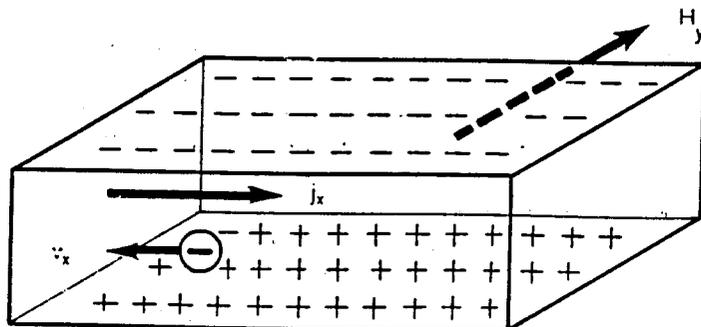
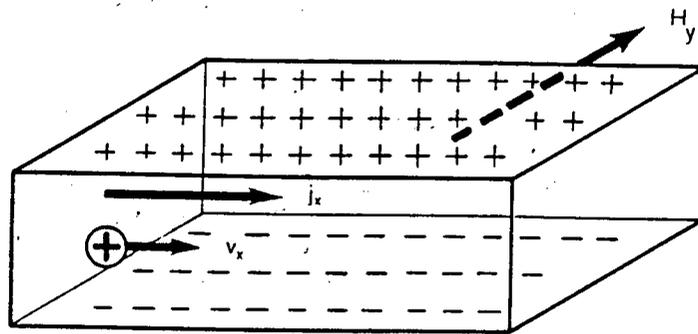


ESPERIMENTO 3

L'effetto HALL



L'effetto Hall per la identificazione dei portatori di carica (n oppure p) e la determinazione della loro concentrazione in un semiconduttore drogato.

EFFETTO HALL: VERIFICA SPERIMENTALE

Vogliamo verificare sperimentalmente l'EFFETTO HALL in due materiali: l'argento e il tungsteno.

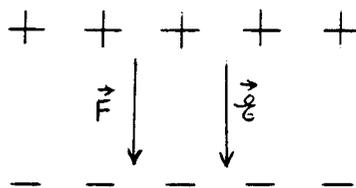
Questo effetto prende il nome dallo statunitense Hall, che lo scoprì nel 1879. Egli notò che prendendo una lastra di metallo (oggi si è visto che vale anche per semiconduttori drogati) ed introducendola in un campo magnetico, si rileva una differenza di potenziale in direzione ortogonale a quella della corrente e del campo generato. Per alcuni metalli questa tensione ha segno opposto a quello che ha per altri, e ciò portava necessariamente a concludere che i portatori avevano **SEGNI OPPOSTI**; questa supposizione era in contrasto con l'interpretazione secondo cui doveva essere solo l'elettrone a trasportare la carica. Si è dovuti così arrivare alla **TEORIA A BANDE**, secondo cui a muoversi sono sia gli elettroni che le vacanze. Sia $q > 0$ una carica in moto con velocità \vec{v} , che produce una corrente \vec{J} equiversa. Immergo il tutto in un campo magnetico \vec{B} ortogonale, che produce una forza di Lorentz:

$$\vec{F} = q * \vec{v} \wedge \vec{B}$$

il cui verso è dato dalla legge della mano destra. L'accelerazione impressa alla particella è:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Essendo $q > 0$, si ha una accelerazione **EQUIVERSA ALLA FORZA**; si comporta per esempio come una carica nel vuoto immersa tra le bobine del campo magnetico del televisore. Se penso alla carica posta all'interno di un **solido** (nel nostro caso una laminetta metallica),



ho una distribuzione di cariche positive nella parte superiore ed una di cariche negative nella parte inferiore, che generano una forza che **CONTROBILANCIA QUELLA DI LORENTZ**. All'equilibrio ho il **potenziale di Hall** che si può misurare.

Nel caso di **elettrone di conduzione** ho:

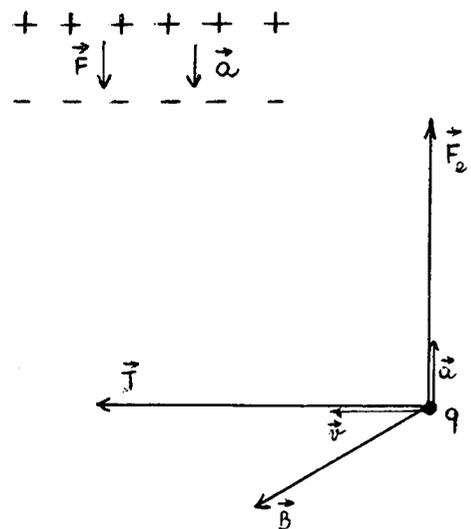
$$q = -e < 0$$

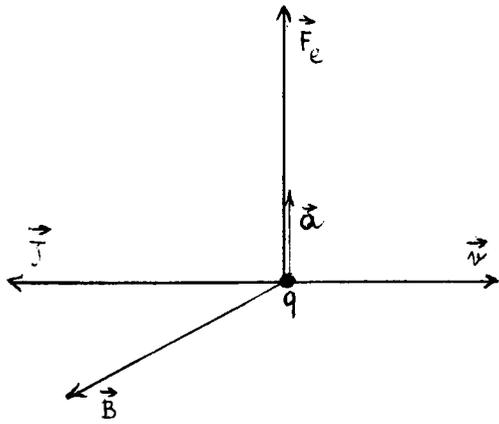
quindi l'accelerazione è equiversa alla forza perché

$$m = m_e^* > 0$$

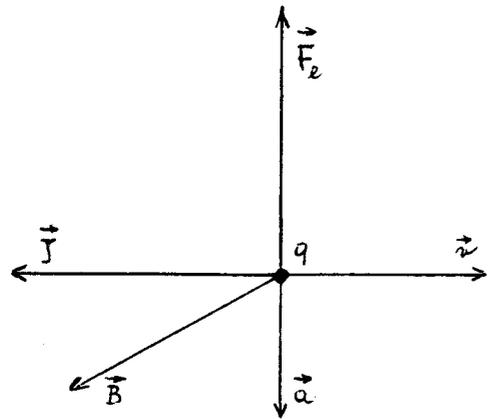
ma se l'elettrone è spinto in alto, ho una distribuzione di carica opposta alla precedente: è l'effetto Hall "normale" o "positivo", che si riscontra in Oro, Argento, Platino, Rame, ... che sono quindi analoghi ai semiconduttori di tipo p. In altri casi:

$$q = -e < 0$$

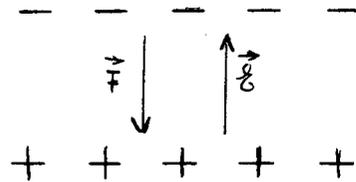




$$m = m_e^* > 0$$



$$m = m_h^* < 0$$

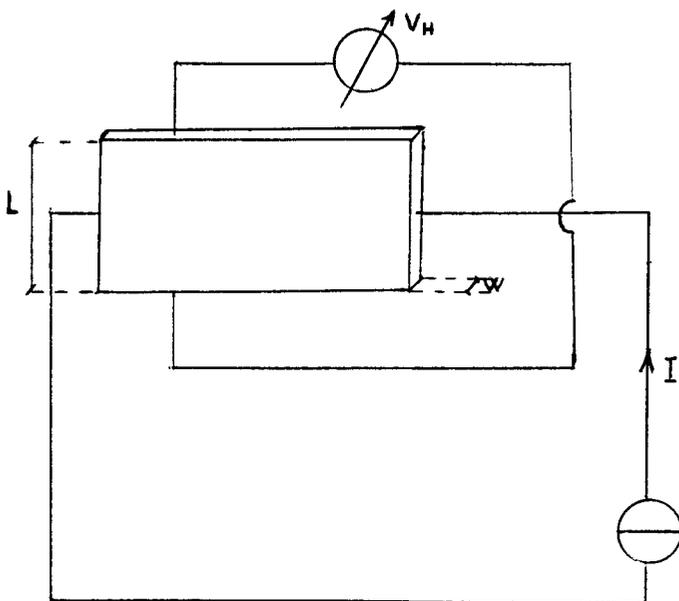


ma:

$$m = m_h^* < 0$$

e allora la tensione di Hall e' negativa: si parla di effetto di Hall "anomalo" o "negativo" come si riscontra in Cobalto, Zinco, Ferro, Tungsteno,... che sono quindi analoghi ai semiconduttori di tipo n.

Per il nostro esperimento utilizziamo una lamina di spessore w e di altezza L , collegata ad un generatore di corrente; la differenza di potenziale si misura in direzione ortogonale, con un VOLMETRO AD IMPEDENZA (idealmente) INFINITA. All'equilibrio:



$$F_L = e * v * B = e * E = F$$

Cioe' la forza di Lorentz eguaglia quella dovuta alla separazione di cariche. Ho due campi elettrici: uno generato dal passaggio di corrente, ed uno in direzione ortogonale. So che:

$$v * B = \frac{V_H}{L}$$

e ricordando che:

$$J = e * n * v$$

ottengo:

$$\frac{J}{e * n} * B = \frac{V_H}{L} \quad (3.1)$$

essendo n la densita' di portatori (con dimensioni $[m^{-3}]$). Ma:

$$I = J * S = J * L * w$$

dove S e' l'area della sezione del conduttore, per cui:

$$V_H = \frac{I * B}{w * e * n} = \frac{I * B}{w} * R_H \quad (3.2)$$

I e' la corrente che attraversa la laminetta, w e' lo spessore. Si e' posto, come si fa di solito in Elettronica:

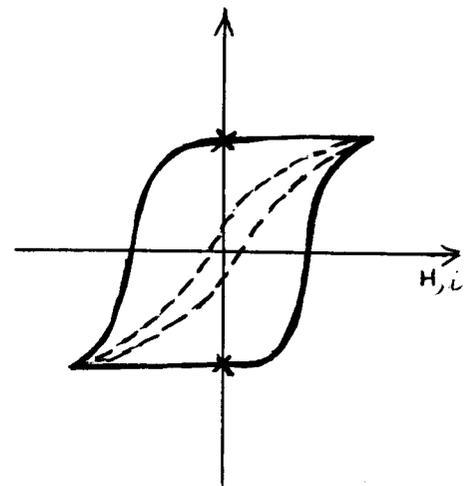
$$\frac{1}{e * n} = R_H \quad (3.2)$$

Dimensionalmente:

$$[V_H] = \left[\frac{I * B}{L * Q * L^{-3}} \right] = \left[\frac{A * T}{m * C * m^{-3}} \right] = \left[\frac{A * \text{Weber}}{m^{-2} * C * m^2} \right] = \left[\frac{C * V * S}{S * C} \right] = [V]$$

Ritorna perfettamente. E' sensato? V_H e' proporzionale alla corrente che la attraversa e al campo magnetico. E' invece inversa la proporzionalita' con la densita' di portatori n , che e' l'unica grandezza microscopica della formula. Usiamo allora la (3.2) per misurare n ; oppure, supposto n , usiamo la stessa formula per verificare la legge di Hall. Questo n puo' essere confrontato con N , il numero di atomi per unita' di volume.

Facciamo passare la corrente di 1 A. Il campo magnetico terrestre e' dell'ordine del Gauss, per cui ci porteremo su 0.3 Tesla. Grazie ad un magnete permanente potrebbe anche essere maggiore, sfruttandone il CAMPO RESIDUO, indicato nella fig. a lato; per il ferro dolce invece, togliendo la corrente, il campo residuo e' piccolissimo. La laminetta deve essere larga un paio di centimetri e spessa 0.5 mm.: piu' piccola e', meglio e'. Deve inoltre essere lunga qualche centimetro. Ho anzitutto:



$$n = \frac{N_{A.V.}}{M.A. (Ag)} * \rho = \frac{6.02 E+23 \text{ mol}^{-1} * 10.5 \text{ g cm}^{-3}}{107.8 \text{ g mol}^{-1}} = 6 E+22 \text{ cm}^{-3} = 6 E+28 \text{ m}^{-3}$$

Sostituisco nella (3.2):

$$V_H = \frac{1 \text{ A} * 0.3 \text{ T}}{0.5 E-3 \text{ m} * 1.6 E-19 \text{ C} * 6 E+28 \text{ m}^{-3}} = 0.6 E-7 \text{ V} = 60 \text{ nV}$$

Il valore ottenuto non va bene: e' troppo piccolo, essendo questa una misura da fare in corrente continua. Se penso solo agli effetti termoelettrici in corrispondenza del contatto e alla dipendenza di queste tensioni dalla temperatura, il rumore a bassissima frequenza NON sarebbe assolutamente misurabile. Allora cambiamo i dati in questo modo:

$$I = 20 \text{ A}$$

$$B = 0.6 \text{ T}$$

$$w = 50 \mu\text{m}$$

Siccome utilizziamo Argento, l'efficienza del magnete viene migliorata, pur essendo stato ridotto lo spessore. Una corrente di 20 A produce pero' un notevole riscaldamento, quindi bisogna attendere l'equilibrio termico, il che richiede da qualche secondo ad un minuto. Per l'argento si rileva:

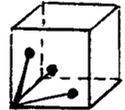
$$V_H \cong 24 \mu\text{V}$$

Si usa allora un **microvoltmetro** opportuno, con una risoluzione sufficiente. Se il fondo scala scelto e' $30 \mu\text{V}$, la risoluzione piu' opportuna e' allora di $0.1 \mu\text{V}$. La misura non e' fatta al decimo di microvolt, ma a noi va bene lo stesso.

L'argento e' un **cristallo cubico a facce centrate (fcc)** con un passo reticolare di 4.08 \AA ; il tungsteno e' un **cristallo cubico a corpo centrato (bcc)** con un passo reticolare di 3.16 \AA .

