontanandosi da noi, con velocità proporzionali alla distanza (almeno finché si tratta di velocità non troppo vicine a quella della luce). Ovviamente, come abbiamo già sottolineato nella nostra discussione del Principio cosmologico, ciò non significa che noi ci troviamo in una posizione del cosmo particolarmente favorevole o sfavorevole; ogni galassia si sta allontanando da ogni altra galassia con una velocità relativa proporzionale alla reciproca distanza. La modifica più importante apportata alle conclusioni originali di Hubble è una revisione della scala delle distanze extragalattiche: in parte per effetto di una correzione, operata da Walter Baade e altri, della relazione periodo-luminosità delle cefeidi determinata dalla Leavitt e da Shapley, le distanze delle galassie più lontane sono stimate oggi circa dieci volte maggiori di quanto non si pensasse al tempo di Hubble. Il valore della costante di Hubble oggi accettato è così sceso a soli 15 chilometri al secondo per ogni milione di anni-luce.*

*Che cosa ci dice tutto ciò a proposito dell'origine dell'universo? Se le galassie stanno allontanandosi l'una dall'altra, in passato devono essersi trovate molto più vicine. Per la precisione, se la loro velocità è stata costante, allora il tempo impiegato da due galassie scelte a piacere per venirsi a trovare separate dalla distanza attuale è esattamente uguale alla distanza attuale divisa per la loro velocità relativa. Ma con una velocità proporzionale alla distanza attuale, questo tempo risulta identico per ogni coppia di galassie scelte a piacere: in passato, esse devono essersi trovate tutte molto vicine nello stesso tempo. Fissando la costante di Hubble in 15 chilometri al secondo per milione di anni-luce, il tempo trascorso da quando le galassie hanno cominciato ad allontanarsi l'una dall'altra sarebbe un milione di anni-luce diviso per 15 chilometri al secondo, ossia 20 miliardi di anni. Ci riferiremo all'« età » calcolata in questo modo come al « tempo di espansione caratteristico »: semplicemente, l'inverso della costante di Hubble. La vera età dell'universo è di fatto minore del tempo di espansione caratteristico perché le galassie non si sono mosse con velocità costante ma con una velocità lentamente decrescente in conseguenza della reciproca gravitazione. Perciò, se la costante di Hubble è di 15 chilometri al secondo per ogni milione di anni-luce di distanza, l'età del l'universo dev'essere inferiore a 20 miliardi di anni.*

*A volte riassumiamo queste nozioni dicendo in sintesi che le dimensioni dell'universo stanno aumentando. Ciò non significa necessariamente che l'universo abbia dimensioni finite, anche se può essere così. Usiamo questo linguaggio perché in ogni intervallo di tempo dato la distanza fra due galassie tipiche scelte a piacere aumenta di una stessa quantità frazionaria. Durante ogni intervallo abbastanza breve perché le velocità delle galassie rimangano approssimativamente costanti, l'aumento della distanza fra due galassie tipiche scelte a piacere sarà dato dal prodotto della loro velocità relativa per il tempo trascorso; ovvero, applicando la legge di Hubble, dal prodotto della costante di Hubble per la distanza per il tempo. Ma allora il rapporto fra l'aumento della distanza e la distanza stessa sarà dato dal prodotto della costante di Hubble per il tempo trascorso, prodotto che è uguale per ogni coppia di galassie scelte a piacere. Per esempio, durante un intervallo di tempo pari all' 1 per cento del tempo di espansione caratteristico (che è, come abbiamo visto, l'inverso della costante di Hubble), la distanza fra due galassie qualsiasi aumenterà dell'1 per cento. Diremo allora, in termini non rigorosi, che le dimensioni dell'universo si sono accresciute dell'uno per cento. »*

## 4.1 Come ingrassare senza mangiare

Sono già crollate due grandezze tradizionalmente considerate immutabili dalla fisica classica: lunghezza e tempo. Ora vedremo come Einstein fece cadere anche un'altra testa illustre: quella dell'**immutabilità della massa**. E non é cosa da poco, perché tra l'altro massa significa anche **quantità di materia**, e tutta la chimica moderna, abbandonati i sogni degli alchimisti, si basava sul celebre **PRINCIPIO DI LAVOISIER**: « **In natura, nulla si crea e nulla si distrugge** ». Insomma, non si può produrre un quintale di acciaio se non partendo da un'uguale quantità di ferro e di carbonio. Nessuno avrebbe dato credito all'idea che un uomo di 90 Kg possa aumentare a 150 Kg senza una scorpacciata di 60 Kg di dolci; ora vedremo invece che ciò é possibilissimo.



Consideriamo un'automobile che si muove a velocità  $w$  verso un muretto: se essa procede lentamente, toccando il muro, si fermerà senza scalfirlo; se la sua velocità, però, é elevata, possiede un impulso molto elevato ( $mv$ ) e sfonda il muretto. Rimanendo incastrata in esso, vi trasferisce tutta la propria quantità di moto. Supponiamo ora che un elettrone passi, a velocità  $v$ , prossima a quella della luce, parallelamente al muretto. Per la contrazione dei tempi, esso vedrà l'automobile muoversi lentissima verso il muretto, eppure sfondarlo, come se si potesse far crollare il muro di casa solo appoggiandovi la mano.

Per spiegare l'incongruenza (che una bassa velocità  $w'$  possa imprimere un'altissima quantità di moto), bisogna ammettere che, mentre la velocità si é notevolmente ridotta, la sua **massa** sia **notevolmente aumentata**. L'impulso della forza é sempre lo stesso, quindi:

$$m w = m' w'$$

ma:

$$w' = w \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

quindi:

$$m w = m' w \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$m' = m \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad (4.1)$$

Il risultato ottenuto é importantissimo: con il crescere delle velocità, cresce anche la massa del corpo (**MASSA INERZIALE**). Non va confuso l'aumento relativistico della massa con l'impulso medesimo, cioè non si deve credere che un corpo che cade da un metro faccia meno danno di uno che da dieci perché va meno veloce e la sua massa é minore: a velocità così bassa rispetto ai 300.000 Km/s della luce, la massa é praticamente la stessa che a corpo fermo. Se una persona di 90 Kg di peso si trova sul treno di Eistein, la sua massa risulta di:

$$m = \frac{90 \text{ Kg}}{\sqrt{1 - \left(\frac{250.000}{300.000}\right)^2}} = \frac{90 \text{ Kg}}{\frac{3}{5}} = 150 \text{ Kg}$$

Come annunciato, un uomo di 90 Kg può aumentare di colpo dei due terzi del suo peso: basta che salga sul treno di Einstein...

Anche l'aumento relativistico della massa non é cosa che interessi solo gli scrittori di fantascienza. Di essa devono quotidianamente tener conto coloro che progettano acceleratori di particelle e sistemi di confinamento per plasmi, in quanto alle velocità cui le particelle si muovono in tali apparecchiature le variazioni di massa non sono solo apprezzabili, ma anzi piuttosto consistenti!

## 4.2 La massa è energia

L'espansione delle masse porta a conclusioni sorprendenti. Anzitutto, la condizione di esistenza dell'espressione che fornisce il valore di  $m'$  è:

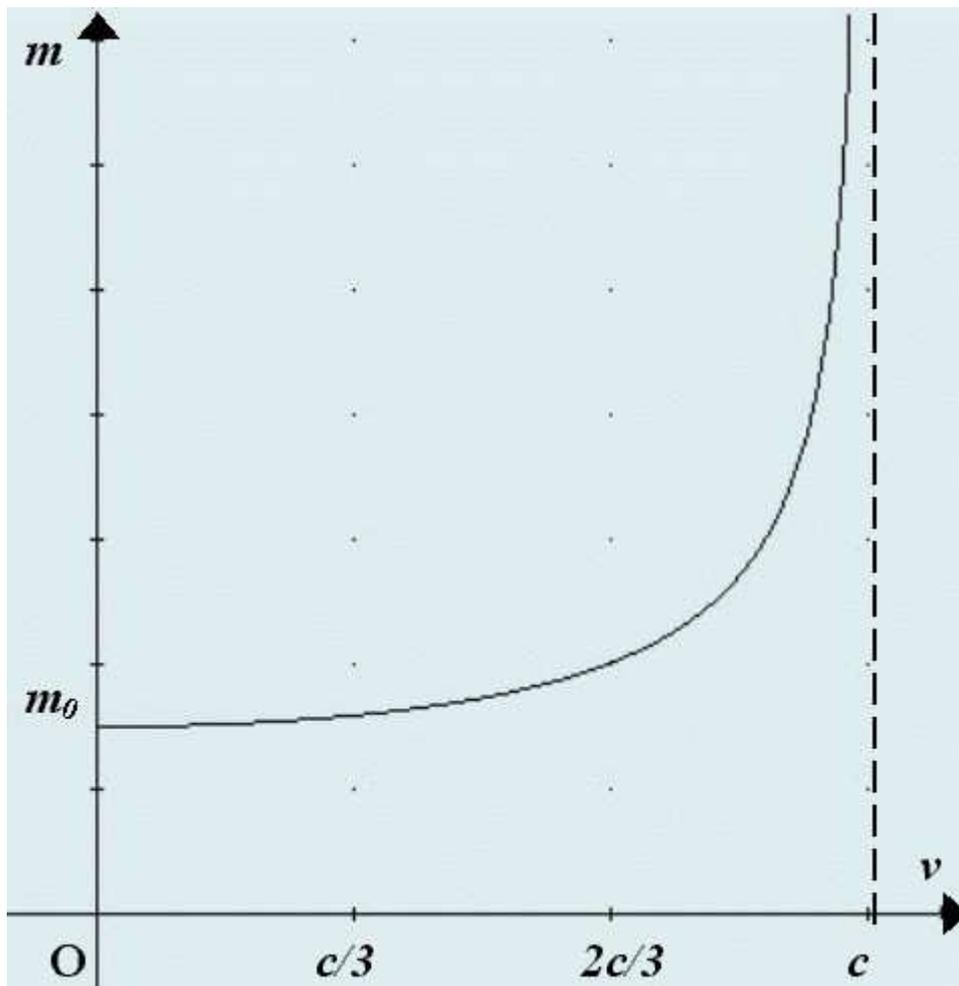
$$0 \leq v < c$$

Se in particolare  $v$  tende ad avvicinarsi a  $c$ :

$$\lim_{v \rightarrow c} \frac{m}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \infty$$

Ciò vuol dire che le velocità non possono crescere all'infinito. Secondo la fisica classica ciò era possibile; invece, a partire da Einstein, **la velocità della luce diviene INSUPERABILE.**

Crollano così i sogni di poter costruire fantascientifiche astronavi in grado di macinare anni luce al secondo: un corpo potrà avvicinarsi alla velocità della luce, ma mai uguagliarla. Inoltre, ad altissime velocità andare più veloce risulta difficile. Infatti, la massa cresce sempre di più, e più un corpo è massiccio, più energia si dovrebbe fornire per imprimergli una certa velocità. Il Secondo Principio della Dinamica asserisce che applicando una forza  $F$  ad un corpo, essa gli imprime una accelerazione  $a$ . Secondo Newton al crescere di  $F$ , anche  $a$  doveva crescere indefinitamente. Invece, ad un certo punto, l'energia fornita dalla forza applicata, invece di produrre ulteriore accelerazione, **SI RIVERSA NELLA MASSA.**



È per questo che, accelerando un corpo, apparentemente si "crea" materia, contro il principio di La-

voisier. In realtà non vi è nessuna creazione: semplicemente, è l'energia fornita al corpo che **si trasforma in massa**. Fu proprio tale considerazione che condusse Einstein alla sua più grande scoperta. Vediamo come.

