

LA MECCANICA QUANTISTICA, 1926-2026

LE ONDE DI DE BROGLIE

Dal 1913 al 1926 la teoria di Bohr-Sommerfeld, di cui abbiamo parlato nel [capitolo precedente](#), rappresentò lo schema fondamentale per cercare di interpretare il funzionamento del mondo atomico. Tuttavia, nonostante parecchi brillanti, successi, sotto molti aspetti essa lasciò i fisici del tutto insoddisfatti. Infatti i teorici incontrarono parecchie difficoltà ad estendere la teoria ai sistemi più complessi dell'atomo di idrogeno, ad interpretare la struttura fine degli spettri, e a giustificare le mille regole di quantizzazione introdotte al solo scopo di giustificare le mille regole di quantizzazione introdotte al solo scopo di dare una giustificazione ai fatti sperimentali.

Ma il neo più grosso del modello di Bohr-Sommerfeld era rappresentato dal fatto che, mentre per definire l'equilibrio degli elettroni sulle loro orbite si utilizzavano le classiche leggi della meccanica e dell'elettromagnetismo, queste leggi vengono poi accantonate per ipotizzare invece che l'energia sia quantizzata, e che gli elettroni possano ruotare solo su particolari orbite. Per questa mescolanza un po' illogica, il modello fu detto quantomeccanico, ma già Ernest Rutherford nel 1913 fece notare che questa compresenza di due fisiche letteralmente incompatibili fra di loro rappresentava la maggior debolezza del nuovo modello atomico. A questo proposito, leggiamo un estratto della lettera che Rutherford scrisse a Bohr il 20 marzo 1913, tratto dal fondamentale testo "I quanti e la vita" di Niels Bohr (1963):

« Caro dottor Bohr, ho ricevuto il Suo lavoro e l'ho letto con grande interesse, ma mi riservo di rivederlo con cura non appena ne avrò il tempo. Le Sue idee sull'origine dello spettro dell'idrogeno sono molto ingegnose e sembrano funzionare bene; ma la mescolanza delle idee di Planck con la vecchia meccanica consente molto difficilmente di formarsi un'idea fisica della base di tutto il discorso. Mi sembra ci sia una grave difficoltà nelle Sue ipotesi, che non penso affatto le sia sfuggita: come fa un elettrone a decidere con quale frequenza deve vibrare quando passa da uno stato stazionario all'altro? Sembra che si debba supporre che l'elettrone sappia in partenza dove andrà a finire... »

E non è tutto. William Lawrence Bragg (1890-1971) si spinse ancora più in là, affermando:

« Dio regola i fenomeni con la Fisica Classica il lunedì, il mercoledì e il venerdì, mentre il diavolo li regola con la Fisica Quantistica il martedì, il giovedì e il sabato! »

Occorreva dunque cercare di fondere entrambe le fisiche in una teoria più generale. Del resto, cominciava a farsi strada l'idea che la fisica (per così dire) "macroscopica" non potesse venire estesa in modo automatico al mondo microscopico, perchè gli atomi, gli elettroni, i quanti, ecc. sono completamente differenti dai corpi macroscopici. La teoria di Bohr-Sommerfeld, nata per risolvere i problemi posti dalla vecchia spettroscopia, rappresentava piuttosto un tentativo di introdurre nella Fisica Classica alcune "scappatoie" e "correzioni", mantenendo però inalterato l'edificio generale. Perchè mai l'elettrone non irraggia, se si muove lungo particolari orbite? Questo la vecchia meccanica classica non lo spiegava, e la teoria quantomeccanica lo poneva come un assioma, esattamente come Galilei poneva in modo assiomatico che la Terra ruoti attorno al Sole, senza conoscere i motivi all'origine di questa rivoluzione (e cioè la forza di gravitazione nucleare di Newton). Le difficoltà non nascevano da un formalismo incompleto, bensì dalle stesse basi teoriche su cui l'edificio della Fisica era stato costruito. Le difficoltà erano profonde e di ordine concettuale. Come la Relatività Ristretta di Albert Einstein, nata dalla revisione di alcuni concetti relativi allo spazio ed al tempo, contiene la Meccanica Classica come caso particolare, per velocità molto più piccole di quella della luce, così da una sistematica revisione della fisica quantomeccanica

si sperava di giungere a costruire una nuova Meccanica, che potesse giustificare i risultati sperimentali nelle applicazioni microscopiche, e tendere alla Fisica Classica per i fenomeni nei quali scompaiono le discontinuità rappresentate dalla costante h di Planck.

La via per arrivare a formulare una nuova meccanica, detta **Meccanica Quantistica**, iniziò nel 1924 con la tesi di laurea del francese Louis Victor de Broglie (1892-1987), Accademico di Francia, intitolata « Recherches sur la théorie des quanta ». Grazie a lui, divenne possibile giustificare molti fenomeni microscopici, prima interpretati solo empiricamente, o condizionati da ipotesi ad hoc.



Louis-Victor de Broglie (Dieppe, 15 agosto 1892 – Louveciennes, 19 marzo 1987)

Per interpretare l'[effetto fotoelettrico](#), Albert Einstein aveva abbandonato per primo l'ipotesi puramente ondulatoria della luce, sostenendo che l'energia da essa trasportata non è uniformemente distribuita su tutto il fronte d'onda della radiazione, bensì concentrata in "pacchetti" discreti, detti fotoni o quanti di luce. In tal modo un fascio di onde elettromagnetiche di lunghezza d'onda λ e frequenza $f = c / \lambda$, è caratterizzata da un flusso di fotoni di energia $h f = h c / \lambda$, che interagiscono con gli atomi della superficie metallica, facendo sì che essa liberi elettroni. Dunque, nei confronti di certi fenomeni la luce si comporta come onda, e nei confronti di altri come un fascio di particelle: è la rivincita di Newton su Huygens. Si parla al proposito di teoria corpuscolo-ondulatoria della luce.

Questo fatto ci costringe ad introdurre una delle più grosse novità della Fisica del Novecento: il dualismo tra onda e corpuscolo. Le radiazioni elettromagnetiche presentano una doppia natura, come il dottor Jekyll e mister Hyde di un celebre racconto di Robert Louis Stevenson: alcuni fenomeni, come la diffrazione e l'interferenza, sono spiegabili solo ammettendo nella luce una natura

ondulatoria, mentre altri, come l'[effetto fotoelettrico](#) e l'[effetto Compton](#), nonché la produzione di raggi **X**, fanno pensare piuttosto ad una natura corpuscolare. Circostanza fondamentale di questo sconcertante dualismo è il fatto che in nessun fenomeno è necessario far intervenire contemporaneamente l'aspetto corpuscolare e quello ondulatorio della radiazione. I due modelli, pur partendo da diverse ipotesi, non si escludono a vicenda, ma sono piuttosto complementari, cosicché la radiazione, a seconda del fenomeno in osservazione, presenta ora l'uno ora l'altro aspetto. È come se si osservassero le due facce di una stessa moneta: quando si guarda l'una non si vede l'altra, e viceversa. Qui si coglie subito uno degli aspetti fondamentali della nuova Fisica: la natura dell'osservabile dipende dal tipo di osservazione, e la influenza in modo decisivo. In genere, l'aspetto corpuscolare diventa più evidente ad alte frequenze, cioè quando, aumentando l'energia e la quantità di moto della radiazione, il carattere fotonico diventa sempre più evidente. Il modello ondulatorio domina invece alle basse frequenze (come quella della luce), quando si manifestano maggiormente l'interferenza e la diffrazione. Nel campo delle piccole frequenze (radioonde), la discontinuità energetica delle radiazioni non è minimamente avvertita, mentre diventa dominante nello spettro **X** e gamma.