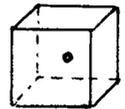
Allora:

$$n(\text{Ag}) = \frac{4 \text{ atomi}}{(4.08 \text{ \AA})^3} = 5.89 \text{ E}+28 \text{ m}^{-3}$$

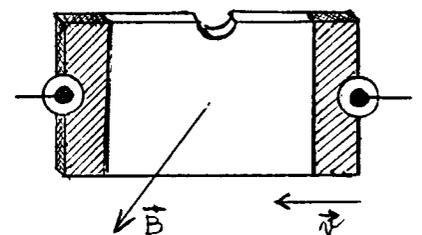
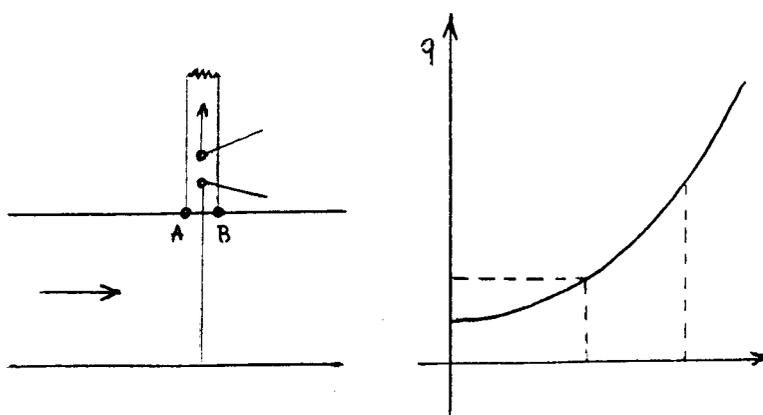
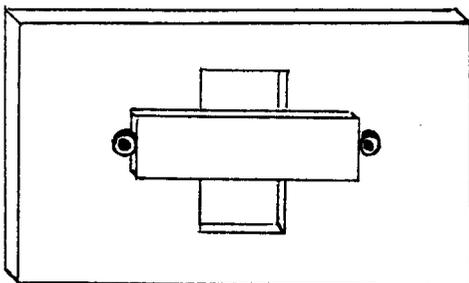


e:

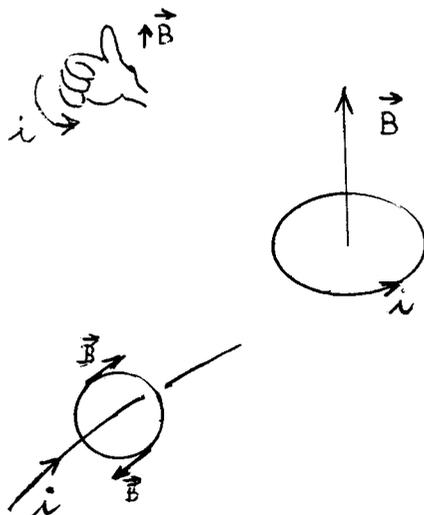
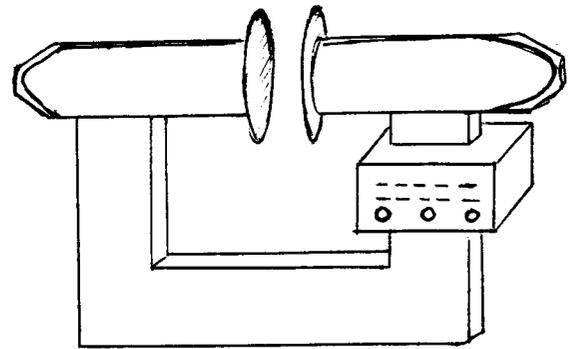
$$n(\text{W}) = \frac{2 \text{ atomi}}{(3.16 \text{ \AA})^3} = 6.54 \text{ E}+28 \text{ m}^{-3}$$



L'esperimento viene fatto con un voltmetro a corrente continua (DC), che esprime la tensione in mV con quattro decimali. Le piastine sono collegate a boccole da cui partono fili bianchi. Esse sono sistemate come in figura a fianco, con un piccolo **POTENZIOMETRO**, perche' non e' detto che la corrente si propaghi con dei fronti equipotenziali rettilinei, soprattutto a causa della presenza di saldature. Tra A e B si ha un prelievo di tensione che va da 0 ad 1. Muovendo il potenziometro si preleva la tensione tra uno dei