Si consideri il prodotto  $(1-x) \cdot \left(1 + \frac{x}{2}\right)^2$ . Operiamo su di esso nel modo seguente:

$$(1-x) \cdot \left(1 + \frac{x}{2}\right)^2 = (1-x) \cdot \left(1 + \frac{x^2}{4} + x\right) = 1 + \frac{x^2}{4} + x - x - \frac{x^3}{4} - x^2 = 1 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{x^3}{4}$$

Se  $x \ll 1$  (cioè  $x$  è molto minore di 1),  $x^2$  e  $x^3$  sono trascurabili. Si ha quindi:

$$(1-x) \cdot \left(1 + \frac{x}{2}\right)^2 \approx 1$$

cioè, con facili passaggi algebrici:

$$\frac{1}{\sqrt{1-x}} \approx 1 + \frac{x}{2}$$

Se si usa la sostituzione:

$$x = \left(\frac{v}{c}\right)^2$$

si ottiene:

$$m_d = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \approx m_0 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right)$$

dove  $m_0$  è la **massa a riposo** del corpo, calcolata quando la sua velocità rispetto all'osservatore è zero, mentre  $m_d$  è la sua **massa dinamica**, a velocità  $v$ . Se si moltiplicano entrambi i membri per  $c^2$  e si sviluppa, si perviene all'equazione:

$$m_d c^2 = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$$

Einstein ebbe il genio di intendere che  $m_d c^2$  è l'**ENERGIA TOTALE** del corpo. Essa risulta la somma dell'energia cinetica  $\frac{1}{2} m_0 v^2$ , fornita dal moto, e dell'addendo  $m_0 c^2$ .

Einstein notò che, se  $v = 0$ , l'energia totale del corpo si riduce a  $m_0 c^2$ , e la chiamò **ENERGIA A RIPOSO** del corpo. Esiste quindi una perfetta equivalenza tra materia ed energia, espressa dalla celeberrima « *formula di Einstein* »:

$$E = m c^2 \quad (4.2)$$

L'esattezza dimensionale della formula è immediata:

$$[ m c^2 ] = [ m l^2 t^{-2} ] = [ l^2 m t^{-2} ] = [ E ]$$

Einstein sostituì la conservazione della massa stabilita da Antoine Lavoisier con quella della massa dinamica:

$$m_d = m'_d + m''_d + m'''_d + m^{IV}_d + \dots$$

e, se si moltiplica per  $c$  :

$$m_d c = m'_d c + m''_d c + m'''_d c + m^{IV}_d c + \dots$$

ovvero:

$$m_d^{tot} c^2 = m'_0 c^2 + \frac{1}{2} m'_0 v^2 + m''_0 c^2 + \frac{1}{2} m''_0 v^2 + \dots$$

Questo prende il nome di **conservazione della massa-energia**: in ogni fenomeno si conserva sempre la somma delle masse e delle energie coinvolte.

Il risultato ottenuto è importantissimo, poiché significa che massa ed energia possono trasformarsi indifferentemente l'una nell'altra; in termini euristici, non è sbagliato dire che in un processo interviene « **un chilo di energia** »! Questo giustifica tra l'altro l'abitudine, assai diffusa nella Fisica della Materia, di misurare le masse delle particelle **con unità energetiche**. Facciamo un esempio semplice: la massa dell'elettrone, com'è noto, è di  $9 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$ . Ma il chilogrammo è un'unità troppo grande per le particelle su scala nucleare! Determiniamo allora l'energia a riposo in Joule di un elettrone attraverso la (4.2):

$$E_0 = mc^2 = 9 \cdot 10^{-31} \text{ Kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 8,1 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Anche il Joule è un'unità troppo grande su questa scala, un po' come se noi pretendessimo di misurare le nostre altezze in anni luce. Allora utilizziamo l'elettron-Volt, definito come l'energia posseduta da un elettrone che si muove nella differenza di potenziale di un Volt. Poiché la carica di un elettrone vale notoriamente  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , si ha:

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

perché un Volt è pari ad un Joule su un Coulomb. L'energia a riposo di un elettrone vale perciò:

$$E_0 = \frac{8,1 \cdot 10^{-14} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ eV J}^{-1}} \cong 511.000 \text{ eV} = 0,511 \text{ MeV}$$

Dove **MeV** indica il Megaelettron-Volt, cioè un milione di elettron-Volt.

Purtroppo però l'equazione (4.2), oltre ad essere una delle pietre miliari della Fisica del Novecento, ha anche un tragico rovescio: costituisce infatti il fondamento teorico delle **armi nucleari**, in grado di trasformare una piccola massa in un enorme quantitativo di energia, che si libera con effetti catastrofici. Prima di proseguire in questa affascinante unità soffermiamoci un attimo a riflettere su questo punto. Lo stesso Einstein comprese la sciagurata possibilità di utilizzare a fini bellici la sua più importante scoperta allorché nel 1938, proprio mentre si profilava la Seconda Guerra Mondiale con l'invasione della Cecoslovacchia da parte di quell'Hitler che già lo aveva costretto all'esilio negli USA a causa dei suoi deliranti proclami contro la stirpe ebraica, il fisico **Otto Hahn** (1879-1968) ed il chimico **Fritz Strassman** (1902-1980) da Berlino annunciavano al mondo la scoperta della fis-

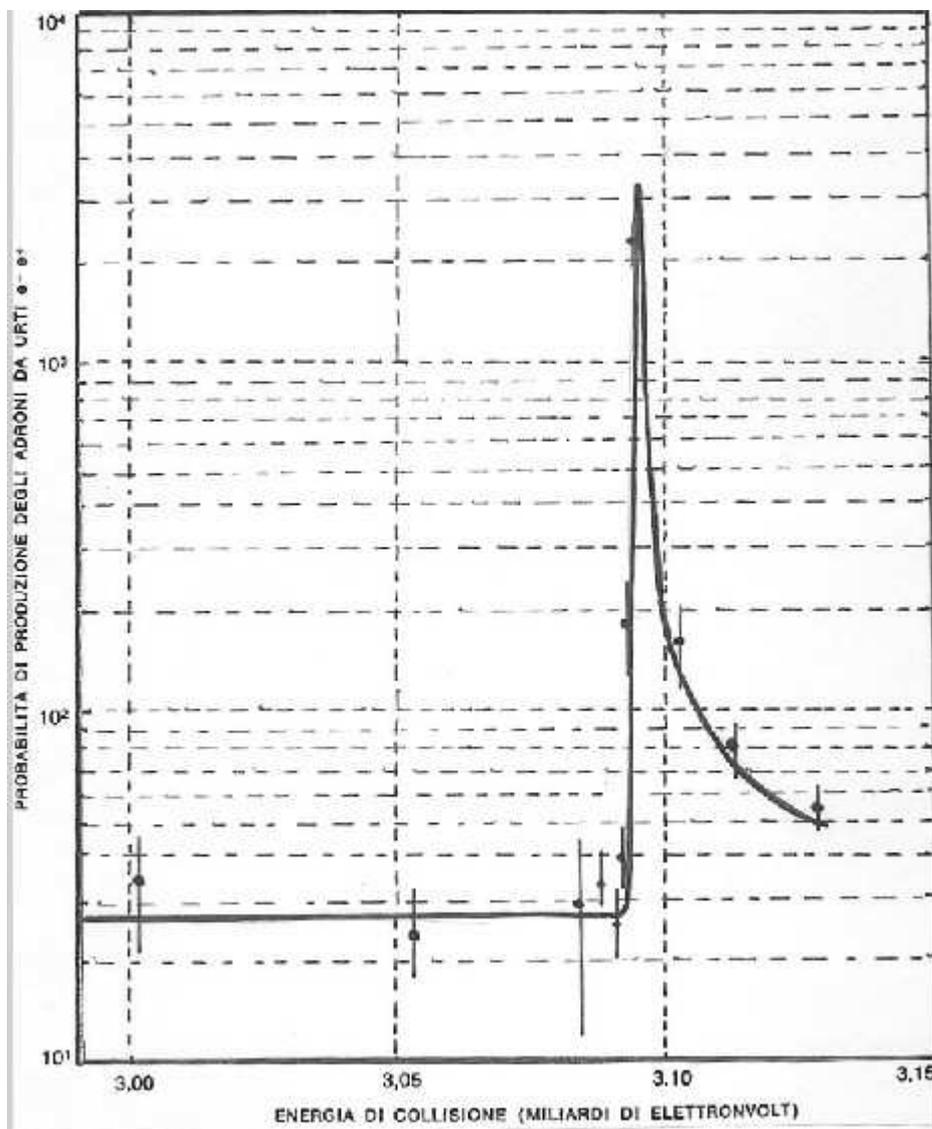
**sione nucleare.** Allora, temendo che se Hitler fosse riuscito a costruire per primo la bomba atomica la avrebbe usata per ridurre il mondo ai suoi piedi, il 2 agosto 1939 Einstein indirizzò al Presidente degli Stati Uniti Franklin Delano Roosevelt una lettera, nella quale chiedeva l'inizio del programma nucleare. Il risultato di quel programma è, purtroppo, ben noto: centinaia di migliaia di morti nelle città martiri di Hiroshima e Nagasaki. Einstein non si perdonò mai di aver scritto quella lettera, e si impegnò fino all'ultimo dei suoi giorni in campagne pacifiste.



### 4.3 Materializzazione ed annichilazione

Abbiamo visto che le armi nucleari possono trasformare la massa in energia. Ma è possibile assistere al fenomeno contrario, cioè ad un vero e proprio caso di « materializzazione » dell'energia, o questa rimane una mera speculazione della Fisica Matematica? È possibile: eccone un esempio eloquente. Se un **elettrone** e un **positrone** (elettrone positivo) si scontrano, possono dare vita ad una **risonanza**, cioè ad un improvviso aumento di probabilità di rivelazione di nuove particelle. Normalmente, i costituenti base della materia si studiano proprio così: facendo scontrare, ad altissima velocità, particelle a noi note e studiando quello che salta fuori. Usando un efficace paragone ideato dal fisico Piero Bianucci, è come studiare il funzionamento delle automobili facendole scontrare, acceleratore a tavoletta, e poi esaminando i loro rottami...

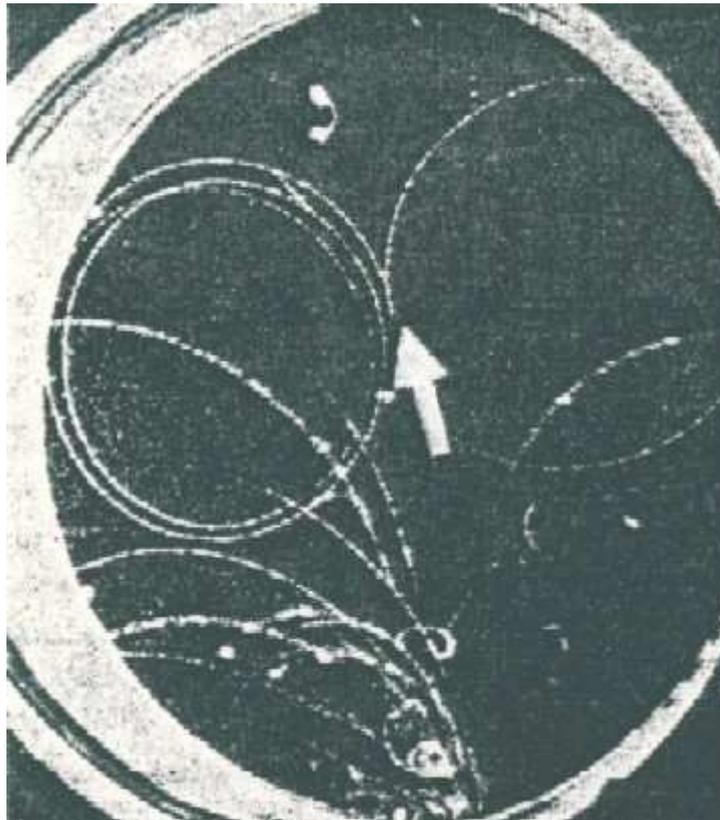
È stato un esperimento di questo tipo a condurre alla scoperta, avvenuta negli USA nel novembre 1974, di una nuova particella, detta **PSI** ( $\Psi$ ), con una massa di **3095 MeV**, corrispondente al picco di risonanza di questo diagramma:



Il positrone ha la stessa massa dell'elettrone, quindi la particella Psi pesa circa **3000** volte di più delle particelle che collidendo l'hanno generata... È mai possibile una cosa di questo genere? Ciò si può spiegare solo tenendo conto che non sono le masse a riposo a sommarsi, ma le masse dinamiche: elettrone e positrone si sono scontrati ad alta velocità, ed **il loro impulso si è cambiato in massa!** È come se, dopo l'urto frontale di due utilitarie, i pompieri dovessero rimuovere un mo-

struoso ammasso di qualcosa come 5000 tonnellate di ferraglia !!!