L'idea base di de Broglie richiede che ad ogni corpuscolo venga associata un'onda, detta onda di materia, con lunghezza d'onda pari a:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v}$$

Al posto di λ si può usare il cosiddetto numero d'onda, così definito:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{p}{\hbar}$$

Da cui è facile ricavare:

$$p = \hbar k$$

Dalla (4.1) segue dunque la quantizzazione della quantità di moto, così come accadeva nell'atomo di Bohr. λ è il "periodo spaziale" dell'onda di materia, ma se ne può introdurre anche un "periodo temporale" **T** e una pulsazione ω così definita:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Essa è del tutto analoga alla (4.2). Il postulato di Planck $E = h f$ ci dice allora che l'energia associata all'onda di materia è:

$$E = h f = \frac{h \omega}{2\pi} = \hbar \omega$$

Ho così le due equazioni di de Broglie:

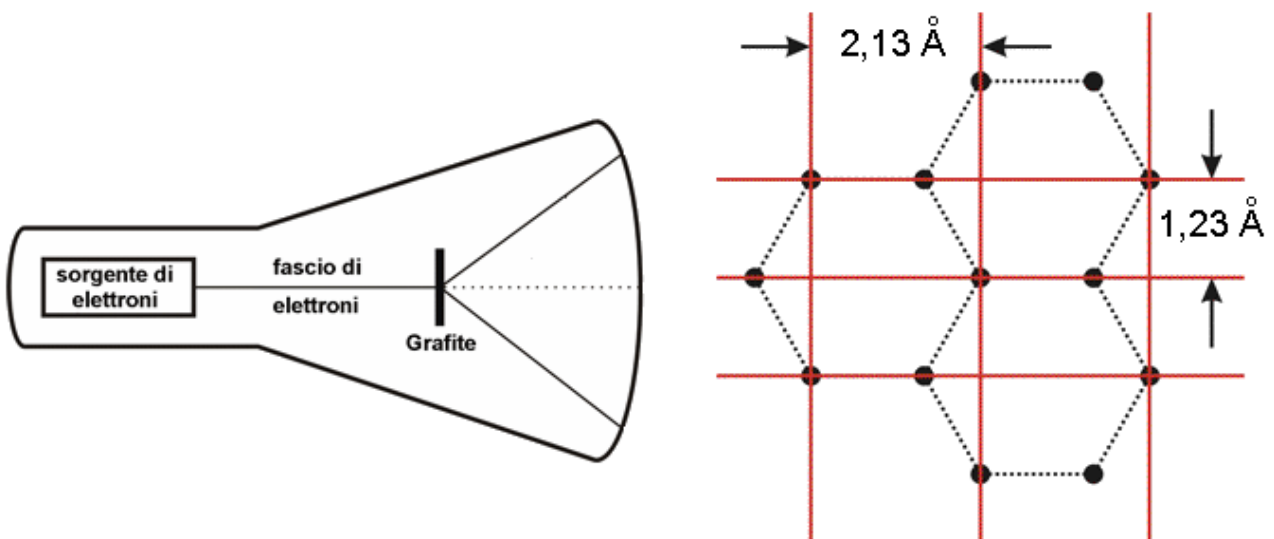
$$p = \hbar k$$

$$E = \hbar \omega$$

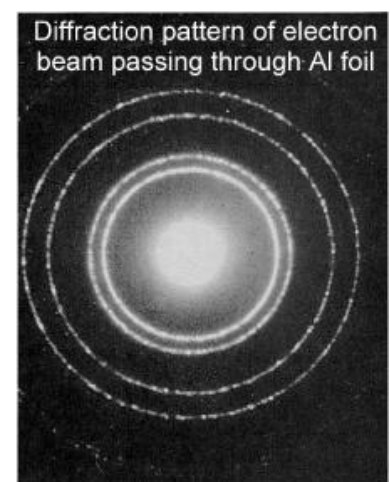
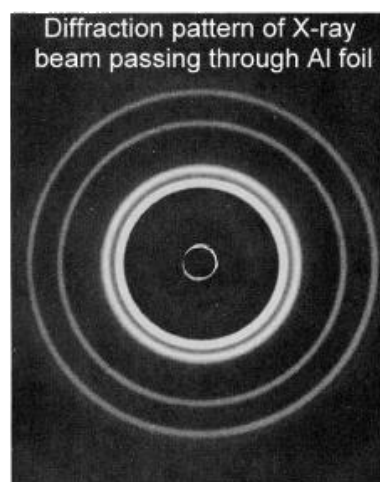
Esse ci dicono che ad una particella materiale di energia **E** e quantità di moto **p** si associa un'onda di materia di lunghezza d'onda e frequenza date da:

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{p}}{\hbar} \quad \text{e} \quad \omega = \frac{E}{\hbar}$$

Fin dalle prime esperienze di Bragg sulla diffrazione dei raggi X fu evidenziata la regolare struttura dei cristalli, caratterizzati da una distanza tra i piani reticolari dell'ordine di 10^{-10} metri. Questo fatto indusse i fisici sperimentali a cercare una verifica sperimentale delle onde di de Broglie utilizzando i cristalli come reticoli di diffrazione. La prima verifica di questo tipo fu effettuata nel 1927 dagli americani Clinton Joseph Davisson (1881-1958) e Lester Halbert Germer (1896-1971) presso i [Bell Labs](#) dove lavoravano, ed è passata alla storia con il nome di esperienza di Davisson e Germer.



Essi utilizzarono un dispositivo che generava fasci di elettroni, e li fecero incidere su un sottile reticolo policristallino di grafite. Di fronte alla grafite è posto uno strato di sostanza fluorescente. Su di esso si ottengono degli anelli, molto simili a una figura di diffrazione; al centro si nota una macchia luminosa, dovuta agli elettroni che attraversano la grafite senza essere diffratti, circondata da vari anelli. I singoli cristalli del foglio policristallino hanno una struttura esagonale, come si vede in figura, ma possono assumere tutte le possibili angolazioni, cosicché i raggi diffratti sui vari cristalli formano delle superfici coniche aventi come assi di simmetria la direzione del fascio incidente di elettroni; le loro intersezioni con lo schermo sono dunque rappresentate proprio da anelli!