due punti che sono già molto vicini; non riesco a prendere un punto esattamente equipotenziale, ma si ha la possibilità di fare un azzeramento. Tra le due boccole si fa passare la corrente della laminetta e, ortogonalmente, si preleva la tensione: il campo B è ortogonale alla laminetta. Per realizzarlo nella zona di interesse, in modo che risulti INTENSO, OMOGENEO e soprattutto NOTO, cioè MISURABILE, si usa una bobina da 250 spire, con due terminali. Il nucleo è costituito da un certo numero di lamelle di ferro dolce, come quello di un trasformatore (un "C"). Il circuito magnetico non è chiuso da una "I", come nel trasformatore, ma ha espansioni polari, come in figura, cilindriche e piatte. Le lamelle sono OSSIDATE e quindi ELETTRICAMENTE ISOLATE l'una dall'altra, per ridurre le spire e quindi le correnti di Foucault, che sono perciò geometricamente limitate e dissipano meno (il calore scalderebbe il ferro, "succhiando" energia al rendimento). Questo vale in corrente alternata (AC). Se il flusso magnetico è COSTANTE, tale accorgimento non è necessario e le espansioni polari sono di ferro massiccio, rese piatte in modo che il campo nel traferro sia essenzialmente OMOGENEO e meno dell'1÷2%.



Un altro problema da affrontare è da che parte si deve mettere il campo magnetico. La corrente nella spira dà luogo ad un campo B secondo la regola della mano destra. Il campo B come è diretto, verso l'alto o verso il basso? Per saperlo, bisogna capire se i portatori sono positivi o negativi. Si deve vedere cioè da che parte sta il NORD e da che parte sta il SUD della bobina o solenoide. Prendiamo allora il morsetto rosso dell'alimentatore, da cui la corrente esce, e lo colleghiamo con A, mentre quello nero, in cui essa entra, lo colleghiamo con E.

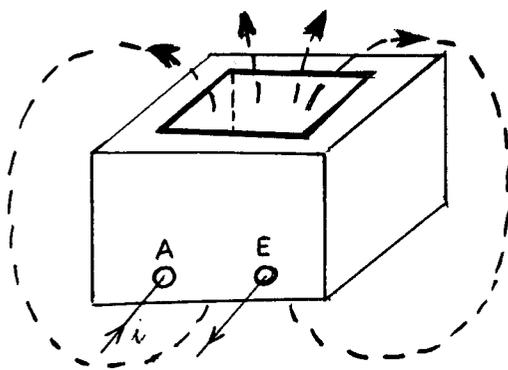


fig. (a)

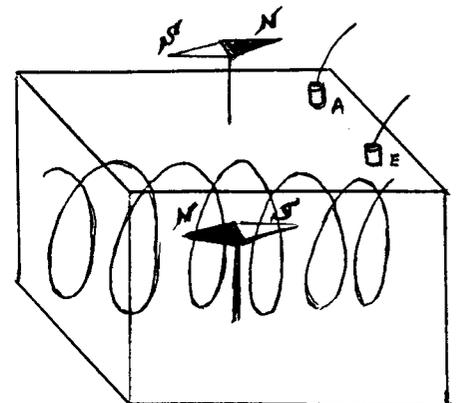
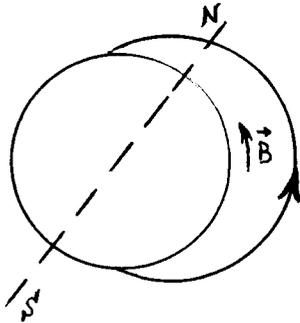


fig (a')

Per conoscere il verso del campo si usa una BUSSOLA, che va introdotta all'interno del solenoide. Facciamo circolare della corrente: attuiamo una prova e poi una riprova scambiando i morsetti. Se la corrente entra in A,

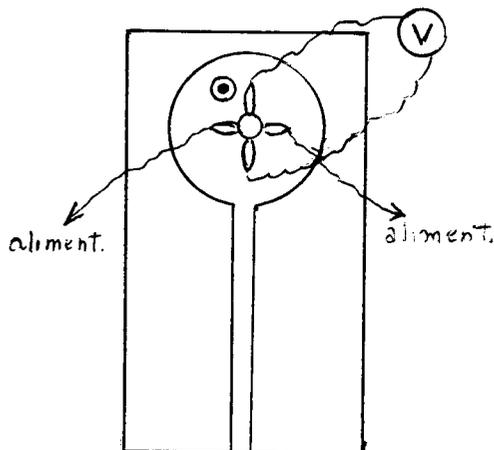
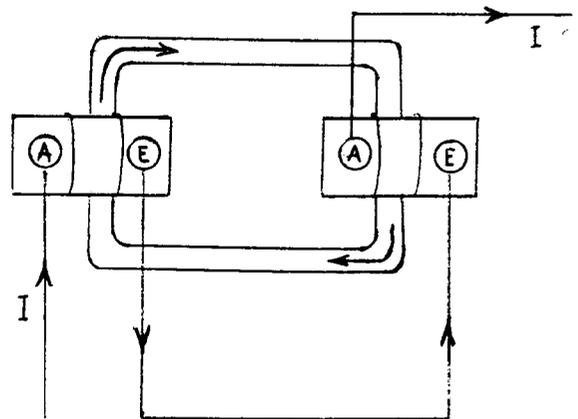


