

Diffusione di particelle da parte di cristalli

Vogliamo eseguire un'esperienza di diffrazione di elettroni da parte di un reticolo cristallino, per dedurre informazioni sulla periodicita' e sulla struttura di questo.

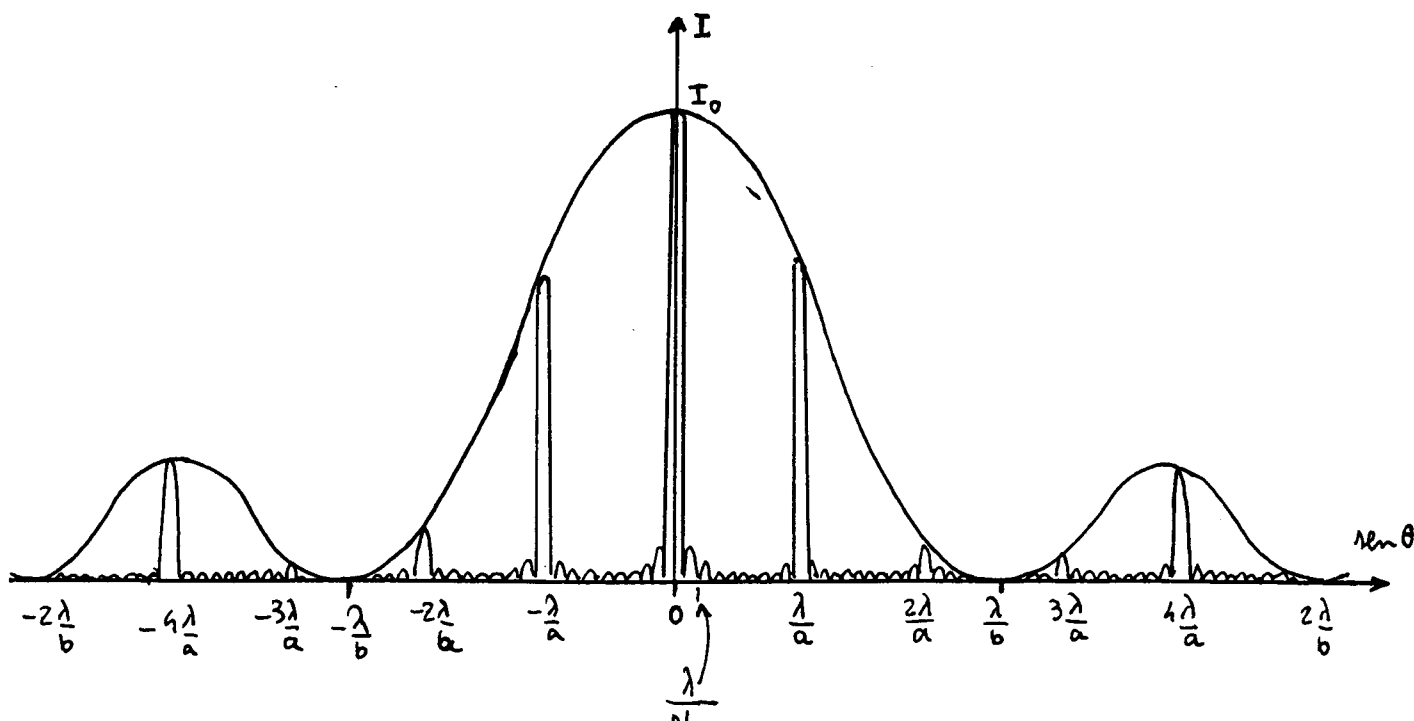
Allo scopo, cominciamo con un'esperienza preliminare che simula il comportamento di un reticolo cristallino in presenza di una radiazione incidente, che diffrange attraverso di esso. Sono ben noti i risultati della diffrazione di onde luminose attraverso una struttura periodica monodimensionale; se b e' il PASSO di tale struttura, a l'apertura di ogni luce diffrangente (con $a > b$), λ la lunghezza d'onda della radiazione incidente, N il numero di luci diffrangenti e θ la coordinata angolare, l'intensita' dell'onda diffratta e' data da:

$$I = I_0 \underbrace{\left(\frac{\text{sen } \pi \frac{b}{\lambda} \text{ sen } \theta}{\pi \frac{b}{\lambda} \text{ sen } \theta} \right)^2}_{\text{TERMINE DI DIFFRAZIONE}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\text{sen } N \pi \frac{a}{\lambda} \text{ sen } \theta}{\text{sen } \pi \frac{a}{\lambda} \text{ sen } \theta} \right)^2}_{\text{TERMINE DI INTERFERENZA}}$$

Il primo termine dicesi di diffrazione perche' modula l'intensita' diffusa, generando una figura molto simile a quella che si ottiene da una fenditura sola; il secondo invece interviene quando c'e' piu' di un centro diffrangente, onde i raggi diffratti interferiscono fra di loro e danno origine a PICCHI, i quali si trovano in corrispondenza degli zeri del denominatore:

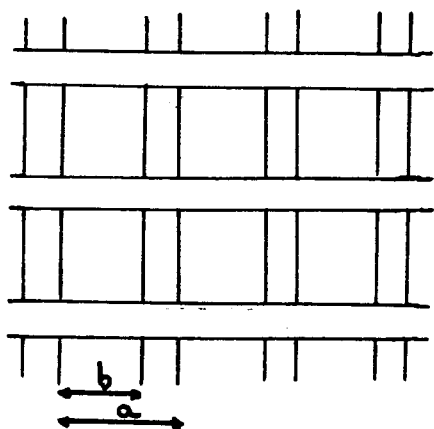
$$\text{sen } \theta = n \frac{\lambda}{a} \quad (n = \text{intero})$$

Si ha insomma il seguente andamento dell'intensita' diffratta:



come si vede, si hanno picchi marcati a distanza λ/a , modulati però da una curva anch'essa a picchi, i cui zeri si trovano a distanza λ/b l'uno dall'altro. Dunque, si deve vedere sullo schermo una successione di punti luminosi la cui intensità ha però dei minimi e dei massimi; e' questo fatto a darci informazioni sulla struttura diffrangente, perché ci permette di risalire al valore di b . Se N e' grandissimo, ho una successione di delte di Dirac modulate e vedro' solo punti discreti, mentre se il suo valore si abbassa sensibilmente cominciamo a vedere intensità diffusa anche fuori di essi: sono i picchetti minori, visibili nel diagramma a pag. precedente.

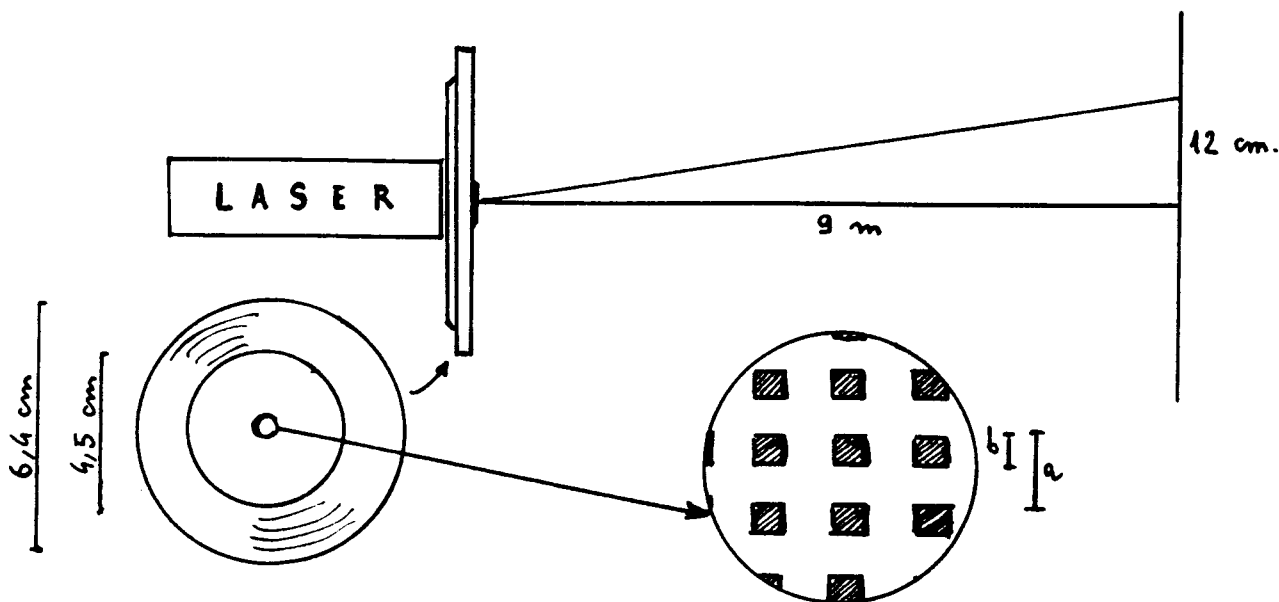
Se anzichè ad un reticolo monodimensionale facciamo riferimento ad uno bidimensionale, ottenuto con una sorta di prodotto cartesiano di due reticoli monodimensionali ortogonali fra di loro, anche il risultato sarà pensabile come il prodotto cartesiano di due figure monodimensionali come la precedente. Supponiamo allora di disporre di un opportuno reticolo ottenuto artificialmente mediante elettrodeposizione con tecniche microelettroniche. Al microscopio possiamo misurare sia il passo che la periodicità, per esempio misurando dieci passi, dividendo per dieci ed eseguendo la misura un gran numero di volte mediando poi sui risultati ottenuti, per aggirare eventuali errori di stima. Sul nostro campione abbiamo misurato:



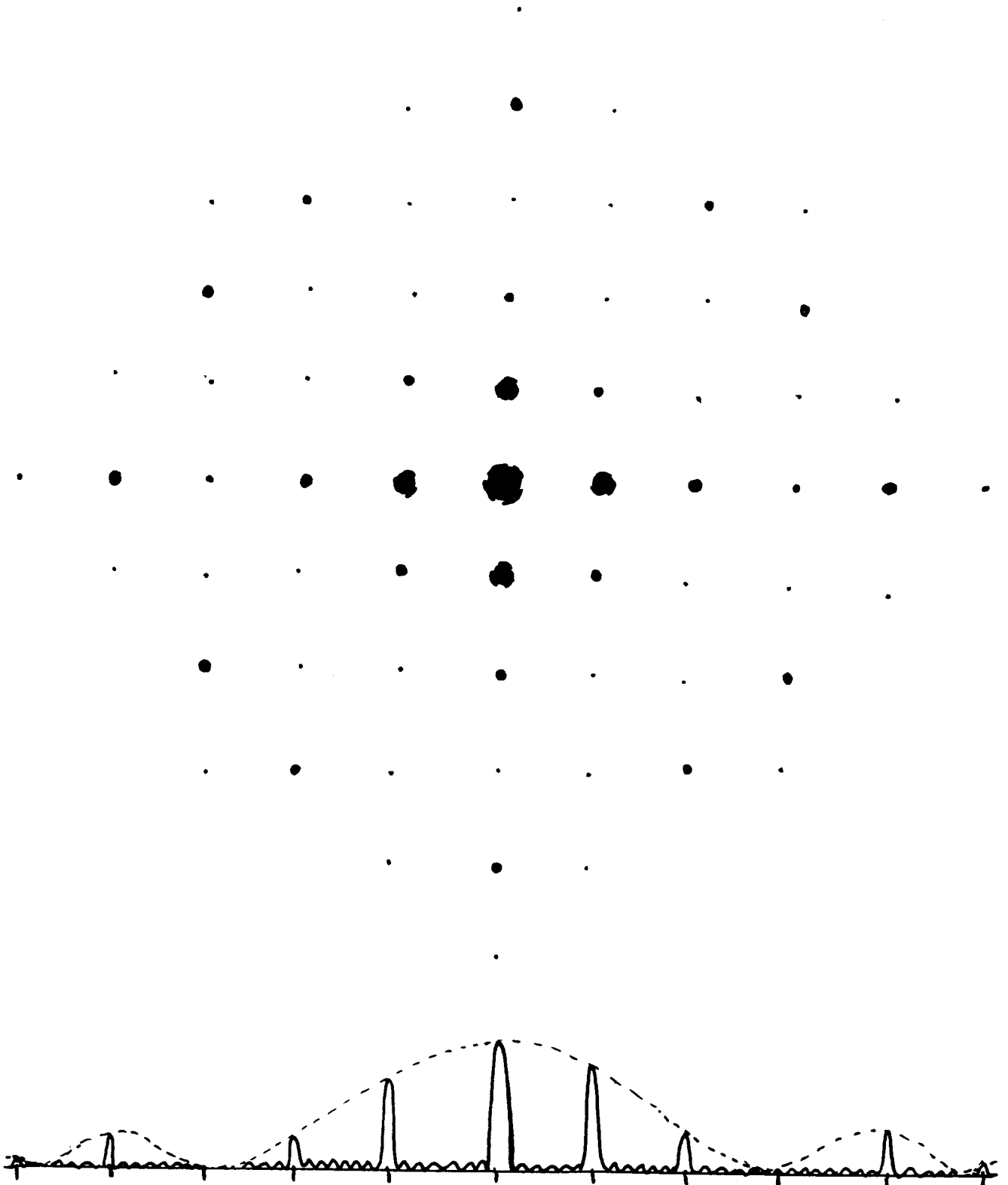
$$a = 48 \mu\text{m} , b = 32 \mu\text{m}$$

non tutti i passi hanno questa misura, ma questa e' la piu' probabile. Il nostro reticolo e' montato in un disco di metallo, in modo da poter essere fissato su di un emettitore LASER a gas He-Ne da 1 mW, che emette luce monocromatica (e' una delle sue

principali caratteristiche) di lunghezza d'onda $\lambda = 0,633 \mu\text{m}$, cioè nel rosso. Tale luce e' coerente, e soprattutto ha una divergenza estremamente bassa, cioè il fascio si allarga pochissimo: nel nostro caso, di appena 1 milliradiante al metro. Con esso proiettiamo un cerchietto di luce su di uno schermo bianco a circa 9 metri di distanza. All'uscita dalla lampada LASER, il fascio ha una larghezza di 1 mm; sullo schermo, il diametro del punto luminoso e' di circa 9 mm. Montiamo adesso il nostro disco sull'emettitore, ed abbiamo il seguente apparato sperimentale:



Vediamo così che sullo schermo appare la seguente figura di diffrazione:



La figura ottenuta e', in effetti, il prodotto punto a punto di due figure di diffrazione monodimensionali ortogonali tra di loro, disposte lungo gli assi x ed y, onde si ha una doppia riduzione: una lungo l'asse x ed una lungo l'asse y. Ne consegue, come si constata, che lungo le diagonali la riduzione e' maggiore che lungo gli assi. Questo e', come si dice, il RETICOLO RECIPROCO del reticolo da noi montato sul LASERemettitore, e' anch'esso quadrato ed il suo passo e' agevolmente calcolabile: misura circa 12 cm. Osservando la figura che illustra l'apparato sperimentale, se θ e' l'angolo tra il picco centrale piu' luminoso ed il primo picco della figura da noi ottenuta, si trova immediatamente che:

$$\text{sen } \theta = \frac{12 \text{ cm}}{9 \text{ m}} = 0.0133$$

Deve allora valere la LEGGE DI BRAGG; per il primo picco, si ha:

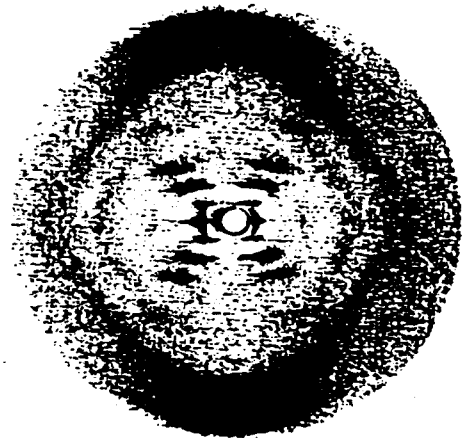
$$a \text{ sen } \lambda = \theta$$

donde:

$$a = \frac{\lambda}{\text{sen } \theta} = 47 \text{ } \mu\text{m}$$

in perfetto accordo con le nostre osservazioni al microscopio. Come si vede, si ha un'attenuazione marcata in corrispondenza del terzo picco. Cio' segnala che li' cade, pressapoco, il primo zero del FATTORE DI STRUTTURA. Cio' significa, che $3 * b/a$ deve essere un numero intero, cioe' che $\frac{b}{a} = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots$. Al microscopio, noi avevamo osservato che $b/a = 2/3$ circa. Per trovare l'esatto rapporto, occorrerebbero delle misure di intensita' relativa dei picchi, per esempio tramite una cella fotosensibile. Concludendo: la spaziatura tra i picchi ci informa sulla periodicita', ma la MANCANZA di picchi ci dice qualcosa sulla struttura del cristallo!

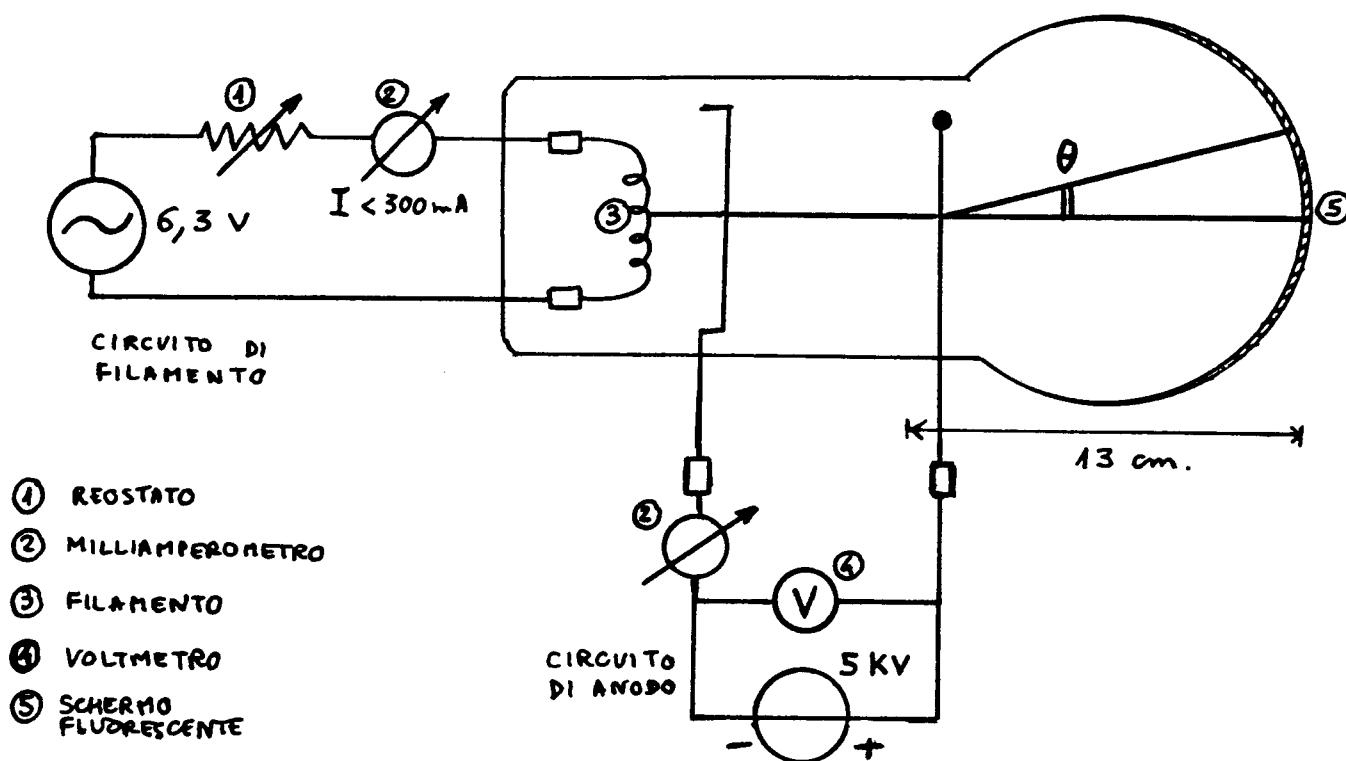
Dunque il calcolo teorico, eseguito usando la legge di Bragg, conferma le nostre osservazioni al microscopio. La differenza tra questa esperienza e quella sul reticolo cristallino che andiamo ad eseguire sta nel fatto che il reticolo NON lo posso vedere al microscopio, per cui quello ora descritto e' l'unico modo che abbiamo a disposizione per determinare tutte le strutture cristalline. E' con questo metodo che Crick e Watson riuscirono a dimostrare che il DNA ha una molecola a doppia elica, vincendo il premio Nobel. Oggi il metodo spettroscopico non e' piu' l'unico, perche' la doppia elica del DNA e' stata vista al microscopio elettronico a scansione, ed anche numerose strutture cristalline sono oggi otticamente determinabili. Tale metodo resta, cionondimeno, il primo storicamente, e tuttora il piu' preciso per questo scopo. Ripeteremo la celebre esperienza di Debye-Scherrer utilizzando un reticolo policristallino di grafite. Esso e' disposto davanti ad