Clinton Joseph Davisson e Lester Halbert Germer

Si osservano in particolare due anelli di diffrazione, dovuti ad una particolarità dei cristalli di grafite, dotati di due sistemi di fasci piani paralleli tra di loro. L'ipotesi di de Broglie, per quanto paresse assurda, era stata dimostrata sperimentalmente!!

LA MECCANICA ONDULATORIA

De Broglie pose le basi di una nuova meccanica, ma non fu lui a coglierne i frutti. Subito dopo la pubblicazione dei suoi lavori, infatti, due giovani talenti, uno tedesco ed uno austriaco, si misero al lavoro e diedero vita a due diverse formulazioni della nuova meccanica che, come anticipato, doveva rendere ragione di TUTTI i fenomeni del mondo microscopico, sopperendo ai limiti di quella di Newton. A Vienna, Erwin Schrödinger (1887-1961) elaborò la cosiddetta **meccanica ondulatoria**, scrivendo l'equazione a cui ogni onda di materia deve obbedire, ed a cui dedicheremo il [prossimo capitolo](#); invece a Göttingen, città della Bassa Sassonia, Werner Heisenberg (1902-1976) elaborò una teoria parallela, detta **meccanica delle matrici**, che parte da presupposti completamente diversi, ma perviene alle stesse identiche conclusioni. Più tardi, l'inglese Paul Adrien Maurice Dirac (1902-1984) avrebbe formulato un terzo approccio ancor più avanzato dal punto di vista formale, la cosiddetta **meccanica dei vettori di stato**, anch'esso convergente ai risultati degli altri due. Questo è molto importante, perchè ci aiuta a capire il significato profondo del formalismo matematico, il quale non è connaturato nella realtà, come sosteneva Galileo, il quale arrivò ad affermare che « la Matematica è l'alfabeto con cui Dio ha scritto l'universo ». È invece un armamentario ideato dall'uomo, con lo scopo di interpretare tutta la complessità del mondo reale. Come fece argutamente notare George Gamow, il grande fisico e divulgatore scientifico che abbiamo già citato nel [capitolo precedente](#), le balene e i delfini (= la meccanica ondulatoria) sembrano non aver niente in comune con i cavalli e gli elefanti (= meccanica delle matrici), eppure sono tutti mammiferi. Entrambe le teorie sono cioè aspetti diversi di quella nuova fisica che va sotto il nome di **meccanica quantistica**.



Schrödinger, Dirac e Heisenberg disegnati insieme a Topolino e Pippo da Alessandro Perina nell'avventura a fumetti "Topolino e l'esperimento del Dottor Pi" pubblicata su "Topolino" n° 3175 del 28 Settembre 2016

Oggetto della meccanica ondulatoria è la funzione d'onda $\Psi(x, t)$, che descrive la forma dell'onda di materia associata alla particella:

$$\Psi(x, t) = A \exp [i(\mathbf{k}x - \omega t)]$$

Erwin Schrödinger chiamò $\Psi(x, t)$ la funzione d'onda, ed ogni situazione fisica descritta da essa si dice stato quantistico. Tutte le funzioni d'onda obbediscono a un'equazione, detta **EQUAZIONE DI SCHRÖDINGER**:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

Questa è un'equazione di importanza universale, esattamente come l'equazione di Newton o le equazioni gravitazionali di Einstein, perchè tutti i sistemi quantistici sono sue soluzioni particolari. Erwin Schrödinger la pubblicò nel 1926 sugli "Annalen der Physik" nell'articolo « Quantisierung als Eigenwertproblem (Erste Mitteilung) », cioè « Quantizzazione come problema agli autovalori (prima comunicazione) ».



Erwin Schrödinger su una banconota austriaca da 1000 scellini

Si può intuire facilmente che è un'equazione difficilissima da risolvere. Portarla alle quadrature, cioè risolverla in modo analitico, è possibile solo in casi particolarissimi. Più in generale, sono possibili solo soluzioni numeriche. Nonostante questa difficoltà, si può affermare che tutta la Fisica Atomica, tutta la Fisica Nucleare, tutta la Fisica Molecolare, tutta la Fisica dello Stato Solido rappresentano tentativi di risolvere in modo opportuno l'equazione di Schrödinger!

Ora, essendo quella di Schrödinger un'**equazione lineare**, la funzione d'onda gode di un'importante proprietà, che può essere espresso con la formula seguente:

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE: Se un certo sistema quantistico può trovarsi in due possibili stati, descritti rispettivamente da due funzioni d'onda Ψ_A e Ψ_B , allora esso può trovarsi anche in uno stato descritto da una combinazione lineare delle due funzioni d'onda:

$$\Psi = a \Psi_A + b \Psi_B$$

dove **a** e **b** sono due numeri reali qualunque. In termini matematici il principio di sovrapposizione ci dice che tutti i possibili stati di un sistema quantistico formano uno spazio vettoriale lineare.

Anche questo principio ha conseguenze esplosive. Per capire in che senso, consideriamo un sistema costituito da un elettrone emesso da una sorgente di luce, da uno schermo opaco in cui sono presenti due fenditure **A** e **B** e da un rivelatore posto al di là dello schermo. Un elettrone che giunge sul rivelatore può essere descritto da due funzioni d'onda: Ψ_A descrive l'elettrone che è passato dalla fenditura **A**, mentre Ψ_B descrive quello che è passato dalla fenditura **B**. Entrambe queste situazioni, cioè questi due stati quantici, sono ben definite anche dal punto di vista della Fisica Classica, e persino della nostra esperienza quotidiana. Ma cosa significa dire, in termini di Meccanica Quantistica, che lo stato dell'elettrone è descritto dalla funzione d'onda $\Psi_A + \Psi_B$? Come può essere passato per entrambe le fenditure? Oppure, che senso ha dire che l'elettrone è passato in parte attraverso la prima e in parte attraverso la seconda fenditura?

DIO GIOCA A DADI!

L'idea giusta per risolvere brillantemente il problema della sovrapposizione degli stati ed uniformare la visione corpuscolare e quella ondulatoria venne a **Max Born** (1882-1970), professore di Göttingen che aveva già collaborato con Heisenberg per elaborare la Meccanica delle Matrici. Egli ragionò nel modo che segue. Ripetiamo l'[esperienza di Davisson e Germer](#) usando non un fascio di elettroni, ma un elettrone singolo. Al di là della fenditura allora non osserveremo una figura di diffrazione, come sarebbe stato se avesse avuto ragione Schrödinger circa la natura puramente ondulatoria dell'elettrone, bensì una singola traccia. Essa però non compare esattamente al di là della fenditura, bensì in un punto qualsiasi. Se ripeto l'esperienza con un secondo elettrone, trovo ancora una traccia singola, ma in un punto diverso dal primo. Un terzo elettrone dà una traccia ancora diversa, e così via. In tal modo, non ha senso parlare di "dualismo" o di "complementarietà", perchè l'elettrone particella è e particella rimane. Il suo comportamento insolito deriva unicamente dal fatto che esso NON si comporta come una particella classica, che intercetterebbe lo schermo sempre nella stessa posizione, ma evidenzia un **comportamento casuale**, nel senso che noi NON possiamo sapere in anticipo dove l'elettrone colpirà lo schermo!