Addirittura, é possibile oggi **MATERIALIZZARE ENERGIA**: la figura qui sotto mostra proprio un "miracolo" di questo tipo. La freccia indica il punto dove un "quanto", cioè un pacchetto di energia, ha dato origine ad un doppietto elettrone-positrone: le due particelle si muovono poi in direzione opposta, come mostra la loro traccia in camera a nebbia, poiché é presente un campo magnetico (ortogonale al foglio) e le due particelle hanno carica uguale ed opposta. La **carica**, questa sì, nessuno finora é riuscita a crearla, e sembra proprio che sia invariante con qualunque sistema di riferimento. Sembra, dico, perché qualunque teoria fisica é valida fino a che qualche fatto sperimentale nuovo non viene a smentirla, come avvenne per la conservazione della Parità, quando si scoperse che i mesoni **K** la violavano nel loro decadimento. Al momento attuale, nessuno ha mai visto la carica non conservarsi in una qualche trasformazione fisica; é in virtù di questo e solo di questo che, **PER ORA**, affermiamo che **LA CARICA SI CONSERVA!**



Il fenomeno inverso, cioè la trasformazione della massa in energia, prende il nome di **ANNICILIAZIONE**. La particella Psi ha una vita media di soli  $10^{-20}$  secondi, dopo di che sparisce, e tra i decadimenti permessi vi é quello in due **fotoni** che, come diremo nel paragrafo 4.4, sono semplici "pacchetti" di energia radiante, senza massa a riposo. Le masse di elettrone e positrone si sono così integralmente convertite in energia! Elettrone e positrone sono due esempi del dualismo **MATERIA – ANTIMATERIA**: accanto alla materia di cui siamo composti noi, ne dovrebbe esistere un'altra, con le stesse caratteristiche fisiche, esclusa la carica, che deve essere sistematicamente **OPPOSTA**. Così, l'"Anti-idrogeno" dovrebbe essere un atomo con al centro un antiprotone, di carica negativa, ed un positrone, di carica positiva, in orbita attorno ad esso. La collisione di materia ed antimateria libererebbe l'intera loro energia a riposo.

Se si riuscisse a sfruttare completamente questo fenomeno, si avrebbe a disposizione un'inesauribile fonte di energia: un chicco di caffè del peso di un grammo, toccando il suo duale fatto di antimateria, libererebbe una quantità enorme di energia, pari a:

$$E = m c^2 = 10^{-3} \text{ Kg} * 9 * 10^{16} \text{ m} / \text{s} = 9 * 10^{13} \text{ Joule}$$

più o meno pari a quella dell'atomica su Hiroshima! Se si pensa che  $10^{14}$  Joule rappresentano all'incirca l'equivalente energetico dell'esplosione di **30.000 tonnellate di tritolo** (cioè **30 chilotoni**), si capisce una volta di più quanto fu profetica la celebre affermazione di John Fitzgerald Kennedy: « dobbiamo distruggere le armi nucleari prima che siano le armi nucleari a distruggere noi! »

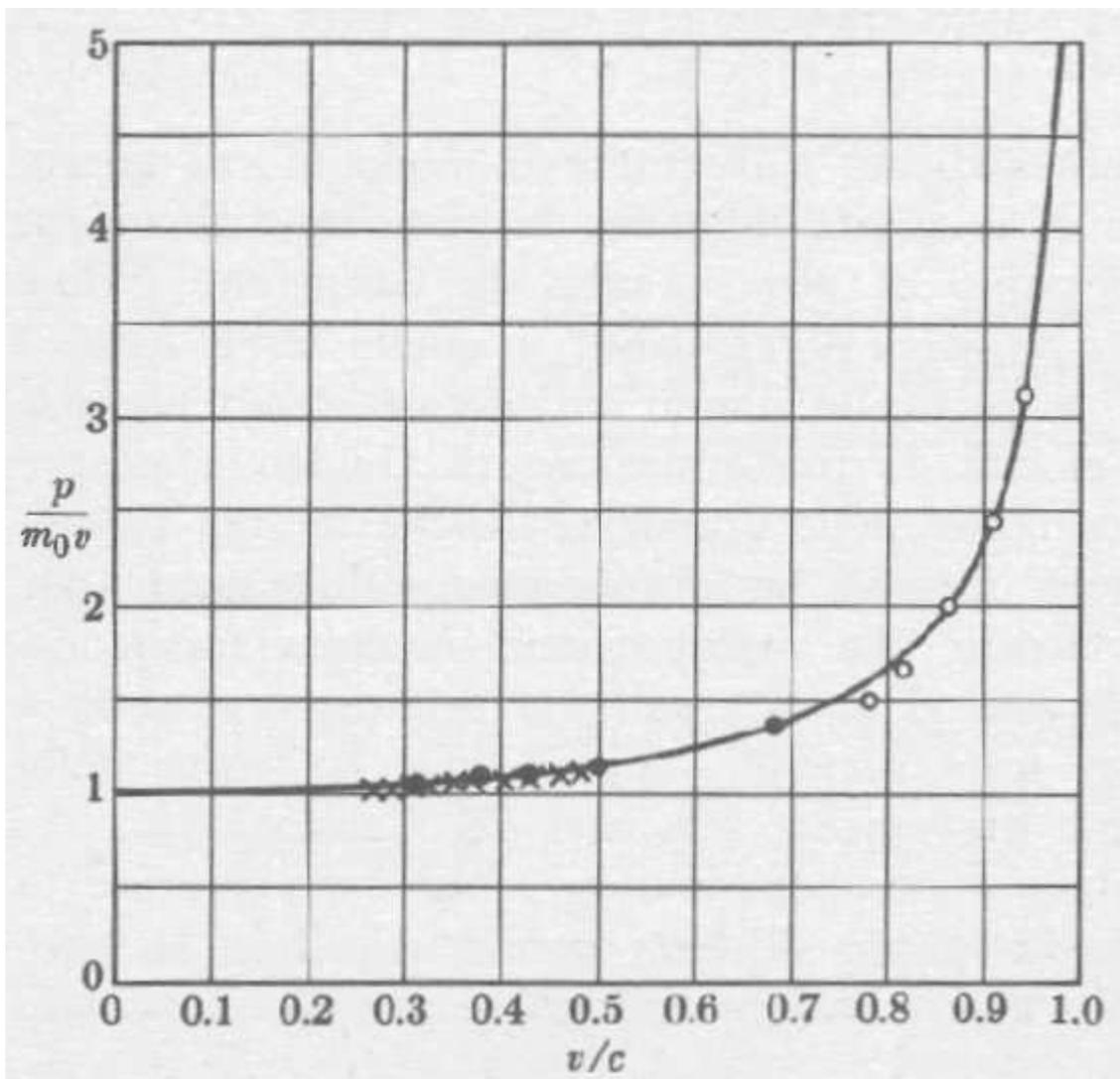
Tornando a temi più ameni, qualche scrittore di fantascienza ha ideato avveniristiche astronavi che, sfruttando il fenomeno dell'annichilazione, potrebbero spingersi sino a velocità prossime a quella della luce. Si tratta però solo di sogni, perché non solo è difficile produrre antimateria, ma anche e soprattutto è quasi impossibile tenerla confinata: un solo contatto fra antiparticelle potrebbe innescare, in un ipotetico motore ad annichilazione, un'esplosione così terribile che, al confronto, lo scoppio dell'atomica di Hiroshima apparirebbe sì e no come un innocuo petardo. L'antimateria è come il **solvente universale**, un composto inutilmente vagheggiato dagli alchimisti medioevali, in grado di sciogliere tutto ciò con cui veniva a contatto. Se anche l'avessero scoperto, dove avrebbero trovato un recipiente in grado di contenerlo, senza essere sciolto a sua volta?...

#### 4.4 Particelle senza massa

In base alla teoria dell'espansione delle masse, anche le espressioni della **quantità di moto**  $p$  e dell'**energia totale**  $E_{tot}$  risultano modificate. D'ora in poi si seguirà la consuetudine di porre  $\frac{v}{c} = \beta$ ; estendendo la definizione classica  $p = m v$  mediante la (4.1), si ha:

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (4.3)$$

La (4.3) può essere verificata sperimentalmente: basta misurare la quantità di moto di una particella accelerata in un sincrotrone. Ed ecco i risultati sperimentali ottenuti da W.Kauffman nel 1901 (cerchietti bianchi), da A.Bucherer nel 1909 (cerchietti neri) e da C.Guye e C.Lavanchy nel 1915 (le crocette). La figura è tratta da un'edizione d'epoca di Scientific American:



Si noti come il grafico soprastante sia sostanzialmente identico a quello del paragrafo 4.2, giacché entrambi, in buona sostanza, rappresentano il rapporto  $1/\sqrt{1-\beta^2}$  in funzione di  $v/c$  ! In effetti, soltanto per velocità molto grandi si verifica una notevole differenza della quantità di mo-

to della particella rispetto al valore  $m_0 v$  previsto dalla meccanica newtoniana: se  $v = c / 2$ , si ha solo  $p / m_0 v = 1,15$ , cioè l'aumento relativistico della quantità di moto è appena del 15 %. Per piccole velocità ( $v \ll c$ ) si può ritenere  $1/\sqrt{1-\beta^2} \approx 1$ , e la (4.3) coincide con l'espressione classica della quantità di moto. Questo dimostra che la Fisica Classica non è tutta da buttar via, ma rappresenta un' **approssimazione** della Fisica Relativistica, valida a basse velocità. Quanto poi all' **energia**, si dimostra che si può scrivere:

$$E_{tot} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (4.4)$$

la dimostrazione richiede il calcolo integrale, e verrà trattata nell'Approfondimento. La (4.4) ci dice che, per  $v = 0$ , l'energia **non è zero**, come risulterebbe dall'espressione classica dell'energia cinetica, bensì  $m_0 c^2$ , cioè l'energia a riposo del corpo. Al crescere di  $v$  il denominatore tende a zero, per cui l'energia cresce indefinitamente, e ciò giustifica il nome di **dinamica delle alte energie** che viene solitamente dato all'argomento dell'unità 4. Si noti che, nel modello newtoniano, a velocità  $c$  una particella avrebbe un'energia cinetica finita  $m_0 c^2/2$ , mentre nel modello einsteiniano a velocità  $c$  l'energia diventa infinita, sulla scorta della dilatazione della massa. E ciò non fa altro che confermare l'illusorietà della speranza dell'Enterprise di capitano Kirk di raggiungere o addirittura superare la velocità della luce.