Nel 1953 Watson e Crick ricostruirono la struttura a spirale della doppia elica, a partire da una figura di diffrazione a raggi X.

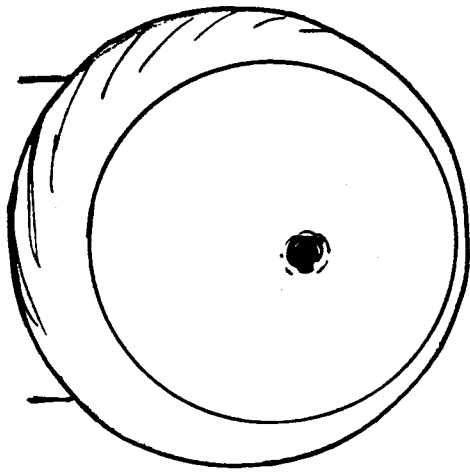
un generatore di elettroni, segnatamente un filamento caldo ad alta tensione, alimentato da un circuito in corrente alternata a 6,3 V, e collegato ad un reostato, in modo da poter variare a piacimento la corrente di filamento. Attenzione, pero': per ragioni di sicurezza, e' bene che tale corrente non superi i 300 milliAmpere; per questo monitoreremo la corrente di filamento usando un multimetro tascabile.

Dato pero' che gli elettroni nell'aria hanno un libero cammino medio piccolissimo, cioe' riescono a fare ben poca strada perche' arrestati dagli urti con le molecole gassose, e' indispensabile lavorare sotto vuoto: chiudiamo il filamento in un bulbo a vuoto del diametro di 13 cm, e sistemiamo un collimatore (che assicura un fascio stretto di elettroni) ed una differenza di potenziale accelerante di 5000 V. All'estremita' opposta del bulbo vi e' uno schermo fluorescente. L'apparato sperimentale e' di questo tipo:

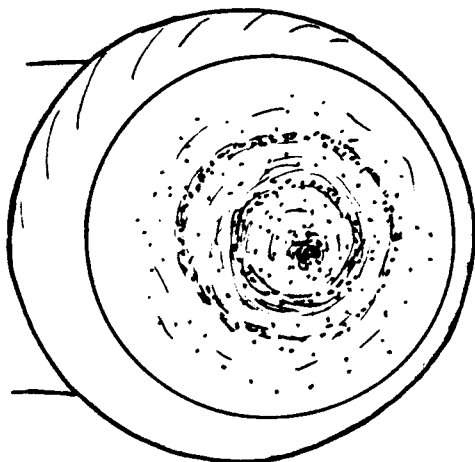


Sul circuito accelerante poniamo una sonda ad alta tensione, protetta in modo da isolare prudentemente la mano dalle scariche; con un opportuno circuito a diodi del tipo partitore, la tensione viene moltiplicata con rapporto 1000 : 1, e quindi il risultato della misurazione di un amperometro andra' moltiplicato per mille (con una resistenza di ingresso particolarmente alta, nel nostro caso 0,5 GigaOhm, riusciamo a realizzare un misuratore quasi ideale di corrente). Come si vede dalla figura, nella nostra esperienza noi monitoriamo la tensione, la corrente di anodo, la corrente di filamento (per sicurezza).