Questo concetto è veramente esplosivo perchè, fino all'avvento della Meccanica Quantistica, la Fisica era stata dominata da una logica fortemente deterministica: ogni evento è sempre connesso a una causa che lo provoca, a cui posso risalire in modo univoco e incontrovertibile. Questa visione della Fisica è nota con il nome di **meccanicismo**: a partire da certe condizioni iniziali, un sistema può evolvere in un modo e in uno solo. È vero che [la Termodinamica ha introdotto nella Fisica il concetto di Statistica](#), ma solo perchè essa si occupa di sistemi costituiti da un numero molto grande di particelle, e quindi è impossibile andare a valutare tutte le condizioni iniziali di posizione e velocità delle singole particelle. Se però io riuscissi a misurare 10^{23} posizioni iniziali e 10^{23} velocità iniziali, e poi a risolvere un sistema di 10^{23} equazioni in 10^{23} incognite, potrei ottenere con precisione l'evoluzione nel tempo di ogni particella del sistema. Invece, nell'interpretazione data da Born della Meccanica Quantistica, il concetto di probabilità è connaturato nel comportamento stesso dei suoi protagonisti: essi NON possono seguire orbite e traiettorie determinate e determinabili, ma solo **casuali**, regolate interamente del calcolo probabilistico. Secondo Einstein, la Fisica avrebbe dovuto « rappresentare una realtà nel tempo e nello spazio ». Born invece era di diverso avviso: per lui, anche la probabilità è una realtà fisica. Noi medesimi abbiamo una certa probabilità di sopravvivere fino ad una certa età, e un'altra di non farcela!

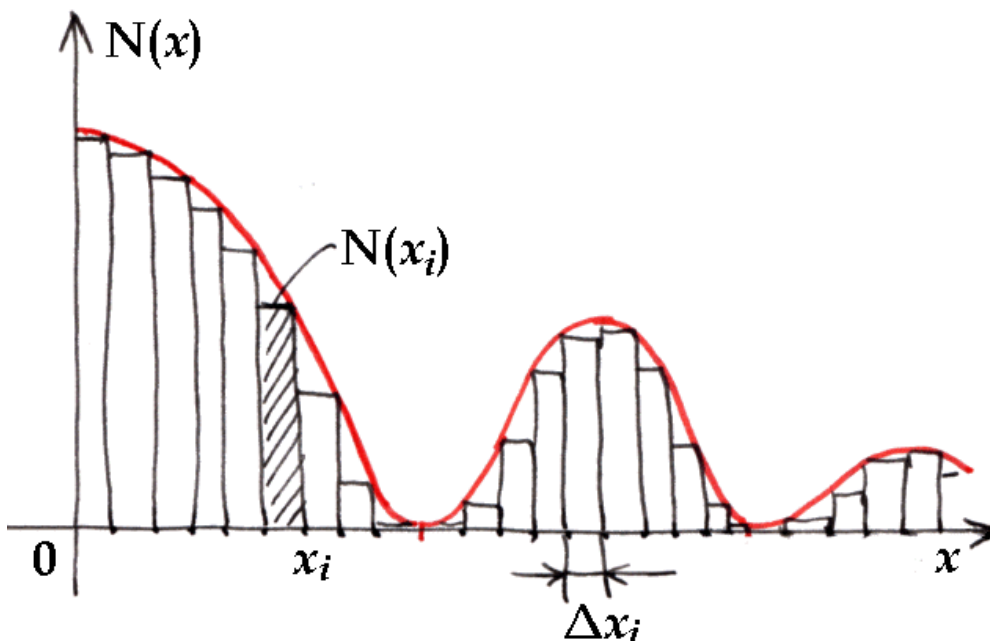
Era logico che concetti così rivoluzionari avrebbero diviso il mondo dei fisici, e non è certo un caso se si parlò di **Kopenhagener Geist** ("Spirito di Copenaghen"), dal nome della città in cui Bohr insegnava, per indicare quel vento di rinnovamento che scosse le fondamenta della Fisica negli anni '30 del

secolo scorso, sconvolgendo i principali concetti sui quali si basava, a partire da quello di "oggetto fisico".



Doodle di Google pubblicato l'11 dicembre 2017 per il 135° anniversario della nascita di Max Born

Secondo quella che oggi chiamiamo l'interpretazione di Copenaghen, Born propose di ripetere milioni di volte l'esperimento ideale appena descritto, mandando verso la fenditura non un singolo elettrone, bensì un elettrone per volta un miliardo di volte. Quanto segue richiede la conoscenza dei principali concetti dell'Analisi Matematica, per cui chi non li sa maneggiare può passare subito al [paragrafo successivo](#). Suddividiamo lo schermo, supposto monodimensionale, in una matrice di rivelatori di ampiezza Δx . Ogni rivelatore, dopo un tempo abbastanza lungo, segnalerà l'arrivo di un numero $N(x_i)$ di particelle, dove x_i è la posizione dell' i -esimo rivelatore ($i = 1, 2, 3, \dots, N$). Tabulando $N(x_i)$ in funzione di x_i , come in figura, si trova un grafico che... coincide con una figura di diffrazione! Il risultato che si ottiene è dunque lo stesso che se io mandassi gli elettroni contro la fenditura tutti assieme!



È insomma il comportamento casuale del corpuscolo a giustificare l'aspetto ondulatorio: la figura di diffrazione è in realtà una distribuzione di probabilità! Born ebbe l'idea di introdurre

la probabilità $p(x_i)$ che l'elettrone sia catturato dall' i -esimo rivelatore, come limite della frequenza di rilevazione per un numero infinito di elettroni:

$$p(x_i) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N(x_i)}{N} \quad (5.5)$$

Abbiamo visto che l'intensità dell'onda è proporzionale al modulo quadrato della funzione d'onda; ma tale intensità, per quanto detto prima, è proporzionale al numero di elettroni che colpiscono il rivelatore e, quindi, alla probabilità di trovare l'elettrone in un determinato punto di esso. Ne segue che il modulo quadrato della funzione d'onda è legato alla probabilità di trovare l'elettrone in ogni punto:

$$p(x_i) \propto |\Psi(x_i; t)| \quad (5.6)$$

C'è però un problema da risolvere per avallare questa interpretazione. Infatti, il concetto di probabilità ha senso solo se la variabile x è discreta, perchè la (5.5) prevede di poter contare il numero di elettroni captati dall' i -esimo rivelatore di larghezza Δx_i . Se la x varia con continuità, come prevede la definizione matematica di $\Psi(x, t)$, avrei $\Delta x_i \rightarrow 0$, ed allora le cellette del rivelatore si ridurrebbero a punti (risoluzione infinita), capterebbero zero elettroni ciascuno, e in definitiva la probabilità sarebbe nulla.