Dalla (4.3) si può ricavare  $v^2$  :

$$v^2 = \frac{p^2 c^2}{p^2 + m_0^2 c^2}$$

che, sostituita nella (4.4), dopo varie semplificazioni algebriche fornisce:

$$E_{tot} = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$$

Essa permette di trovare l'energia totale in funzione della massa a riposo  $m_0$  e della quantità di moto  $Q$  della particella. Se in particolare  $m_0 = 0$  si ha:

$$E_{tot} = p c \quad (4.5)$$

quindi, un'ipotetica **particella senza massa** può ancora avere una certa quantità di moto, contrariamente a quanto sostiene la Fisica Classica! Ma esistono particelle senza massa? Certamente. É il caso del **fotone**, il "quanto" che trasporta l'energia delle onde elettromagnetiche, anch'esso previsto da Einstein nei suoi lavori sull'effetto fotoelettrico (1905). Secondo Einstein, esso é totalmente privo di massa a riposo, ma gli si deve associare un'energia pari a:

$$E = h f \quad (4.6)$$

dove  $f$  é la frequenza dell'onda elettromagnetica ed  $h$  la costante di Planck:

$$h = 6.67 * 10^{-34} J s$$

Perciò, nonostante esso sia totalmente privo di massa a riposo (nel senso che non può neppure aver senso parlare di un fotone "a riposo"), ad esso si associa anche una quantità di moto:

$$p = \frac{E_{tot}}{c} = \frac{h f}{c}$$

e quindi una massa dinamica:

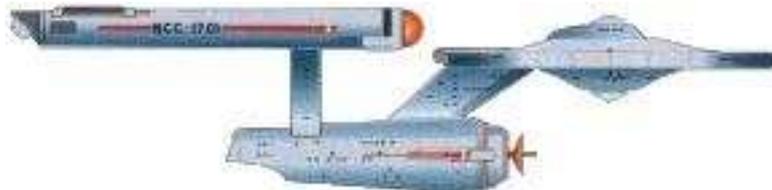
$$m' = \frac{h f}{c^2} \quad (4.7)$$

Di altre particelle si suppone abbiano massa nulla. Vi é per esempio il **gravitone**, non ancora osservato, ma previsto dalle teorie dei campi come presunto mediatore del campo gravitazionale. Ci sono i neutrini, di cui si discute da decenni se abbiano massa nulla o non nulla. E lo zoo delle particelle a massa zero non finisce certo qui.

Chiudiamo con un'ultima osservazione. Se la luce è "fatta" di fotoni, si presuppone che essi possano viaggiare alla velocità della luce. Anzi, siccome è impossibile far « rallentare » la luce in base ai postulati di Einstein, è evidente che i fotoni possano viaggiare solo alla velocità della luce. Questo non è in contrasto con la nostra affermazione circa l'irraggiungibilità della velocità della luce? No, proprio perché il fotone ha massa a riposo nulla. Solo per una particella dotata di massa a riposo vige il divieto di uguagliare  $c$ , giacché altrimenti la (4.4) richiederebbe un'energia infinita per riuscirci. Per questo le particelle in natura si possono distinguere in due famiglie:

- di massa a riposo nulla, che si possono muovere **solo** alla velocità della luce;
- di massa a riposo non nulla (**bradioni**), che possono avvicinarsi a  $c$  senza mai raggiungerla.

Secondo alcuni esistono anche delle particelle (**tachioni**) che possono muoversi **solo** a velocità **superiore** a quella della luce, senza mai rallentare al di sotto di essa. Ciò è mai possibile? Sì, ma solo se esse hanno massa a riposo immaginaria (il che vuol dire che NON esistono a riposo). Nessuno però è mai riuscito finora ad identificarle: gli studenti di Fisica sappiano che c'è un Nobel che li aspetta, casomai un giorno fossero proprio loro a riuscirci!



*Purtroppo la mitica Enterprise di Kirk e Spock è destinata a rimanere per sempre confinata nelle serie TV.*

## Approfondimento 2: Analisi quantitativa della dinamica relativistica

In questo approfondimento intendiamo vedere come si affronta il problema della Dinamica Relativistica utilizzando il calcolo differenziale, ed usarlo per ricavare la (4.4).

Il Secondo Principio della Dinamica afferma che:

$$F = \frac{dp}{dt}$$

cioè la forza è pari alla variazione della quantità di moto nel tempo. Usando la (4.3), abbiamo allora:

$$F = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) \quad (4.8)$$

La (4.8) è molto difficile da risolvere, essendo la  $v$  a numeratore una grandezza vettoriale. Supponiamo tuttavia di studiare il moto unidimensionale, e di usare quest'espressione per trovare l'energia cinetica della particella relativistica, sulla scorta del **Teorema dell'Energia Cinetica**:

$$L = E_{c1} - E_{c0}, \text{ cioè: } E_c = \int_0^v F dr$$

La (4.8) fornisce allora:

$$E_c = \int_0^v \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) dr = \int_0^v v \cdot \frac{d}{dr} \left( \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right)$$

Integrando per parti si ottiene:

$$E_c = \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \int_0^v \frac{m_0 v dv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + m_0 c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2} - m_0 c^2$$

ed eseguendo il denominatore comune tra i primi due termini si ottiene finalmente l'energia cinetica di una particella che si muove con velocità  $v$  rispetto ad un osservatore:

$$E_c = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 c^2 \quad (4.9)$$

Il risultato ottenuto è particolarmente suggestivo, poiché usando la (4.1) è possibile scrivere quella che viene di solito chiamata **Equazione relativistica per l'energia**:

$$E_c = m c^2 - m_0 c^2 = (m - m_0) c^2$$

dunque **ogni incremento di energia del sistema appare come un incremento di massa**. Ad esempio, ogni variazione di energia potenziale dovuta ad un riassetto interno del sistema si può esprimere tramite una variazione di massa. A causa della presenza del fattore  $c^2$ , però, le varia-

zioni di massa sono apprezzabili solo se le variazioni di energia sono molto grandi. A questo punto, basta ricordare che l'energia totale di un sistema è pari alla somma della sua energia cinetica e della sua energia a riposo, per ottenere:

$$E_{tot} = E_c + m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

in perfetto accordo con la : (4.4). Ed anche l'appassionato di matematica è servito.

Dato che abbiamo tra le mani lo strumento del Calcolo differenziale, utilizziamolo per determinare **il moto rettilineo dovuto ad una forza costante** secondo la Dinamica delle Alte Energie. Secondo Galilei e Newton, tale moto era rettilineo uniformemente accelerato. Per determinare la velocità relativistica di un tale moto, occorre integrare entrambi i membri della (4.8), ottenendo:

$$\int F dt = \int \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) dt$$

ma F è costante, per cui esce dall'integrale, mentre a secondo membro integrale e derivata si elidono, essendo l'uno l'operazione inversa dell'altro:

$$F t = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

risolvendo rispetto alla velocità troviamo:

$$v(t) = \frac{\frac{F}{m_0} t}{\sqrt{1 + \left( \frac{F}{m_0 c} \right)^2 t^2}}$$

Per t molto piccolo (cioè all'inizio del moto) il secondo termine a denominatore si può trascurare, e si ottiene:

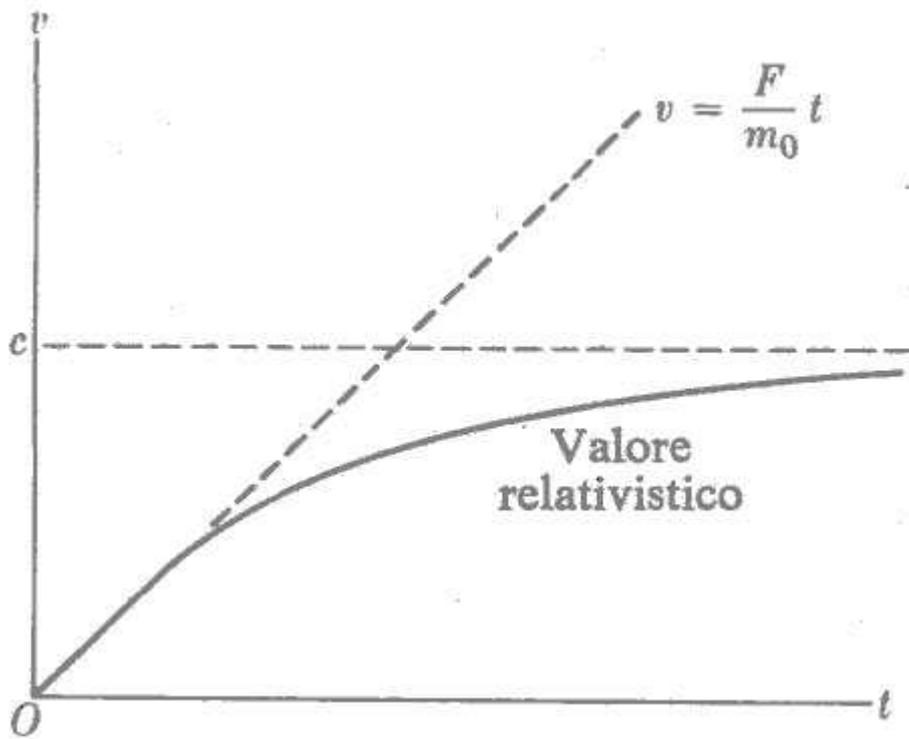
$$v(t) = \frac{F}{m_0} t$$

Che è esattamente l'equazione non relativistica del moto, perché  $F/m_0 = a$ . Al contrario, per t molto grande l'uno a denominatore è trascurabile rispetto al secondo termine, e rimane:

$$v(t) \approx \frac{\frac{F}{m_0} t}{\sqrt{\left( \frac{F}{m_0 c} \right)^2 t^2}} = \frac{\frac{F}{m_0} t}{\frac{F}{m_0 c} t} = c$$

Cioè  $v = c$ . Questo risultato è importantissimo perché, secondo la meccanica classica, la velocità di

un corpo accelerato in modo costante aumenta indefinitamente; invece, secondo la nuova meccanica di Einstein,  $v$  raggiungerà  $c$  solo all'infinito. Ecco come appare il diagramma velocità-tempo della particella allorché le energie diventano altissime:

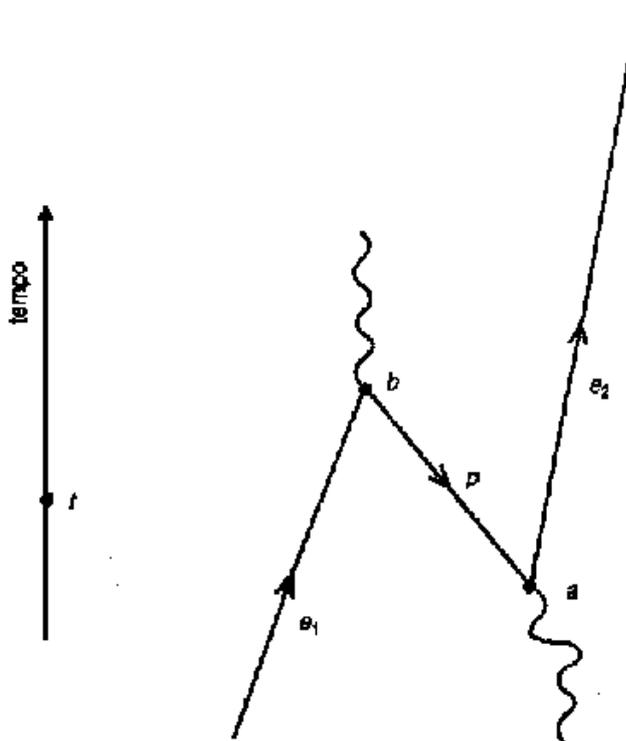


## Lettura: Il tempo e l'antimateria (da Paul Davies, *I misteri del tempo*)

« Il concetto di antimateria risale all'incirca al 1930 e alla famosa previsione di Dirac, che aveva lottato per riuscire a unificare la nuova meccanica quantistica con la teoria della relatività speciale di Einstein. Dirac voleva sapere in che modo si comporta una particella quantistica come l'elettrone quando si muove a una velocità prossima a quella della luce. Egli ricavò un'equazione che sembrava rispondere ai requisiti richiesti, ma rimase sconcertato dal fatto che ogni soluzione dell'equazione che descriveva un elettrone era accoppiata con una specie di soluzione speculare che non sembrava corrispondere ad alcuna particella conosciuta. Dopo aver molto riflettuto, Dirac formulò una coraggiosa ipotesi. Le soluzioni « speculari », sostenne, corrispondono a particelle identiche agli elettroni, ma con proprietà invertite. Per esempio invece di avere carica negativa, le particelle speculari avrebbero dovuto essere cariche positivamente. Nel giro di un paio d'anni, i « positroni » di Dirac vennero effettivamente scoperti negli sciami di raggi cosmici. Esistono realmente.