allora il campo e' diretto verso l'alto, come nella figura (a) di pagina precedente. Fuori dalla bobina, invece, il verso e' contrario, perche' le linee di forza si richiudono FUORI del solenoide (Nord e Sud sono pero' una convenzione)

Usiamo due bobine perche' ognuna da' una magnetizzazione propria. Se le collego in serie con i versi opposti si elidono; percio' occorre fare bene

attenzione. Allora la corrente entra in A, esce da E, rientra in E e fuoriesce di nuovo da A, percio' essi sono collegati in serie. Si hanno cosi' 250 spire. Quanto vale B nella fessura? La corrente va moltiplicata per 250, poi si deve dividere per la riluttanza \ominus del circuito magnetico (che equivale alla resistenza di un circuito elettrico). Essendo in serie, la riluttanza totale e' la somma di quelle parziali, ma quella dell'aria e' del tutto trascurabile, vista l'enorme differenza di permeabilita', anche se le dimensioni (2 mm di aria, 900 mm di ferro) giocherebbero tutte a sfavore dell'aria. La riluttanza \ominus e' direttamente proporzionale alla lunghezza, ed inversamente proporzionale allo spessore.

Fatti i calcoli, dalla intensita' di corrente si puo' ricavare il flusso di B e quindi anche B. Noi pero', avendo bisogno di una misura di B la piu' precisa possibile, dobbiamo seguire una procedura diversa. Si usa una SONDA MAGNETICA, strutturata come a fianco: per due morsetti si fanno passare 5 mA di alimentazione, e ad altri due si preleva una tensione che viene a dipendere dal campo magnetico. Collego la sonda al voltmetro, misurando cosi' il cosiddetto "offset" della sonda, dovuto al CAMPO MAGNETICO TERRESTRE:



TERRESTRE: + 13 mV DC

Girando l'apparecchiatura, si hanno letture diverse perche' varia l'incidenza del campo magnetico terrestre; esso influisce sulle decine di μV , quindi possiamo trascurarlo senza remore. Anche il campo magnetico

terrestre ha un verso: se il segnale e' positivo, B esce dalla parte di un pallino blu \odot segnato su un lato, mentre entra sull'altro lato dove e' segnata una crocetta \otimes . Si posiziona la sonda fra le espansioni polari di un magnete e si legge:

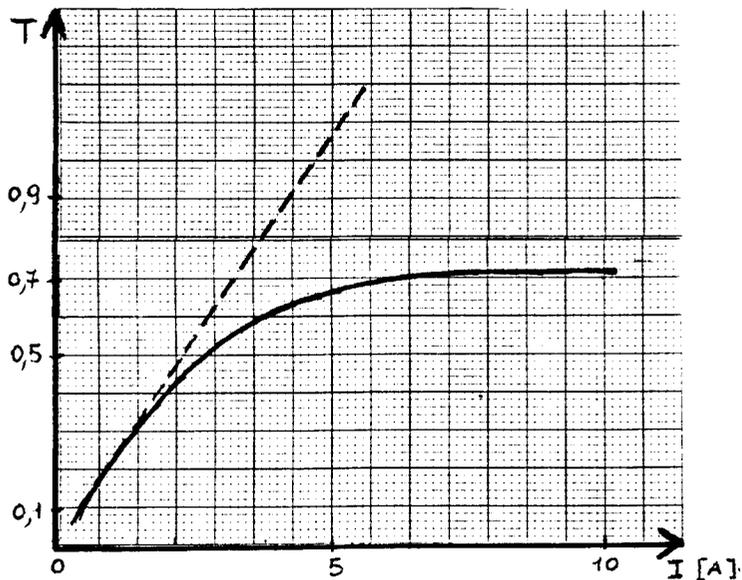
perche' all'interno e' rimasto un CAMPO RESIDUO. Il fattore di conversione della sonda da mV a mTesla e' circa 1. Dunque e' molto comodo, anche se si devono togliere i 13 mV di "fondo". Ora faccio passare una corrente fra le espansioni; con 1 A leggo:

+ 252 mV

mentre con 2 A leggo una tensione di:

+ 433 mV

e cosi' di seguito. Procedendo in questo modo, si costruisce la curva che fa corrispondere il campo magnetico alla corrente



continua della bobina. Sottraendo l'offset e tenendo conto anche dell'esatto coefficiente di calibrazione della sonda, si ha la curva di calibrazione del toro come si vede nella figura a lato. Si ha cosi' il comportamento a SATURAZIONE del ferro: prima B segue H, e la costante di proporzionalita' e' la permeabilita'; in seguito, i domini si sono orientati TUTTI, e non si riesce ad andare oltre. Con traferri di 2 mm, a 10 A si riesce a lavorare fino a 0.7 Tesla.