Per uscire da questo vicolo cieco si introduce il concetto di densità di probabilità. Supponiamo di dividere lo schermo in un numero infinito di celle infinitesime di spessore dx ; allora la probabilità che l'elettrone vada a cadere proprio tra x e $x + dx$ è infinitesima anch'essa, e la chiameremo $dp(x)$. La (5.5) ci dice che essa è proporzionale a $|\Psi(x, t)|^2$, con t fissato; ma, siccome questo modulo quadrato è finito, il coefficiente di proporzionalità deve essere infinitesimo. L'idea che ci viene è quella di scrivere:

$$dp(x) = |\Psi(x; t)|^2 dx \quad (5.7)$$

da cui:

$$|\Psi(x; t)|^2 = \frac{dp(x)}{dx}$$

Il modulo quadrato della funzione d'onda è dunque identificabile con la variazione puntuale di probabilità, esattamente come la variazione puntuale della massa è chiamata densità di massa. Il modulo quadrato della funzione d'onda rappresenta dunque una grandezza probabilistica: per questo, distribuzione di probabilità e figura di diffrazione vengono a coincidere.

Max Born suggerì di porre due rivelatori R_A e R_B davanti a ciascuna delle due fenditure. Scopriremo così che a volte un elettrone è rivelato da R_A , e quindi è passato da A , e a volte invece è rivelato da R_B , e quindi è passato da B ; mai due elettroni sono rivelati contemporaneamente. Lasciando passare abbastanza tempo, questo esperimento finirà per dirci che, su N elettroni che attraversano lo schermo, N_A passano per la fenditura A e $N_B = N - N_A$ passano attraverso la B . Il risultato di ogni singola misurazione non è in alcun modo prevedibile a priori, e si possono conoscere solo le due probabilità che l'elettrone passi rispettivamente attraverso la prima o la seconda fenditura:

$$P_A = \frac{N_A}{N}$$

$$P_B = \frac{N_B}{N}$$

Utilizzando la Meccanica Quantistica è possibile calcolare tali probabilità attraverso i coefficienti **a** e **b**:

$$P_A = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$$

$$P_B = \frac{b^2}{a^2 + b^2}$$

Quando si esegue questo tipo di osservazione, l'elettrone è certamente passato per una fenditura determinata, e quindi non è più descritto dallo stato $\Psi_A + \Psi_B$ ma da uno dei due stati Ψ_A e Ψ_B , a seconda della fenditura da cui è passato. Ora, secondo l'interpretazione di Copenaghen, si dice che l'atto di compiere una misura (nel nostro caso il segnale avvertito da uno dei due rilevatori R_A o R_B) fa «
collassare» la funzione d'onda dallo stato di sovrapposizione a uno dei due stati di partenza. I coefficienti numerici che compaiono nella combinazione lineare delle due funzioni d'onda determinano le probabilità dei diversi eventi, e quindi del fatto che la funzione d'onda collassi nello stato **A** piuttosto che nello stato **B**.

Ad esempio, immaginiamo che un milione di elettroni venga inviato verso uno schermo nel quale sono aperte due fenditure **A** e **B**; gli elettroni sono inviati uno alla volta. Ogni elettrone è descritto dalla funzione d'onda:

$$\Psi = 3 \Psi_A + 5 \Psi_B$$

Allora le probabilità che gli elettroni passino attraverso le due fenditure sono rispettivamente pari a:

$$P_A = \frac{3^2}{3^2 + 5^2} = \frac{9}{34} = 0,265$$

$$P_B = \frac{5^2}{3^2 + 5^2} = \frac{25}{34} = 0,735$$

e quindi possiamo stimare che $0,265 \times 1.000.000 = 265.000$ elettroni passeranno attraverso la fenditura **A** e $0,735 \times 1.000.000 = 735.000$ attraverso la fenditura **B**.

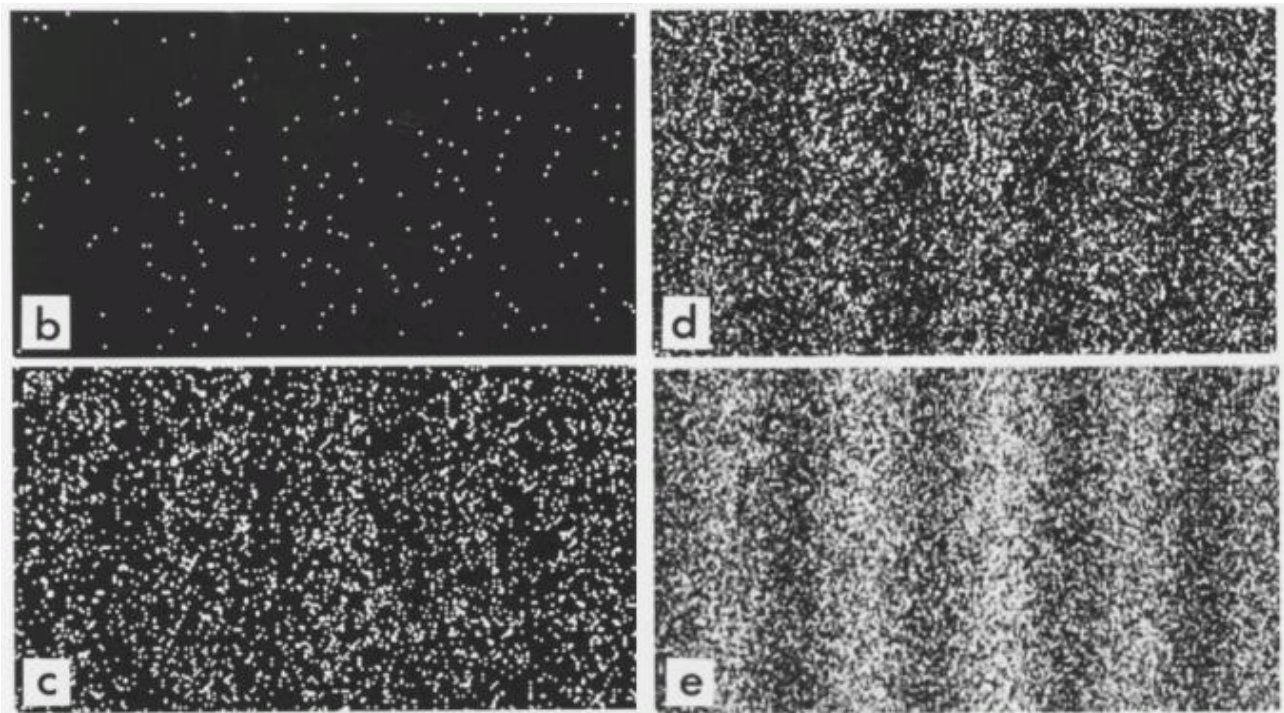
Chiediamoci ora quanto devono valere i coefficienti **a** e **b** affinché le probabilità di entrambi gli stati siano pari esattamente al **50 %**. Deve risultare:

$$P_A = \frac{a^2}{a^2 + b^2} = 0,50$$

$$P_B = \frac{b^2}{a^2 + b^2} = 0,50$$

Il sistema fornisce facilmente $a = \pm b$, quindi basta che i due coefficienti siano uguali in modulo affinché le probabilità si distribuiscano equamente fra i due stati!