I fisici si resero finalmente conto che in natura a qualunque tipo di particella subatomica corrisponde un'antiparticella. Oltre agli antielettroni (chiamati anche positroni) ci sono gli antiprotoni, gli antineutroni e così via.

I positroni vengono prodotti in coppia con gli elettroni in seguito a violenti urti fra i raggi gamma e la materia. Tipicamente, un fotone gamma che incontra un atomo produce una coppia elettrone-positrone. Il neonato elettrone si allontana per godere di un'esistenza più o meno permanente, mentre il povero positrone va incontro da subito a dei pericoli. Se si imbatte in un elettrone (e l'universo è pieno di elettroni) la coppia si annichilirà istantaneamente, invertendo il processo di creazione di coppia e restituendo fotoni. Questa è generalmente la causa della breve carriera di un positrone. Nella figura è disegnato un diagramma spazio-temporale che mostra la creazione e la successiva annichilazione di un positrone. In genere questo diagramma viene così interpretato: il fotone gamma, raffigurato dalla linea ondulata proveniente dal basso, crea una coppia elettrone-positrone in corrispondenza dell'evento *a*; l'elettrone (contrassegnato con  $e_2$ ) se ne va a destra, mentre il positrone (contrassegnato con  $p$ ) si dirige a sinistra, colpisce un secondo elettrone ( $e_1$ ) in corrispondenza dell'evento *b* e si annichila, creando ancora una volta un fotone. L'effetto complessivo è che



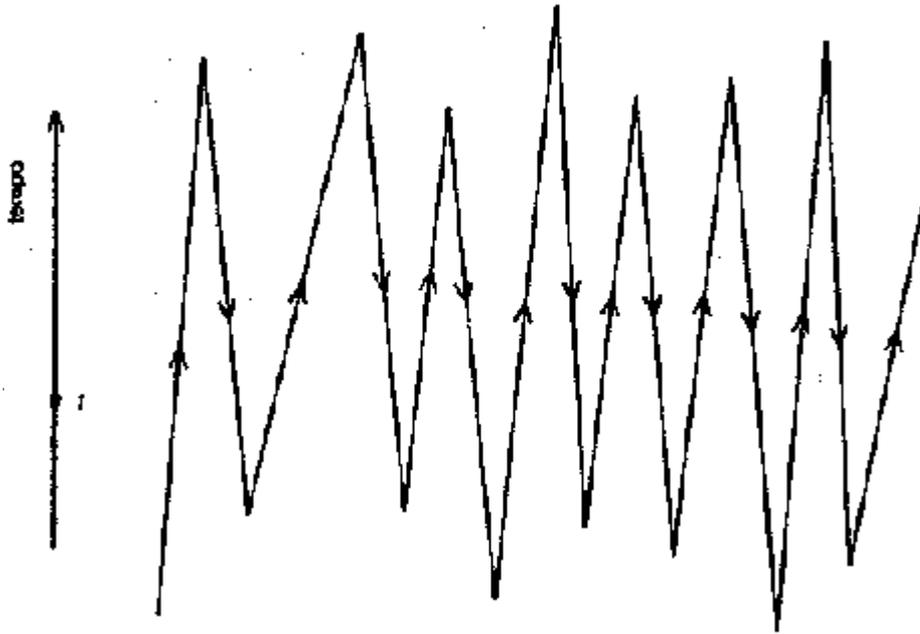
l'elettrone  $e_1$  è scomparso in un punto per essere rimpiazzato dall'elettrone  $e_2$  in un altro punto. Secondo l'audace congettura di Feynman, gli elettroni  $e_1$  ed  $e_2$  sono in realtà la stessa particella, anche se nell'intervallo di tempo che separa gli eventi *a* e *b* entrambi gli elettroni sono presenti!

L'idea di Feynman è che la linea continua a zig-zag nella figura non vada vista come la concatenazione delle linee d'universo di tre particelle distinte, ma come un cammino spazio-temporale continuo di un singolo elettrone. Il tratto con pendenza negativa - il segmento corrispondente al positrone - rappresenta allora l'elettrone che si muove indietro nel tempo. Questo salto temporale è indicato dalle frecce sulla linea d'universo. Durante la fase normale, di elettrone, la freccia punta avanti nel tempo, ma durante la fase di positrone punta all'indietro. In quest'ottica, l'elettrone originale indisturbato ( $e_1$ ) emette un fotone

(in *b*) e salta indietro nel tempo, quindi assorbe un fotone (in *a*) e ritorna di nuovo nel futuro. Un osservatore che si trovasse nell'intervallo di tempo fra *a* e *b* vedrebbe due elettroni e un posi-

trone, ma Feynman afferma che si tratta in realtà di un'unica particella vista tre volte: prima (come  $e_1$ ) nella sua forma originale indisturbata, poi (come positrone) mentre torna indietro dal futuro, e infine (come  $e_2$ ) mentre va ancora una volta avanti nel tempo.

L'idea di base può essere estesa includendo molti più elettroni e positroni, lasciando che la linea dell'universo continui a zigzagare. In effetti, secondo Wheeler tutti gli elettroni dell'universo sono in realtà un'unica particella, che semplicemente salta avanti e indietro nel tempo! In altre parole, voi, io, la Terra, il Sole, la Via Lattea e tutte le altre galassie siamo composti da un solo elettrone (e anche da un solo protone) visti un'innunerevole quantità di volte.



La conclusione che possiamo trarre da queste osservazioni - ed è una conclusione davvero profonda - è che la natura non presenta una simmetria fra materia ed antimateria, e che quindi le leggi dell'universo non sono esattamente simmetriche rispetto al tempo. Quali che furono i processi fisici all'origine della creazione del materiale cosmico, presumibilmente nelle condizioni estreme del Big Bang, essi dovettero essere non simmetrici, anche se di poco, rispetto al tempo. In altre parole, deve esistere almeno un processo fisico fondamentale che non è perfettamente simmetrico rispetto all'inversione temporale. »



Collisione tra la galassia NGC 2207 (a sinistra) e la più piccola IC 2163, nella costellazione del Cane Maggiore, distanti 114 milioni di anni luce da noi

## 5.1 La macchina del tempo

Il tempo é stato dunque spodestato dalla propria posizione di grandezza assoluta, cioè invariante rispetto a tutti i sistemi: due eventi possono essere contemporanei tra loro rispetto ad un sistema, ma non rispetto ad un altro.

Anche **passato, presente e futuro sono relativi**? Cioé, se l'evento **A segue l'evento B** in un certo sistema, ne esiste uno in cui **B segue A**? Per poter rispondere a questa domanda, torniamo là dove eravamo partiti.

Ogni evento é caratterizzato da uno **SPAZIO** e da un **TEMPO**. Cioé, per collocarlo in un sistema rispetto agli altri eventi, é necessario far riferimento sia a coordinate spaziali che temporali. Precisamente, ogni evento é definito da tre coordinate spaziali (x, y, z) ed una temporale. Si parla allora di **sistema di coordinate tetradimensionali**. Ciò non deve stupire, perché le trasformazioni di Lorentz chiamano in causa quattro grandezze (lunghezza, larghezza, profondità e tempo). Einstein aveva intuito l'importanza di un simile sistema, e si giovò degli studi di **Minkowsky**. Senza di lui, la relatività avrebbe stentato a decollare come teoria matematica.

Si considerino ancora due sistemi **K** e **K'**; si supponga che l'evento **B** segua l'evento **A** in **K**, che cioè sia:

$$t_B - t_A > 0$$

É possibile che nel sistema **K'** risulti:

$$t_B - t_A > 0 ?$$

Si sostituiscano nella precedente i valori di  $t'_A$  e  $t'_B$  dati dalle trasformazioni di Lorentz:

$$\left( \frac{t_A - \frac{v_0 x_A}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2}} \right) - \left( \frac{t_B - \frac{v_0 x_B}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2}} \right) > 0$$

cioé, a conti fatti:

$$c^2 t_A - v_0 x_A - c^2 t_B + v_0 x_B > 0$$

ovvero :

$$\frac{v_0}{c} \cdot (x_B - x_A) > c \cdot (t_B - t_A)$$

Ora,  $c \cdot (t_B - t_A)$  é lo spazio che la luce riesce a percorrere nell'intervallo  $\Delta t = t_B - t_A$ , che é positivo per ipotesi ( $t_B > t_A$ ). Inoltre:

$$\left| \frac{v_0}{c} \right| < 1$$

perché **K'** non può muoversi rispetto a **K** con velocità superiore a quella della luce. Quindi non sarà **mai** possibile che lo spazio fra i due eventi sia maggiore di quello che la luce riesce a percorrere. Ciò é possibile se e solo se  $t_A > t_B$ , cioè se lo spazio  $c \cdot (t_B - t_A)$  risulta negativo; in questo caso si può dare anche la contemporaneità dei due eventi. Quindi, essendo  $c$  la velocità limite, se un segnale emesso da **A** può raggiungere **B**, non si dà l'inversione. Quindi **PASSATO E FUTURO NON SI SCAMBIANO MAI**.

Questo é chiaro anche intuitivamente, perchè non si può MAI violare il **PRINCIPIO DI CAUSALITÀ**: l'effetto non può precedere mai la causa. Questo tronca anche ogni speranza di poter viaggiare nel passato: la "macchina del tempo" di Wells resterà sempre un'utopia letteraria.



*Una scena di "The Time Machine", film diretto nel 2002 da Simon Wells, pronipote di Herbert George Wells, l'immaginario scrittore che per primo introdusse nella letteratura l'idea di una macchina del tempo.*

## 5.2 Un cono a... quattro dimensioni

Ritornando al concetto di spazio tetradimensionale, esso é perfettamente analogo a quelli mono-, bi- e tridimensionali, con l'unica differenza che la coordinata tempo é differente qualitativamente (non quantitativamente) dalle coordinate spaziali. Minkowsky, genialmente, oltre ad  $x, y$  e  $z$  introdusse la coordinata  $i c t$ , dove  $c$  é la velocità della luce ed  $i = \sqrt{-1}$  é l'unità immaginaria, in modo da rendere le coordinate omogenee. Infatti moltiplicando  $c$  e  $t$  ho uno spazio, e quindi questa nuova coordinata ha le stesse dimensioni fisiche di  $x, y, z$ .