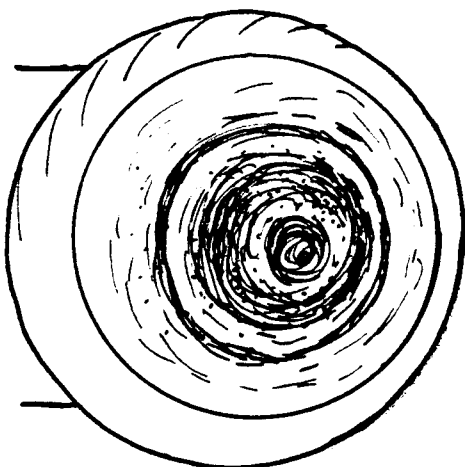
Accendiamo dunque l'alimentazione di filamento, assicurata tramite un opportuno trasformatore; inizialmente, esso e' percorso da 230 mA, ma poi il filamento si scalda e, come ci assicura l'Elettrotecnica, la sua resistenza CRESCE, per cui la corrente si abbassa per stabilizzarsi sui 180 mA. Innestiamo poi la scheda ad alta tensione; il monitoraggio ci permette di leggere 1, per cui il mio circuito e' percorso da 1 KV, e da una corrente di alta tensione di 6,5 μ A: ora compare un puntino verde sullo schermo fluorescente, dovuto ai fosfori colpiti dal fascio di elettroni.



A 1000 V



A 3500 V



A 4500 V

Che il fascio così ottenuto non sia una radiazione elettromagnetica e' evidente, perche' un magnete e' in grado di deviare il fascetto, dimostrando che si tratta di particelle cariche, e per di piu' dotate di massa, perche' in grado di far girare una ventolina. Si tratta quindi di particelle dotate di una loro individualita' ben definita... ma ne siamo proprio sicuri?

A questa tensione accelerante, l'energia cinetica e' cosi' bassa ($1000 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ J}$) che non osserviamo alcun effetto strano; se pero' aumentiamo il potenziale accelerante, e cioe' l'energia cinetica degli elettroni, la fluorescenza si estende. A 2000 V e 8,5 mA, la zona resa fluorescente dal fascio elettronico copre tutto lo schermo, e cominciamo a distinguere diverse intensita' di fluorescenza! In altre parole, gli elettroni non vanno a colpire uniformemente lo schermo, ma sembrano avere delle preferenze.

Se salgo a 3500 V, vedo aloni circolari distinti, ed a 4500 V (piu' su di cosi' col nostro modello non possiamo andare) vediamo due anelli, che circondano il mio punto luminoso centrale, ora notevolmente scemato d'intensita'. Se provo a riabbassare la tensione accelerante, ecco che gli anelli si allargano e l'intensita' cala.

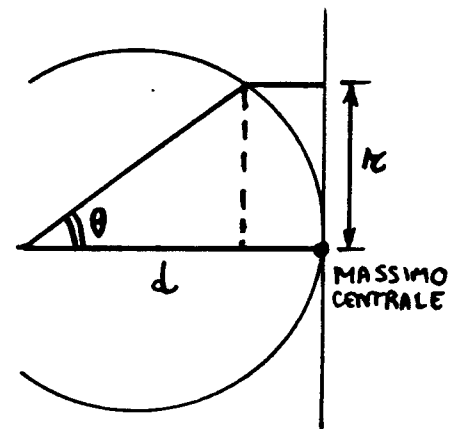
E' facile rendersi conto che la figura cosi' ottenuta e', a tutti gli effetti, una **FIGURA DI DIFFRAZIONE**. Per rendersene conto meglio, si torni all'esperienza preliminare. Il reticolo e' stato incastonato in un disco in modo da permettergli di ruotare attorno all'asse rappresentato dal fascio LASER. Se noi lo facciamo ruotare, i punti discreti ruotano attorno al punto centrale, descrivendo delle ...circonferenze, la cui intensita' conosce massimi e minimi radiali, proprio come quella ottenuta con l'esperienza or ora condotta!

Questo fenomeno e' apparentemente inspiegabile, se non alla luce della teoria di L. V. De Broglie sull'identita' tra corpuscoli ed onde. Gli elettroni diffrangono attraverso il cristallo di grafite perche' associata ad essi c'e' un'onda ψ , la cui lunghezza d'onda varia con il potenziale accelerante da noi usato, come ci ha dimostrato l'esperienza di Debye-Scherrer, perche' variano con essa gli aloni che corrispondono ai massimi d'intensita' diffratta!