L'esperimento suggerito a Max Born fu effettivamente eseguito per la prima volta nel 1974 a Bologna dai fisici bolognesi Pier Giorgio Merli, Gianfranco Missiroli e Giulio Pozzi, inviando un elettrone per volta sulla lastra fotografica. Nonostante i risultati di tale esperimento fossero stati pubblicati e nonostante fosse stato anche realizzato un documentario in proposito, questi risultati furono pressoché ignorati, tant'è vero che quando nel 1989 il giapponese Akira Tonomura (1942-2012) e i suoi collaboratori dell'[Hitachi Central Research Laboratory](#) ripeterono l'esperimento, la si considerò erroneamente la prima esecuzione di esso, da cui il nome di "esperimento di Tonomura" dato ad esso. Qui sotto si vedono i risultati di tale esperimento: gli elettroni attraversano ad uno ad uno la fenditura e impressionano una lastra. Si vede chiaramente il formarsi progressivo di bande luminose e di bande scure mano a mano che gli elettroni colpiscono la lastra! Le quattro immagini corrispondono alla traccia sulla lastra di (b) 100, (c) 3.000, (d) 20.000 e (e) 70.000 elettroni.



IL GATTO DI SCHRÖDINGER

A questo punto, non possiamo evitare di parlare di uno dei cavalli di battaglia dei professori che spiegano la Meccanica Quantistica ai loro studenti: sono sicuro che risulterà interessante anche per voi. Per mettere in evidenza le difficoltà concettuali legate all'interpretazione di Copenhagen, nel 1935 Erwin Schrödinger propose un nuovo gedankenexperiment, uno dei più famosi della storia della Fisica del Novecento, a pari merito con il paradosso dei gemelli formulato da Albert Einstein; proprio tale paradosso ha dato il titolo a questo ipertesto. Supponiamo di porre un gatto dentro una scatola isolata dall'esterno; contro di esso è puntata una pistola, e la pistola è azionata dal decadimento di un nucleo radioattivo. Siccome il decadimento di un nucleo radioattivo è soggetto alle leggi quantistiche (vedi in proposito [un altro dei miei ipertesti](#)), nel corso di un certo periodo di tempo, diciamo un'ora, il nucleo ha esattamente una probabilità del **50 %** di decadere e una del **50 %** di non decadere.

Secondo la Fisica Classica, indipendentemente dall'osservatore, il gatto è vivo per una certa parte di quell'ora, fino a che il nucleo non è decaduto, e morto per il resto del tempo. Invece, dal punto di vista della Meccanica Quantistica, siccome i due stati "gatto vivo" e "gatto morto" sono entrambe



descrizioni accettabili del sistema quantistico rappresentato dal gatto nella scatola, in base al principio di sovrapposizione è una descrizione accettabile anche quella rappresentata da una combinazione lineare di "gatto vivo" e "gatto morto". In altre parole, finché il Fisico non apre la scatola, all'interno di essa il gatto è... al **50 %** vivo, e al **50 %** morto!

Evidentemente, con il suo paradosso noto a tutti con il nome di gatto di Schrödinger, l'omonimo scienziato intendeva sottolineare l'assurdità di assegnare delle probabilità ai possibili esiti di un esperimento, mentre ogni esperimento ha, in effetti, uno ed un solo risultato reale. In altre parole, una indeterminazione a livello microscopico, cioè la sovrapposizione di due stati di un nucleo, genera conseguenze paradossali quando è trasferita al livello macroscopico, nel nostro caso al povero gatto. Tale assurdità ha fatto sorgere numerose parodie ed ironie, come mostrano le divertenti immagini sottostanti:



Tuttavia, il vero paradosso della scatola con il gatto dentro è un altro. Infatti, i due stati quantistici "gatto vivo" e "gatto morto" sono sovrapposti fino al momento in cui il nostro Fisico esegue l'osservazione. Appena però egli apre la scatola e ci guarda dentro, egli vede il gatto "tutto vivo" o "tutto morto", e quindi lo stato quantistico di sovrapposizione "collassa" su uno dei due stati di partenza. Di conseguenza non è il nucleo che decade, bensì l'osservatore, a stabilire così il destino del gatto, perchè solo quando egli interagisce con il sistema, quest'ultimo è "obbligato" a "scegliere" fra le

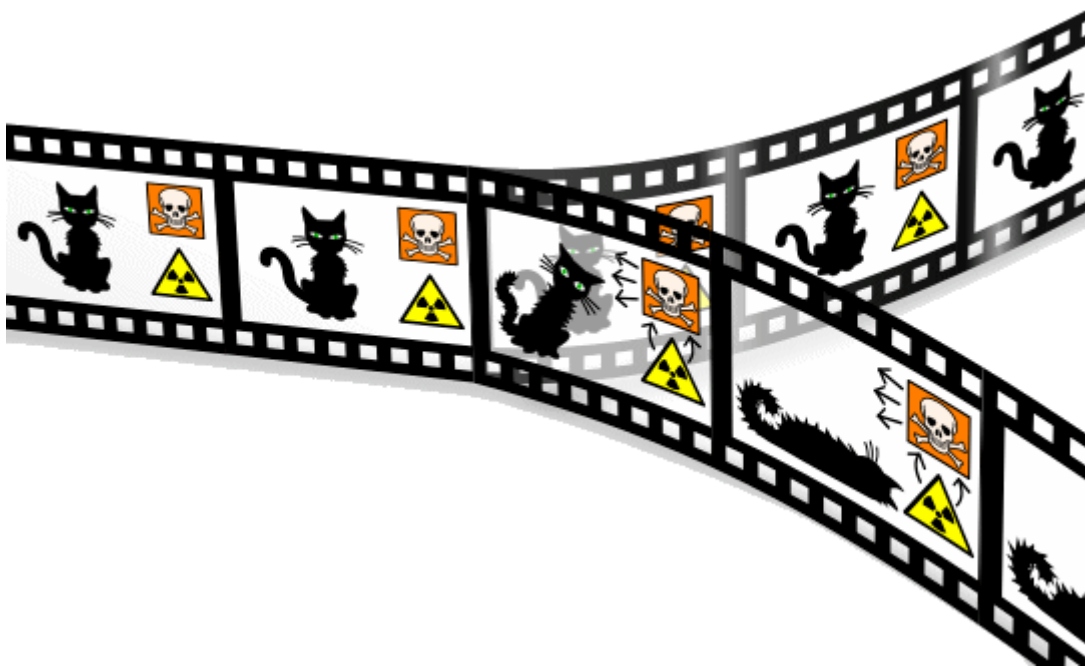
due possibili configurazioni: solo in quel momento, uno dei due possibili stati del sistema diventa reale. Si tratta di una visione molto vicina all'« esse est percipi » (« essere significa venire percepiti ») del vescovo anglicano George Berkeley (1685-1753), uno dei fondatori dell'empirismo.