Ora, la distanza di due punti  $A(x_A)$  e  $B(x_B)$  in uno spazio **monodimensionale** é:

$$d = |x_B - x_A|$$

quella di due punti  $A(x_A; y_A)$  e  $B(x_B; y_B)$  in uno **bidimensionale** é:

$$d = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

quella di due punti  $A(x_A; y_A; z_A)$  e  $B(x_B; y_B; z_B)$  in uno **tridimensionale** é:

$$d = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

In uno quadridimensionale, utilizzando la quarta coordinata tempo così come é stato stabilita da Minkowsky, poiché  $i = -1$ , si ha che:

$$d = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 - c^2(t_B - t_A)^2}$$

Qualunque sia il sistema di riferimento, risulta chiaro che la distanza di due eventi nello **spazio - tempo** é:

$$d^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2$$

Rappresentare il sistema tetradimensionale  $(x, y, z, i c t)$  é piuttosto difficoltoso; conviene di più, anche alla luce delle trasformazioni di Lorentz, rappresentare il sistema bidimensionale  $(x, i c t)$ . Questo piano prende il nome di **CRONOTOPO**, dal greco "spazio-tempo". In questo sistema, le rette parallele all'asse  $x$  uniscono eventi **contemporanei** che prendono posto **in luoghi diversi**, mentre quelle parallele all'asse  $i c t$  costituiscono una successione cronologica di eventi che prendono posto **nel medesimo luogo**. Tutte le rette passanti per l'origine degli assi costituiscono una successione di eventi che si spostano linearmente nello spazio e nel tempo, cioè **di moto uniforme**. Le curve passanti per l'origine sono invece successioni di eventi più generali.

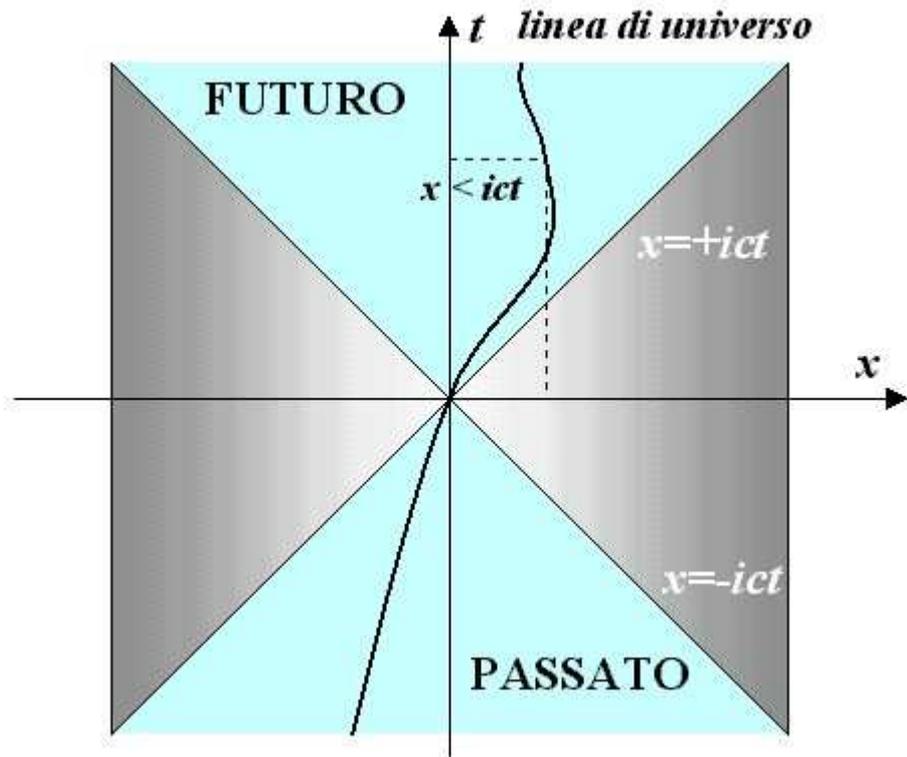
Ci si accorge subito di qualcosa di importantissimo: in questo sistema di coordinate, la distanza di due eventi può essere **nulla** anche quando essi non coincidono! Infatti, se

$$x = \pm i c t$$

la distanza dall'origine risulta:

$$d = \sqrt{x^2 - c^2 t^2} = 0$$

Rappresentando le due rette di equazioni  $x = \pm i c t$ , si divide il nostro piano in due parti di uguale ampiezza:



Nella zona colorata in azzurro nel primo e nel secondo quadrante, risulta subito:

$$x < |ict|$$

Poiché, a meno del fattore  $\pm i$ ,  $ct$  rappresenta la distanza percorsa dalla luce nell'intervallo di tempo che separa l'evento considerato dall'origine dei tempi, questo evento può essere **raggiunto** da un raggio di luce che parta dall'origine. La stessa relazione vale anche nella zona colorata in azzurro nel terzo e quarto quadrante, quindi l'origine può essere raggiunta da un raggio di luce che parte dall'evento considerato. Quest'ultima si chiama perciò la **ZONA DEL PASSATO**, l'altra la **ZONA DEL FUTURO**. L'origine costituisce il **PRESENTE**, quando  $x = 0$  e  $t = 0$ . Le altre due zone grige sono invece caratterizzate dal fatto che

$$x > |ict|$$

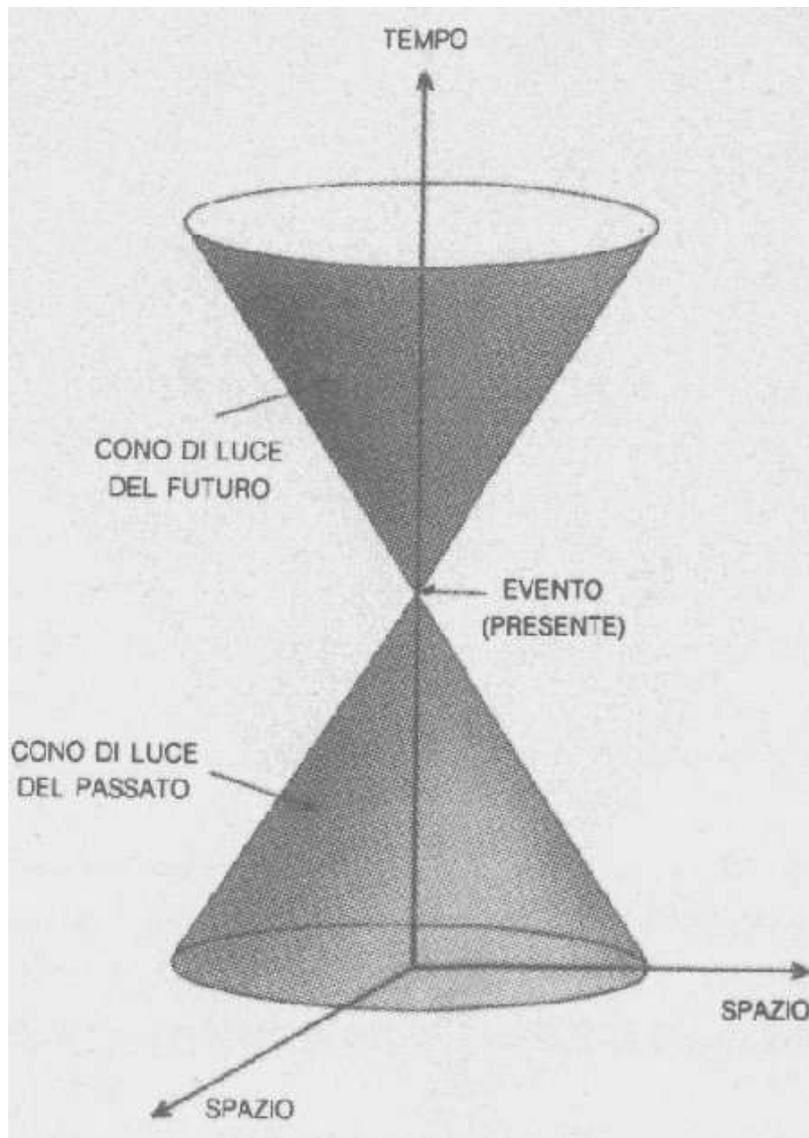
quindi la distanza  $x$  è maggiore di quella che la luce può percorrere nel tempo  $t$ . Tali punti risultano **IRRAGGIUNGIBILI** dall'origine (primo e secondo quadrante), o l'origine è irraggiungibile partendo da essi (terzo e quarto quadrante). Essi costituiscono tutti gli eventi che **non** possono influenzare o essere influenzati dal momento presente.

Ecco un esempio. La stella  $\alpha$  Centauri è posta a 4,3 anni luce dalla terra; ciò significa che, se invia al momento presente un raggio di luce nella nostra direzione, lo si vedrà solo fra 4,3 anni, e se noi inviamo un raggio di luce verso  $\alpha$  Centauri, essa attenderà 4,3 anni prima di vederlo. Se per ipotesi io fossi fidanzato con una ragazza di  $\alpha$  Centauri, e venissi a sapere che essa si sposerà tra 10 anni con un altro, io potrei raggiungere l'astro e mandare a monte le nozze, perché viaggiando alla velocità della luce ci metterei "solo" 4,3 anni luce; potrei farcela anche viaggiando su un razzo stile "bambola russa" che si avvicini alla faticosa velocità  $c$  pur senza raggiungerla. Se lo sciagurato matrimonio avvenisse tra soli 4,3 anni, l'unico modo che avrei a disposizione per non perdere la morosa è quello di puntare un raggio Laser collimatissimo contro la prima stella del Centauro, ed usarlo per incenerire il mio rivale d'amore proprio davanti all'altare, perché solo la luce può percorrere 4,3 anni luce in 4,3 anni. Ma io non potrei fare nulla se le nozze avvenissero solo tra 2 anni, perché neppure la luce sarebbe abbastanza veloce per riuscirci, ed Einstein mi proibisce di andare più svel-

to. Quell'evento é fuori dalla mia portata perché é anche fuori dalla portata della luce.

In sostanza, ogni individuo nella sua vita percorre una linea che viene dal **PASSATO**, attraversa il **PRESENTE** (l'origine), e sfocia nel **FUTURO**. Arresti o dietrofront non sono ammessi. Si può percorrere solo una ben determinata, continua e crescente **LINEA DI UNIVERSO**.

La zona colorata prende il nome di **CONO DI LUCE**. Infatti, introducendo la coordinata **y**, esso assume la forma di un doppio cono, così (immagine tratta da S.Hawking, *Dal Big Bang ai Buchi Neri*):



In questo caso il cono inferiore rappresenta il passato, il cono superiore rappresenta il futuro.

Introducendo anche la terza coordinata **z**, il cono diventa un **IPERCONO** in quattro dimensioni, non intuibile visivamente, perché il nostro cervello riesce a figurarsi al massimo oggetti in tre dimensioni.

Per ogni evento dello spazio-tempo possiamo costruire un cono di luce. Ogni linea di universo che attraversa l'interno del cono (o ipercono) di luce senza mai fuoriuscirne è permessa, come si è detto nel paragrafo 4.4, ad oggetti dotati di massa; le linee di universo contenute interamente nella superficie laterale del cono sono permesse ai raggi di luce, ma proibite per noi; le linee di universo che si trovano al di fuori del cono (quelle percorse dall'ipotetica Enterprise di capitano Kirk, per capirci) sono proibite per tutti. Poiché (secondo postulato di Einstein) la velocità della luce è la stessa per ogni osservatore, tutti i coni di luce saranno **IDENTICI** e puntati nella stessa direzione.