Misuriamo con un semplice righello da disegno quello che ci sembra essere il diametro medio degli aloni a varie tensioni. Ho così il seguente prospetto:

TENSIONE	DIAMETRO 1° ALONE	DIAMETRO 2° ALONE
2 KV	3,4 cm	5,7 cm
3,5 KV	2,6 cm	4,8 cm
4,5 KV	2,4 cm	4,3 cm

Questi raggi sono misure determinate con grande approssimazione, sono estremamente soggettive ed andrebbero sostituite da misure angolari, con un'opportuna scala graduata sullo schermo fluorescente stesso. Tuttavia, gli angoli corrispondenti a tale misure possono essere determinati con il modellino geometrico a fianco, supponendo che le misure spannometriche da noi eseguite siano corrette valutazioni dei raggi medi degli aloni sul piano tangente allo schermo nel punto che corrisponde alla macchia centrale. Se così è, risulta immediato, anche senza una scala angolare graduata sul bulbo, tradurre la tabella precedente in quella qui sotto riportata, che mostra gli angoli cui corrispondono i picchi di massimo della figura di diffrazione da noi ottenuta:



TENSIONE U	POSIZIONE DEL 1° MASSIMO	POSIZIONE DEL 2° MASSIMO
2 KV	7,5°	12,5°
3,5 KV	5,7°	10,5°
4,5 KV	5,3°	9,5°

E' immediato determinare le lunghezze d'onda di De Broglie associate a questi fasci di elettroni, con la formula:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2 e m U}} = \frac{1,226 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{U}} \text{ m} \sqrt{V} = \frac{12,26 \text{ \AA}}{\sqrt{U}}$$

dove p e' la quantita' di moto ed U il potenziale accelerante, misurato in Volt. E' allora un gioco sostituire ed avere i valori di λ . Adesso posso stimare, legge di Bragg alla mano, i valori di a per cui si ha diffrazione, tenendo conto che, per via della legge succitata, si ha:

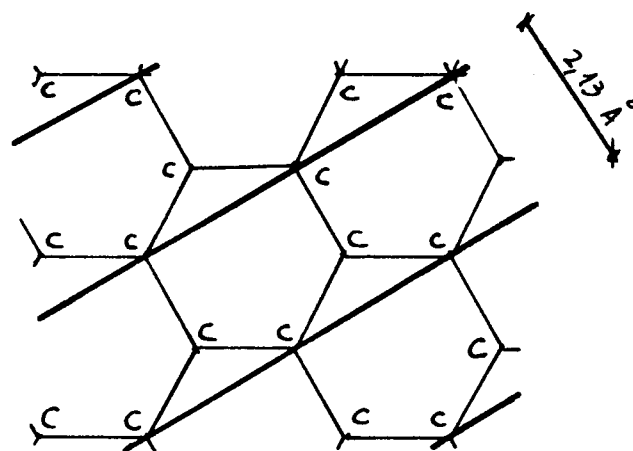
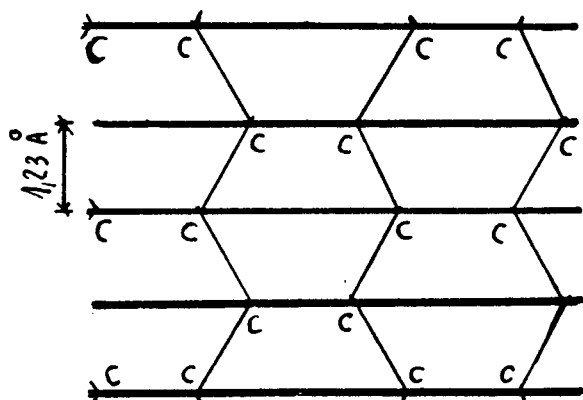
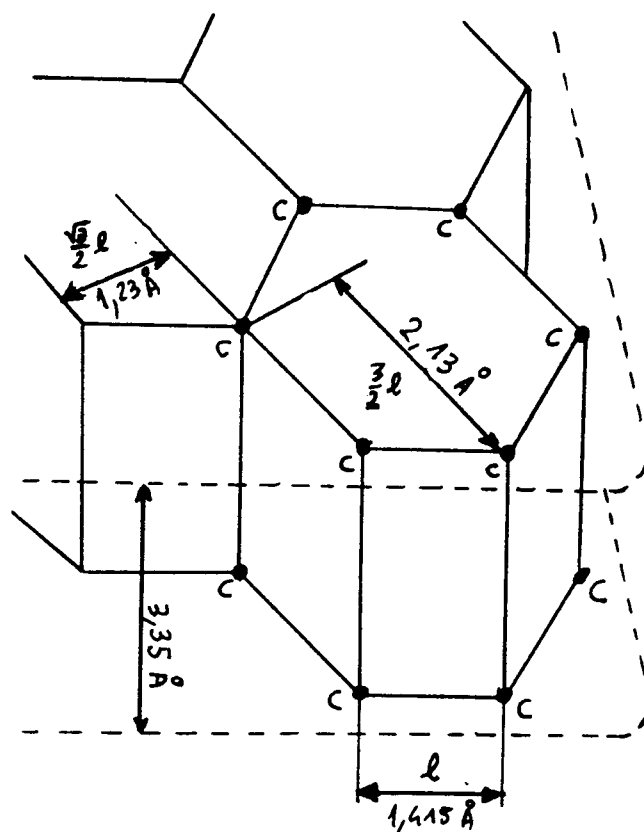
$$a_1 = \frac{\lambda}{\text{sen } \theta_1} ; \quad a_2 = \frac{\lambda_2}{\text{sen } \theta_2}$$