Con il suo paradosso, dunque, Schrödinger mise in evidenza l'aspetto più controverso dell'interpretazione di Copenhagen, legato al ruolo centrale che in esso gioca l'osservatore: lo scienziato che effettua la misura diventa colui che obbliga la natura a scegliere. Come disse Edoardo Amaldi, « possiamo accettare che la mente dello sperimentatore abbia un ruolo privilegiato nell'universo? » Una via d'uscita soddisfacente da questo paradosso è quella della cosiddetta decoerenza dinamica, introdotta nel 1970 dal fisico tedesco Heinz-Dieter Zeh (1932-): sarebbero le continue interazioni del sistema quantistico con l'ambiente esterno che, fungendo da strumento di misura, distruggerebbero la sovrapposizione dei due stati. E ciò accadrebbe tanto più rapidamente quanto più esteso è il sistema. Per questo, sebbene chiuso nella scatola e non osservato dal di fuori, il gatto sarebbe ad ogni istante "tutto vivo" o "tutto morto", perchè l'aria e le superfici interne della scatola non smetterebbero mai di "osservarlo". Questa soluzione però non è accettata da tutti gli scienziati. Un'altra possibile interpretazione è la cosiddetta teoria del collasso spontaneo, detta anche teoria GRW dalle iniziali dei suoi fautori, gli italiani Gian Carlo Ghirardi (1935-), Alberto Rimini (1937-2017) e Tullio Weber. Nel 1985 essi proposero che il collasso della funzione d'onda sia naturale e avvenga spontaneamente nei sistemi quantistici, ma diventi significativo quando il sistema interagisce con un oggetto macroscopico. Una buona idea, indubbiamente, ma è necessaria l'invenzione di un nuovo meccanismo di collasso. Finché tale meccanismo non potrà essere verificato sperimentalmente, resta un'ipotesi misteriosa quanto il collasso indotto dall'osservatore nell'interpretazione di Copenhagen. Un'altra possibile soluzione al paradosso del gatto nella scatola è quella del bayesianismo quantistico o teoria QBism, ispirato alle ricerche del pastore presbiteriano inglese Thomas Bayes (1701-1761) e sviluppato nel 2001 da Carlton Morris Caves (1950-), Christopher Fuchs e Rüdiger Schack. Secondo il QBism, molti aspetti del formalismo quantistico sono di natura soggettiva. In altre parole, la funzione d'onda è solo uno strumento matematico utilizzato da un osservatore per associare il proprio grado di fiducia personale sui possibili risultati delle misurazioni. In quest'ottica la funzione d'onda non esiste, e si limita a riflettere lo stato mentale soggettivo di un individuo, mentre il gatto di Schrödinger è sempre inevitabilmente tutto vivo o tutto morto, e l'osservazione svela quale delle due descrizioni è vera. Questa visione del mondo ha conquistato vari seguaci negli anni recenti, ma alcuni filosofi della scienza lo hanno considerato una forma di anti-realismo (anche se Caves, Fuchs e Schack preferiscono parlare di "realismo partecipativo") e lo hanno respinto in blocco.



Doodle di Google pubblicato il 12 dicembre 2013 per il 126° anniversario della nascita di Erwin Schrödinger. interamente dedicato al suo celeberrimo gatto

Un'altra possibile interpretazione del paradosso del gatto di Schrödinger, la più intrigante di tutte, è la cosiddetta interpretazione a molti mondi, formulata nel 1957 dal fisico statunitense Hugh Everett III (1930-1982). Essa tenta di ridurre il ruolo dell'osservatore nella misura e di rimuovere il problema del collasso della funzione d'onda (che consiste nel prevedere secondo quale strategia una proprietà di un sistema si trova a caso in uno dei possibili risultati esattamente solo nel momento della misura). Per ottenere questo, considera sia l'osservatore che il sistema misurato insieme in uno stato, chiamato "universo" o "linea temporale", che evolve in modo deterministico senza alcuna scelta casuale dei risultati delle misure. Al momento dell'osservazione, in seguito all'interazione fra gli apparati sperimentali o fra i sensi dell'osservatore con il sistema misurato, l'universo si partenzia si divide in numerosi universi, uno per ogni possibile risultato della misura, ciascuno dei quali poi evolve per conto suo, in maniera indipendente dagli altri. In questo modo nessun risultato casuale verrà prodotto dalla misurazione. Supponiamo che si lanci una moneta che può sortire uno dei due valori "testa" o "croce". Da quel momento in poi esisteranno due universi (o due linee temporali), uno in cui l'osservatore otterrà come risultato "testa" e un altro in cui invece otterrà "croce". La Meccanica Quantistica ci dice che l'osservazione è un processo che modifica sempre gli stati dei sistemi misurati, ma secondo Everett, al contrario dell'interpretazione di Copenaghen, i sistemi osservati e gli osservatori evolvono insieme secondo leggi deterministiche che stabiliscono come sono fatti i singoli universi. Nel nostro caso, come mostra efficacemente lo schema sottostante, l'esperimento mentale del gatto di Schrödinger non produce un gatto che è parzialmente vivo e parzialmente morto, diventando "tutto vivo" o "tutto morto" in seguito alla misteriosa interazione con un osservatore; produce invece una biforcazione del nostro universo. Nascono insomma due universi, uno nel quale il gatto è vivo, l'altro nel quale il gatto è morto, senza nessuna concessione alle leggi della probabilità.



Secondo l'interpretazione a molti mondi, l'universo si ramifica come un albero fino a dare vita un multiverso, cioè un'infinità di universi coesistenti fuori del nostro spaziotempo, chiamati anche universi paralleli, in cui ogni possibile esito si verifica da qualche parte. Il termine "multiverso" fu coniato nel 1895 dallo scrittore e psicologo americano William James (1842-1910) e ripreso dal grande Jorge Luis Borges (1899-1986), divenendo un classico della fantascienza: basti pensare all'"Universo dello Specchio" di Star Trek, o alla saga di "Ritorno al Futuro". Il multiverso emerge da molte altre teorie, specialmente dalla [teoria delle superstringhe](#), da [quella delle brane](#) e dalla teoria dell'"inflazione caotica". Fin dalla sua prima formulazione, l'interpretazione a molti mondi ha

incontrato reazioni molto diversificate da parte del mondo accademico. I principali difetti di questo approccio stanno nel fatto che esso non spiega quali "misurazioni" portano alla biforcazione e quali no, e soprattutto il concetto stesso di nascita di due o più universi a partire da uno solo, il che, a parte ciò che pretende dalla nostra immaginazione, sembra violare il principio di conservazione dell'energia. Questa teoria è però immensamente affascinante, e mi sembrava giusto metterla qui, a suggello di questo capitolo, nel quale abbiamo messo in dubbio così tante certezze che sembravano radicate nel pensiero intuitivo dell'uomo.