**IL PASSATO**, il **FUTURO** e il **CONO DI LUCE** sono detti **INVARIANTI DELLO SPAZIO - TEMPO**, perché non cambiano qualunque sia il sistema di riferimento adottato.

## **Lettura: La freccia del tempo (da Stephen Hawking, *Dal Big Bang ai buchi neri*)**

« Sino all'inizio di questo secolo si credette in un **tempo assoluto**. In altri termini, ogni evento poteva essere etichettato da un numero chiamato «tempo» ad esso associato in un modo unico, e ogni buon orologio avrebbe concordato con ogni altro nel misurare l'intervallo di tempo compreso fra due eventi. La scoperta che la velocità della luce appare la stessa a ogni osservatore, in qualsiasi modo si stia muovendo, condusse però alla teoria della relatività, nella quale si dovette abbandonare l'idea che esista un tempo unico assoluto. Ogni osservatore avrebbe invece la sua propria misura del tempo quale viene misurato da un orologio che egli porta con sé: orologi portati da differenti osservatori non concorderebbero necessariamente fra loro. Il tempo diventò così un concetto più personale, relativo all'osservatore che lo misurava.

Quando si tentò di unificare la gravità con la meccanica quantistica, si dovette introdurre l'idea del tempo "immaginario". Il tempo immaginario è indistinguibile dalle direzioni nello spazio. Se si può andare verso nord, si può fare dietro-front e dirigersi verso sud; nello stesso modo, se si può procedere in avanti nel tempo immaginario, si dovrebbe poter fare dietro-front e procedere a ritroso. Ciò significa che non può esserci alcuna differenza importante fra le direzioni in avanti e all'indietro del tempo immaginario. D'altra parte, quando si considera il tempo "reale", si trova una differenza grandissima fra le direzioni in avanti e all'indietro, come ognuno di noi sa anche troppo bene. Da dove ha avuto origine questa differenza fra il passato e il futuro? Perché ricordiamo il passato ma non il futuro?

Le leggi della scienza non distinguono fra passato e futuro. Più precisamente, le leggi della scienza sono invariate sotto la combinazione di operazioni (o simmetrie) note come C, P e T. (C significa lo scambio fra particelle e antiparticelle; P significa l'assunzione dell'immagine speculare, con inversione di destra e sinistra; T significa, infine, l'inversione del moto di tutte le particelle, ossia l'esecuzione del moto all'indietro.) Le leggi della scienza che governano il comportamento della materia in tutte le situazioni normali rimangono immutate sotto la combinazione delle due operazioni C e P prese a sé. In altri termini, la vita sarebbe esattamente identica alla nostra per gli abitanti di un altro pianeta che fossero una nostra immagine speculare e che fossero composti di **antimateria** anziché di materia.

Se le leggi della scienza rimangono immutate sotto la combinazione delle operazioni C e P, e anche sotto la combinazione C, P e T, devono rimanere immutate anche sotto la sola operazione T. Eppure c'è una grande differenza fra le operazioni in avanti e all'indietro del tempo reale nella vita comune. Immaginiamo una tazza d'acqua che cada da un tavolo e vada a frantumarsi sul pavimento. Se filmiamo questo fatto, potremo dire facilmente, osservandone la proiezione, se la scena che vediamo si stia svolgendo in avanti o all'indietro. Se la scena è proiettata all'indietro, vedremo i cocci riunirsi rapidamente e ricomporsi in una tazza intera che balza sul tavolo. Possiamo dire che la scena che vediamo è proiettata all'indietro perché questo tipo di comportamento non viene mai osservato nella vita comune. Se lo fosse, i produttori di stoviglie farebbero fallimento.

La spiegazione che si dà di solito del perché non vediamo mai i cocci di una tazza riunirsi assieme a ricostituire l'oggetto integro è che questo fatto è proibito dal secondo principio della termodinamica. Questo dice che in ogni sistema chiuso il disordine, o l'entropia, aumenta sempre col tempo. In altri termini, questa è una forma della legge di Murphy: le cose tendono sempre ad andare storte! Una tazza integra sul tavolo è in uno stato di alto ordine, mentre una tazza rotta sul pavimento è in uno stato di disordine. Si può passare facilmente dalla tazza sul tavolo nel passato alla tazza rotta sul pavimento nel futuro, ma non viceversa.

L'aumento col tempo del disordine o dell'entropia è un esempio della cosiddetta **freccia del tempo**, qualcosa che distingue il passato dal futuro, dando al tempo una direzione ben precisa. Esistono almeno **tre** frecce del tempo diverse. Innanzitutto c'è la freccia del tempo **termodinamica**: la direzione del tempo in cui aumenta il disordine o l'entropia. Poi c'è la freccia del tempo **psicologica**: la direzione in cui noi sentiamo che passa il tempo, la direzione in cui ricordiamo il passato ma non il futuro. Infine c'è la freccia del tempo **cosmologica**: la direzione del tempo in cui l'universo si sta espandendo anziché contraendo.

Orbene, nessuna condizione al contorno per l'universo può spiegare perché **tutt'e tre** le frecce puntino nella stessa direzione, e inoltre perché debba esistere in generale una freccia del tempo ben definita. La freccia psicologica è determinata dalla freccia termodinamica, e queste due frecce puntano sempre necessariamente nella stessa direzione. Se si suppone la condizione dell'inesistenza di confini per l'universo, devono esistere una freccia del tempo termodinamica e una cosmologica ben definite, ma esse non punteranno nella stessa direzione per l'intera storia dell'universo. Solo però quando esse puntano nella stessa direzione le condizioni sono idonee allo sviluppo di esseri intelligenti in grado di porsi la domanda: Perché il disordine aumenta nella stessa direzione del tempo in cui l'universo si espande?

Esaminerò dapprima la freccia del tempo termodinamica. La seconda legge della termodinamica risulta dal fatto che gli stati disordinati sono sempre molti di più di quelli ordinati. Per esempio, consideriamo i pezzi di un puzzle in una scatola. Esiste uno, e un solo, ordinamento in cui tutti i pezzi formano una figura completa. Di contro esiste un numero grandissimo di disposizioni in cui i pezzi sono disordinati e non compongono un'immagine.

Supponiamo che un sistema prenda l'avvio in uno del piccolo numero di stati ordinati. Al passare del tempo il sistema si evolverà secondo le leggi della scienza e il suo stato si modificherà. In seguito è più probabile che il sistema si trovi in uno stato disordinato piuttosto che in uno ordinato, dato che gli stati disordinati sono in numero molto maggiore. Il disordine aumenterà quindi probabilmente col tempo se il sistema obbedisce alla condizione iniziale di grande ordine.

Supponiamo che nello stato iniziale i pezzi siano raccolti nella scatola nella disposizione ordinata in cui formano un'immagine. Se scuotiamo la scatola i pezzi assumeranno un'altra disposizione. Questa sarà probabilmente una disposizione disordinata in cui i pezzi non formeranno un'immagine appropriata, semplicemente perché le disposizioni disordinate sono in numero molto maggiore di quelle ordinate. Alcuni gruppi di pezzi potranno formare ancora parti della figura, ma quanto più scuotiamo la scatola tanto più aumenta la probabilità che anche questi gruppi si rompano e che i pezzi vengano a trovarsi in uno stato completamente mischiato, nel quale non formeranno più alcuna sorta di immagine. Così il disordine dei pezzi aumenterà probabilmente col tempo se i pezzi obbediscono alla condizione iniziale che si prenda l'avvio da uno stato altamente ordinato.

Supponiamo, però, che Dio abbia deciso che l'universo debba finire in uno stato di alto ordine, ma che non abbia alcuna importanza in quale stato sia iniziato. In principio l'universo sarebbe probabilmente in uno stato **molto disordinato**. Ciò significherebbe che il disordine è destinato a diminuire col tempo. Vedremmo allora i cocci di tazze rotte riunirsi assieme e le tazze intiere saltare dal pavimento sul tavolo. Gli esseri umani che si trovassero a osservare queste scene vivrebbero però in un universo in cui il disordine diminuisce col tempo. Ebbene, tali esseri avrebbero una freccia del tempo psicologica orientata all'indietro. In altri termini, essi ricorderebbero gli eventi del futuro e non del passato. Quando la tazza è rotta, essi ricorderebbero di averla vista integra sul tavolo, ma vedendola sul tavolo non ricorderebbero di averla vista in pezzi sul pavimento.

È piuttosto difficile parlare della memoria umana perché non sappiamo nei particolari in che modo funzioni il cervello. Però sappiamo tutto su come funzionano le memorie dei **computer**. Esaminerò perciò la freccia del tempo psicologica per i computer. Io penso che sia ragionevole supporre che la freccia del tempo psicologica per i computer sia la stessa che per gli esseri umani. Se così non fosse, si potrebbe fare una strage sul mercato azionario avendo un computer che ricordasse le quotazioni di domani!

Una memoria di un computer è fondamentalmente un dispositivo contenente elementi che possono esistere in uno di due stati diversi. Un esempio semplice è un **abaco**. Nella sua forma più semplice, esso consiste in un certo numero di bacchette su ciascuna delle quali può scorrere una pallina forata, che può essere messa in una di due posizioni. Prima che un'informazione venga registrata in una memoria di computer, la memoria si trova in uno stato disordinato, con probabilità uguali per ciascuno dei due stati possibili. (Le palline dell'abaco sono distribuite in modo casuale sulle bacchette.) Dopo avere interagito col sistema che dev'essere ricordato, la memoria si troverà decisamente nell'uno o nell'altro stato, a seconda dello stato del sistema. (Ogni pallina dell'abaco si troverà o nella parte destra o nella parte sinistra di ogni bacchetta.) La memoria sarà quindi passata da uno stato di-

sordinato a uno stato ordinato. Per essere certi, però, che la memoria si trovi nello stato giusto, è necessario usare una certa quantità di energia (per spostare le palline o per fornire energia al computer, per esempio). Quest'energia viene dissipata sotto forma di **calore**, e contribuisce ad aumentare la quantità di disordine nell'universo. Si può mostrare che quest'aumento del disordine è sempre maggiore dell'aumento dell'ordine nella memoria stessa. Così, il calore espulso dal ventilatore del computer significa che, quando un computer registra un'informazione nella sua memoria, la quantità totale di disordine nell'universo aumenta ancora. La direzione del tempo in cui un computer ricorda il passato è la stessa in cui aumenta il disordine.

Il nostro senso soggettivo della direzione del tempo, la freccia del tempo psicologica, è perciò determinato nel nostro cervello dalla freccia del tempo termodinamica. Esattamente come un computer, anche noi dobbiamo ricordare le cose nell'ordine in cui aumenta l'entropia. Questo fatto rende la seconda legge della termodinamica quasi banale. **Il disordine aumenta col tempo perché noi misuriamo il tempo nella direzione in cui il disordine aumenta.** Non c'è una cosa di cui possiamo essere più sicuri di questa!

Ma per quale ragione deve esistere la freccia del tempo termodinamica? O, in altri termini, perché l'universo dovrebbe essere in uno stato di grande ordine a un estremo del tempo, l'estremo che chiamiamo passato? Perché non si trova sempre in uno stato di completo disordine? Dopo tutto, questa cosa potrebbe sembrare più probabile. E perché la direzione del tempo in cui aumenta il disordine è la stessa in cui l'universo si espande?