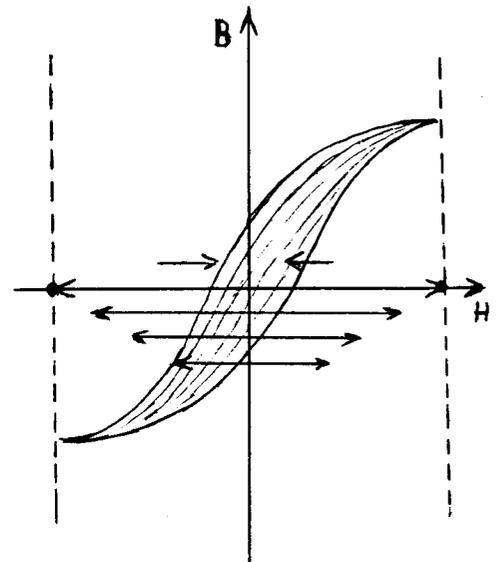
Sul grafico cosi' tracciato si puo' leggere immediatamente che:

0.3 Tesla -----> 1.41 A

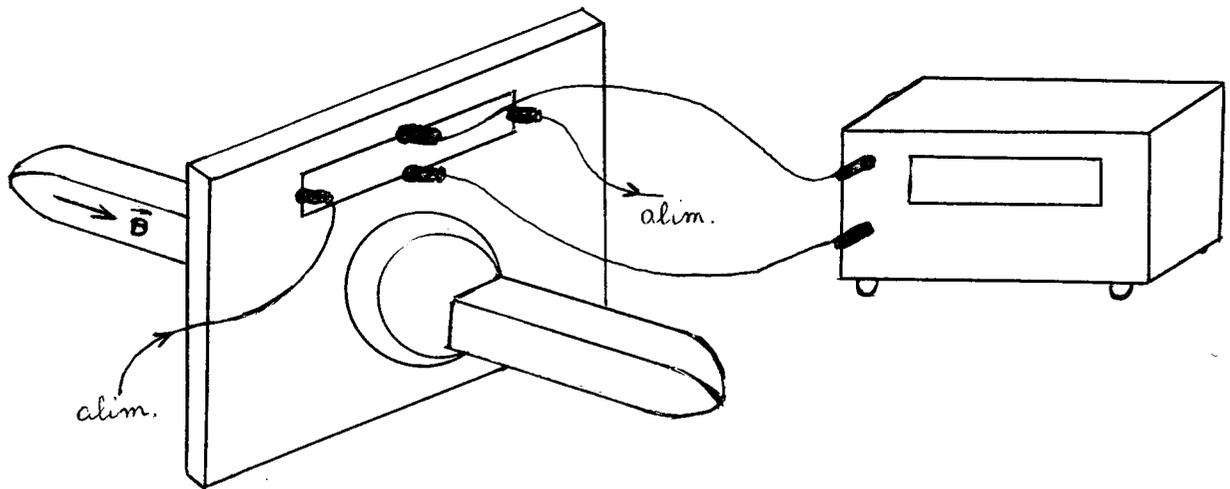
0.6 Tesla -----> 3.79 A

Se si smagnetizza fino ad H nullo pero' resta una magnetizzazione residua e si ha il consueto CICLO DI ISTERESI. Se si vuole che la procedura sia ripetibile, ogni volta si dovrebbe ripartire da zero; escludendo di portarlo sopra la temperatura di Curie, che e' troppo alta, si devono realizzare PIU' CICLI DI ISTERESI, DIMINUENDO SEMPRE PIU' L'AMPIEZZA DI OSCILLAZIONE, di modo che il ciclo si "SMAGRISCA", fino a raggiungere una magnetizzazione nulla; questo, grazie ad un opportuno auto-trasformatore, detto VARIAC, che variando l'ampiezza della corrente alternata permette di andare praticamente a zero. Per tarare la strumentazione, si usa proprio questo metodo.