dove a_1 ed a_2 sono le distanze tra due famiglie di piani del cristallo in esame. Trovo così la seguente tabella di risultati:

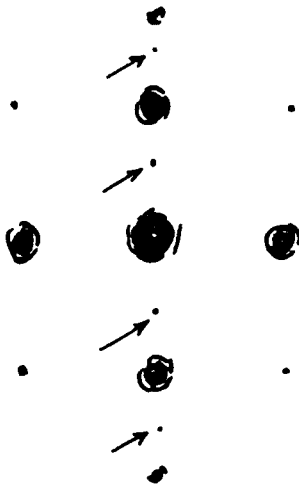
TENSIONE U	LUNGHEZZA D'ONDA DI DE BROGLIE	DISTANZE TRA PIANI CRISTALLINI	
		a_1	a_2
2 KV	0,275 Å	2,107 Å	1,270 Å
3,5 KV	0,207 Å	2,084 Å	1,135 Å
4,5 KV	0,180 Å	1,949 Å	1,090 Å

Mediando sui risultati ottenuti, abbiamo scoperto nel nostro policristallo di grafite due famiglie di piani cristallografici, a distanza di 1,2 Å e di 2,1 Å. Il nostro, come già più volte abbiamo avvertito, è un conto estremamente approssimato, e la fluttuazione dei risultati lo dimostra. Eppure, si dà il caso che la grafite presenti un cristallo di tipo ESAGONALE, in cui gli atomi di Carbonio si dispongono su piani paralleli, separati da 3,35 Å, a formare degli esagoni regolari, del lato di 1,415 Å. Ciò genera, come si vede qui, almeno due famiglie di piani cristallografici, proprio a distanze rispettivamente di 1,23 e di 2,13 Å !!!

Si può fare anche il lavoro inverso. Si può cioè partire dalla conoscenza della struttura cristallina della grafite e poi, determinata λ con la legge di Bragg, dire se è verificata o no l'equazione di De Broglie. Si constata facilmente che lo è.



Attenzione, pero', perche' se osserviamo bene la figura di diffrazione da noi ottenuta con il raggio LASER e' possibile scoprire dei picchi di intensita' minore, distribuiti in direzione



preferibilmente VERTICALE, vicino alle macchie piu' luminose. Come spiegare questo fenomeno nel nostro modello, dove tutto sembrava quadrare? C'e' forse un errore nell'esperimento? C'e' forse un errore nell'interpretazione? Niente di tutto questo. Il fatto e' che non si e' tenuto finora conto delle possibili IMPERFEZIONI dei cristalli, che risultano non periodici, ma QUASI PERIODICI: i passi reticolari cioe' non sono esattamente costanti. Se tali imperfezioni reticolari si possono pero' a loro volta ritenere periodiche, cioe' se un passo e' un po' maggiore degli altri, per esempio in direzione verticale, e la cosa si ripete ogni m passi, allora la

vera periodicita' e' diversa da quella finora considerata: il passo e' m volte quello creduto finora, e quindi e' logico che compaiano nel reticolo reciproco dei termini di passo $\frac{2\pi}{m a}$!

Naturalmente, l'imperfezione periodica e' essa stessa una modellizzazione matematica, per cui e' chiaro che i picchi cosi' generati saranno di intensita' molto minore rispetto a quelli da noi prima osservati; e cio' spiega anche perche' sono visibili solo nei pressi dei picchi piu' luminosi. Gli spettroscopisti parlano, al proposito, di FANTASMI DI LYMAN. Noi osserviamo dei minuscoli picchi circa a meta' tra i picchi precedentemente analizzati, lungo la verticale per la macchia luminosa centrale. Possiamo cosi' ammettere l'esistenza di una QUASI PERIODICITA' CON IMPERFEZIONE PERIODICA di passo doppio di quello reticolare. L'entita' di tale imperfezione puo' essere valutata solo facendo ricorso a misure di intensita', ed e' utile nel caso in cui si voglia valutare l'errore in elettrodeposizioni di tipo industriale.

Se l'irregolarita' non fosse affatto periodica, vedremmo non dei picchi fantasma, ma un semplice allargamento delle singole macchie. In questo caso direi che abbiamo avuto una certa fortuna.