Nella teoria classica della relatività generale non si può predire in che modo l'universo sia cominciato perché tutte le leggi note della scienza verrebbero meno in presenza della "**singolarità**" del Big Bang. L'universo potrebbe avere avuto inizio in un modo molto omogeneo e ordinato. Questo fatto avrebbe condotto a frecce del tempo termodinamica e cosmologica ben definite, come quelle che osserviamo. Esso avrebbe però potuto avere origine altrettanto bene in uno stato molto grumoso e disordinato. In questo caso l'universo si sarebbe trovato già in uno stato di completo disordine, cosicché il disordine non avrebbe potuto aumentare col tempo. Esso sarebbe stato destinato o a restare costante, nel qual caso non ci sarebbe stata una freccia del tempo termodinamica ben definita, o a diminuire, nel qual caso la freccia del tempo termodinamica avrebbe puntato nella direzione opposta a quella della freccia cosmologica. Nessuna di queste due possibilità è in accordo con ciò che osserviamo. Ma la teoria classica della relatività generale predice il suo stesso venir meno. Quando ci si avvicina alla singolarità del Big Bang, gli effetti gravitazionali quantistici diventeranno importanti e la teoria classica cesserà di essere una buona descrizione dell'universo. Si deve usare una **teoria quantistica della gravità** per capire in che modo abbia avuto inizio l'universo.

In una teoria quantistica della gravità per specificare lo stato dell'universo si dovrebbe ancora dire in che modo le possibili storie dell'universo si comporterebbero all'estremo confine dello spazio-tempo in passato. Si potrebbe evitare questa difficoltà di dover descrivere quel che non sappiamo e non possiamo sapere solo se le storie soddisfano la condizione dell'inesistenza di ogni confine: se hanno un'estensione finita, ma non hanno confini, margini o singolarità. In questo caso l'inizio del mondo sarebbe un punto regolare, omogeneo, dello spazio-tempo e l'universo avrebbe cominciato la sua espansione in un modo molto regolare e ordinato. Esso non potrebbe essere stato completamente uniforme, poiché in tal caso avrebbe violato il principio di indeterminazione della teoria quantistica. Dovettero esserci piccole fluttuazioni nella densità e nelle velocità delle particelle. La condizione dell'assenza di confine implicava però che queste fluttuazioni fossero il più possibile piccole, in accordo col principio di indeterminazione di Heisenberg.

L'universo avrebbe avuto inizio con un periodo di espansione esponenziale o "**inflazionaria**" in cui le sue dimensioni sarebbero aumentate di un fattore molto grande.

Nel corso di tale espansione le fluttuazioni di densità sarebbero rimaste dapprima piccole, ma in seguito avrebbero cominciato a crescere. Nelle regioni in cui la densità era leggermente maggiore della media si sarebbe avuto un rallentamento dell'espansione per opera dell'attrazione gravitazionale della massa extra. Infine, - tali regioni avrebbero cessato di espandersi e si sarebbero contratte a formare galassie, stelle ed esseri come noi. L'universo sarebbe iniziato in uno stato omogeneo e or-

dinato e sarebbe diventato grumoso e disordinato al passare del tempo. Ciò spiegherebbe l'esistenza della freccia del tempo termodinamica.

Ma che cosa accadrebbe se l'universo cessasse di espandersi e cominciasse a **contrarsi**? La freccia del tempo termodinamica si rovescerebbe e il disordine comincerebbe a diminuire col tempo? Questo fatto condurrebbe a ogni sorta di possibilità fantascientifiche per coloro che fossero riusciti a sopravvivere dalla fase di espansione a quella di contrazione. Quei nostri lontani pronipoti vedrebbero i cocci di tazze ridotte in frammenti ricomporsi in tazze integre, e vedrebbero queste volare dal pavimento sul tavolo? Sarebbero in grado di ricordare le quotazioni di domani e guadagnare una fortuna sul mercato azionario? Potrebbe sembrare un po' accademico preoccuparsi di che cosa accadrebbe se l'universo tornasse a contrarsi, giacché questa contrazione non avrà inizio in ogni caso se non fra altri dieci miliardi di anni almeno. C'è però un modo più rapido per sapere che cosa accadrebbe: **saltare in un buco nero**. Il collasso di una stella a formare un buco nero è molto simile alle ultime fasi del collasso dell'intero universo. Se nella fase di contrazione dell'universo il disordine dovesse diminuire, potremmo quindi attenderci che esso diminuisca anche all'interno di un buco nero. Così, un astronauta che cadesse in un buco nero sarebbe forse in grado di vincere alla roulette ricordando in quale scomparto si trovava la pallina prima della sua puntata. (Purtroppo, però, non potrebbe giocare a lungo prima di essere trasformato in una fettuccina. Né sarebbe in grado di fornirci informazioni sull'inversione della freccia del tempo termodinamica, o neppure di versare in banca i suoi guadagni, giacché sarebbe intrappolato dietro l'orizzonte degli eventi del buco nero.)

In principio credevo che nella fase di collasso dell'universo il disordine sarebbe diminuito. Questo perché pensavo che nel corso della contrazione l'universo dovesse tornare a uno stato omogeneo e ordinato. Ciò avrebbe significato che la fase di contrazione sarebbe stata simile all'inversione temporale della fase di espansione. Le persone nella fase di contrazione avrebbero vissuto la loro vita a ritroso: sarebbero morte prima di nascere e sarebbero diventate più giovani al procedere della contrazione dell'universo.

Quest'idea è attraente perché comporterebbe una bella simmetria fra le fasi di espansione e di contrazione. Non è però possibile adottarla a se, indipendentemente da altre idee sull'universo. La domanda è: essa è implicita nella condizione che l'universo sia illimitato o è in contraddizione con tale condizione? In principio pensavo che la condizione che l'universo non avesse alcun limite implicasse effettivamente che **nella fase di contrazione il disordine sarebbe diminuito**. Fui sviato in parte dall'analogia con la superficie terrestre. Se si supposeva che l'inizio dell'universo corrispondesse al Polo Nord, la fine dell'universo doveva essere simile al principio, esattamente come il Polo Sud è simile al Polo Nord. I poli Nord e Sud corrispondono però all'inizio e alla fine dell'universo nel tempo immaginario. L'inizio e la fine nel tempo reale possono essere molto diversi l'uno dall'altro. Fui tratto in inganno anche da una ricerca che avevo fatto su un modello semplice dell'universo in cui la fase di contrazione assomigliava all'inversione del tempo della fase di espansione. Un mio collega, Don Page, della Penn State University, sottolineò però che la condizione dell'assenza di ogni confine non richiedeva che la fase di contrazione dovesse essere necessariamente l'inversione temporale della fase di espansione. Inoltre un mio allievo, Raymond Laflamme, trovò che, in un modello leggermente più complicato, il collasso dell'universo era molto diverso dall'espansione. Mi resi conto di aver commesso un errore: la condizione dell'assenza di ogni limite implicava che il disordine sarebbe in effetti continuato ad aumentare anche durante la contrazione. Le frecce del tempo termodinamica e psicologica non si sarebbero rovesciate quando l'universo avesse cominciato a contrarsi, e **neppure all'interno dei buchi neri**.

Che cosa si deve fare quando si scopre di aver commesso un errore come questo? Alcuni non ammettono mai di avere sbagliato e continuano a trovare argomenti nuovi, a volte contraddittori fra loro, per sostenere la loro causa, come fece Eddington nella sua opposizione alla teoria dei buchi neri. Altri affermano di non avere mai sostenuto realmente la teoria sbagliata o, se lo hanno fatto, pretendono di averlo fatto solo per dimostrare che era contraddittoria. A me pare molto meglio e molto più chiaro ammettere in una pubblicazione di avere sbagliato. Un buon esempio in proposito fu quello di Einstein, che definì la costante cosmologica, da lui introdotta nel tentativo di costruire un modello statico dell'universo, l'errore più grave di tutta la sua vita. Per tornare alla freccia del tempo, ri-

mane l'interrogativo: perché osserviamo che le frecce termodinamica e cosmologica puntano nella stessa direzione? O, in altri termini, **perché il disordine aumenta nella stessa direzione del tempo in cui si espande l'universo?** Se si crede che l'universo passi prima per una fase di espansione per tornare poi a contrarsi, come sembra implicare la proposta dell'inesistenza di confini, la domanda si trasforma nell'altra del perché dovremmo trovarci nella fase di espansione e non in quella della contrazione.

Si può rispondere a questa domanda sulla base del "**principio antropico debole**". Le condizioni nella fase di contrazione non sarebbero idonee all'esistenza di esseri intelligenti in grado di porsi la domanda: perché il disordine cresce nella stessa direzione del tempo in cui si sta espandendo l'universo? L'inflazione nel primissimo periodo di esistenza dell'universo, predetta dalla condizione dell'inesistenza di alcun confine, significa che l'universo deve espandersi con una velocità molto vicina al valore critico in corrispondenza del quale riuscirebbe a evitare di strettissima misura il collasso, e quindi che non invertirà comunque la direzione del suo movimento per moltissimo tempo. A quell'epoca tutte le stelle avranno esaurito il loro combustibile, e i protoni e i neutroni in esse contenuti saranno probabilmente decaduti in particelle di luce e radiazione. L'universo si troverebbe allora in uno stato di disordine quasi completo. Non ci sarebbe una freccia del tempo termodinamica forte. Il disordine non potrebbe aumentare di molto perché l'universo sarebbe già in uno stato di disordine quasi completo. Una freccia del tempo termodinamica forte è però necessaria per l'operare della vita intelligente. Per sopravvivere, gli esseri umani devono consumare cibo, che è una forma ordinata di energia, e convertirlo in calore, che è una forma di energia disordinata. Perciò nella fase di contrazione dell'universo non potrebbero esistere forme di vita intelligente. Questa è la spiegazione del perché osserviamo che le frecce del tempo termodinamica e cosmologica sono puntate nella stessa direzione. Non che l'espansione dell'universo causi un aumento del disordine. A causare l'aumento del disordine, e a far sì che le condizioni siano favorevoli alla vita intelligente soltanto nella fase di espansione, è piuttosto la condizione dell'assenza di confini dell'universo.

Per compendiare, le leggi della scienza non distinguono fra le direzioni del tempo in avanti e all'indietro. Ci sono però almeno tre frecce del tempo che distinguono il passato dal futuro. Esse sono la freccia termodinamica: la direzione del tempo in cui aumenta il disordine; la freccia psicologica: la direzione del tempo in cui ricordiamo il passato e non il futuro; e la freccia cosmologica: la direzione del tempo in cui l'universo si espande anziché contrarsi. Ho mostrato che la freccia psicologica è essenzialmente identica con la freccia termodinamica, cosicché le due puntano sempre nella stessa direzione. La proposta dell'assenza di un confine per l'universo predice l'esistenza di una freccia del tempo termodinamica ben definita perché l'universo deve cominciare in uno stato omogeneo e ordinato. È la ragione per cui noi vediamo questa freccia termodinamica accordarsi con la freccia cosmologica e che forme di vita intelligente possono esistere soltanto nella fase dell'espansione. La fase della contrazione non sarà adatta perché non ha una freccia del tempo termodinamica forte.

Il progresso del genere umano nella comprensione dell'universo ha stabilito un cantuccio d'ordine in un universo sempre più disordinato. Se il lettore ricordasse ogni parola di questo libro, la sua memoria avrebbe registrato circa due milioni di elementi di informazione: l'ordine nel suo cervello sarebbe aumentato di circa due milioni di unità. Leggendo il libro, però, egli avrà convertito almeno un migliaio di calorie di energia ordinata, sotto forma di cibo, in energia disordinata sotto forma di calore, che viene dissipato nell'aria per convezione e sotto forma di sudore. Il disordine dell'universo risulterà in tal modo accresciuto di circa venti milioni di milioni di milioni di milioni di unità - ossia di quasi dieci milioni di milioni di milioni di volte più dell'aumento dell'ordine nel suo cervello - e questo nell'ipotesi che ricordasse perfettamente l'intero contenuto di questo libro!!! »