Fino a qui, abbiamo svolto la fase di CALIBRAZIONE del nostro campo



magnetico. Adesso entriamo nel vivo dell'esperienza. Prendiamo il campione d'Argento ed inseriamolo tra le espansioni polari del magnete. Il morsetto rosso del voltmetro viene collegato alla boccola superiore, quello nero alla boccola inferiore, quello rosso dell'alimentatore a sinistra, quello nero a destra, così:



Allora il campo magnetico e la corrente sono posizionati come nella figura soprastante. Se ci sono dei portatori positivi, $(q > 0)$ ha il verso della corrente convenzionale, dunque la forza sospingerà gli elettroni verso il lato inferiore, che si caricherà **NEGATIVAMENTE**. Sul voltmetro devo perciò leggere una **tensione negativa**. Dopo una prima smagnetizzazione tramite il VARIAC, ciò che si legge è più o meno:

0.0002 mV DC

Ho imposto una corrente di 10 A nella piccola lamina, e sul potenziometro si vede che si è quasi a zero. Leggo $+1 \div 2$ decimi di μV . C'è sempre un **ASSESTAMENTO TERMICO**; attendiamo allora che il valore letto sullo strumento non derivi più, ma si assesti su di un valore pressoché costante nel tempo.

Introduciamo il tutto in un campo magnetico, prima a 0.3 Tesla e poi a 0.6 Tesla. Alla bobina faccio ora arrivare una corrente di 1.41 A; il numero letto sale a:

0.0042 mV DC

Innalziamo ora il campo magnetico a 0.8 Tesla, la corrente passa a 3.79 A e si legge:

0.0087 mV DC

Facciamo una tabellina dei valori rilevati nel caso di un campione di Argento:

I_L [A]	B [T]	V [μ V]	errore	V [μ V]	n [m^{-3}]
10	0	0	(± 0.2)	---	---
10	0.3	+ 4.2	---	+ 4.2	8.9 E+28
10	0.6	+ 8.7	---	+ 8,7	8.6 E+28
0	0	- 0.2	---	---	---
20	0	+ 1.6	(± 0.2)	---	---
20	0.3	+ 9.7		+ 8.1	9.3 E+28
20	0.6	+ 18.1		+ 16.5	9.1 E+28

Se si rida' un'altra passata di smagnetizzazione, non si legge piu' zero ma circa - 0.2: c'e' comunque un residuo. Se si sale fino a 20 A, diventano quattro volte maggiori i problemi termici; l'argento pero', essendo un buon conduttore, fa in fretta a smaltire il calore sviluppato dalla corrente.

Si deve poi calcolare ΔV_H che e' la VERA tensione di Hall, e per ciascuno dei quattro valori occorre trovare n dalla formula. Si ottengono dalla parte destra della tabella. Si possono ottenere valori piu' o meno simili con la legge:

$$n = \frac{I * B}{W * e * V_H}$$

I risultati giustificano la proporzionalita' imposta da questa legge, perche' raddoppiando I_L si ottiene un valore quasi doppio anche di V_H . Si potrebbe fare un grafico con questi dati, a pari I_L , cioe' prima a 10 A e poi a 20 A. Cosi' posso vedere quanto stanno sulla stessa retta. Si conclude che: il segno dei portatori dell'argento per effetto Hall e' negativo; e' stata verificata la legge ed e' stata stimata la concentrazione dei portatori. E' forse una stima un po' abbondante; sul testo di Ashcroft e Mermin, "Solid State Physics", citato in Bibliografia, si trova valutato:

$$\frac{1}{R_H} = 1.3$$

mentre uno studioso italiano ha misurato:

$$R_H = - 0.8$$

Come si vede si hanno piu' portatori che atomi, come si deduce se si confronta questo risultato con i calcoli fatti all'inizio. Lo spessore pero' e' grosso, 80 μ m; inoltre, abbiamo eseguito l'esperienza su di un tavolo dove si trovano molti cavi e molte

correnti indotte, per cui necessariamente si trovano delle notevoli imprecisioni. Facciamo ora una tabellina dei valori rilevati nel caso di un campione di tungsteno:

I_L	B	V_{long}	V_H	n
10	0	8.6	0	---
10	0.3	+ 5.0	- 3.6	10.4 E+28
10	0.6	+ 0.0	- 8.6	8.7 E+28

Ora la variazione e' nel verso di DIMINUIRE la tensione letta: con il tungsteno, cioe', la tensione e' DIMINUITA, quindi il segno dei portatori e' contrario (effetto Hall anomalo). Ora e' piu' che raddoppiato; si tenga pero' conto che il tungsteno, rispetto all' argento, e' un cattivo conduttore del calore. L'importante e' tuttavia che il VERSO SIA OPPOSTO, ed e' cio' che si e' appurato.