Ma, in definitiva, quando si parla di "onda di materia", cos'è che oscilla? L'oscillazione sulla superficie del mare descrive il moto su e giù delle molecole d'acqua su tale superficie, ma che cosa oscilla nel caso dell'onda di materia? Esse sono ben diverse dalle onde elettromagnetiche connesse ai fotoni, che di massa (dinamica) sono provvisti eccome, se non altro perchè sono prive di massa: George Gamow diceva che « teoricamente si può comprare al mercato un chilo di luce rossa, ma non si può trovare al mondo un chilo di onde di de Broglie »! Non si tratta cioè di realtà materiali come le intendiamo noi, ma piuttosto rappresentano l'equivalente quantistico delle traiettorie della Fisica Classica. In questo senso "guidano" il moto delle particelle quantistiche, come le traiettorie lineari guidano quelle delle particelle classiche. Però le traiettorie classiche NON sono delle "rotaie" su cui i corpi devono muoversi, ma solo una descrizione geometrica del moto stesso. Analogamente, allora, la funzione $\Psi(x, t)$ non può essere assimilata ad un campo di forze che obbliga la particella a seguire una certa traiettoria anziché un'altra; piuttosto, esse sono solo una descrizione statistica del moto quantistico, nel senso che $\Psi(x, t)$ fornisce, punto per punto ed istante per istante, la probabilità di trovare la particella quantistica. Il concetto di traiettoria come la conosciamo perde di senso, sostituita dalla regione di spazio dove è più probabile trovare il corpuscolo.

Anche l'elettrone dell'atomo, allora, non seguirà un'orbita nel senso classico della parola, come i pianeti attorno al Sole, bensì si troverà in una certa regione di spazio dove sarà più probabile individuarlo. E questo è il vero senso della parola **orbitale**, al quale si è già accennato. Questo nuovo modo di ragionare ha avuto conseguenze dirompenti sul modo in cui noi percepiamo il mondo che ci circonda e la stessa indagine scientifica dell'universo, e qualcuno ha subito cominciato a scherzarci su, come si vede nella vignetta sottostante:

IL PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE

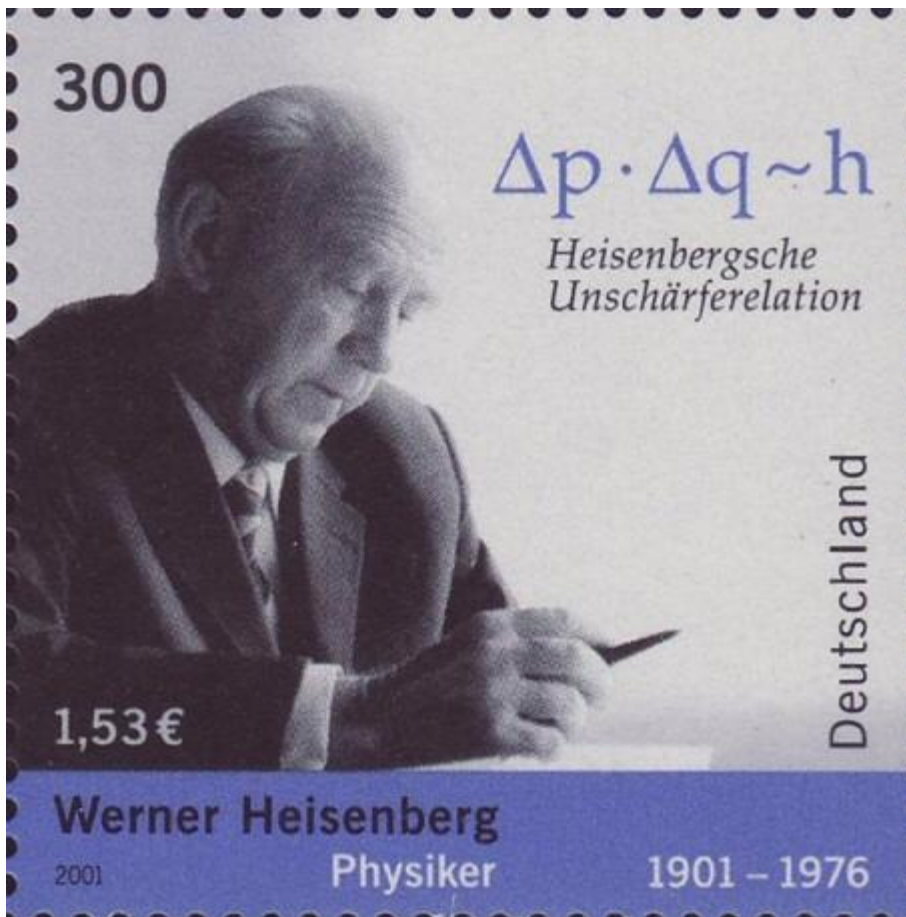
È giunto il momento di enunciare il:

PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE DI HEISENBERG: il prodotto dell'indeterminazione sulla posizione e di quella sulla quantità di moto di una particella quantistica è maggiore o uguale della costante di Dirac divisa per 2.

$$\Delta x \Delta p \geq h$$

Questa relazione è importantissima, e fu ricavata dal grande fisico tedesco Werner Karl Heisenberg (1901-1976) quando aveva solo 25 anni, nel suo celebre articolo « Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik » ("Sul contenuto intuitivo della cinematica e della meccanica quantistica"), pubblicato il 23 marzo 1927 sullo "Zeitschrift für Physik". In seguito Heisenberg la ricavò nuovamente dalla sua meccanica delle matrici in forma più precisa, che è quella oggi utilizzata:

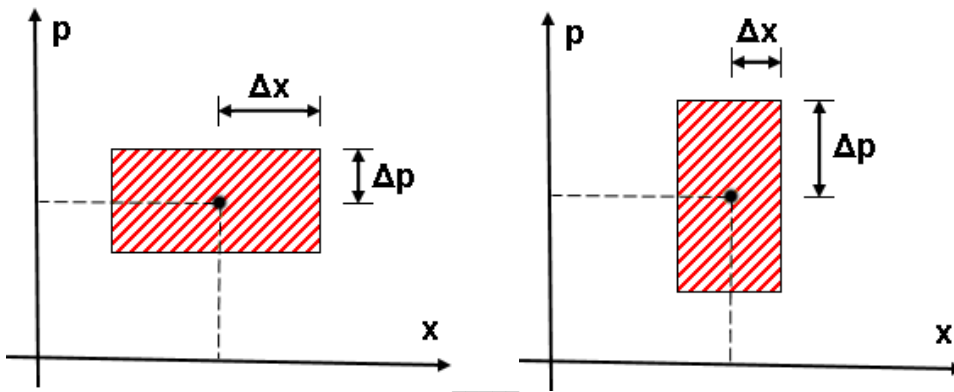
$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$



Werner Karl Heisenberg (Würzburg, 5 dicembre 1901 – Monaco, 1 febbraio 1976)

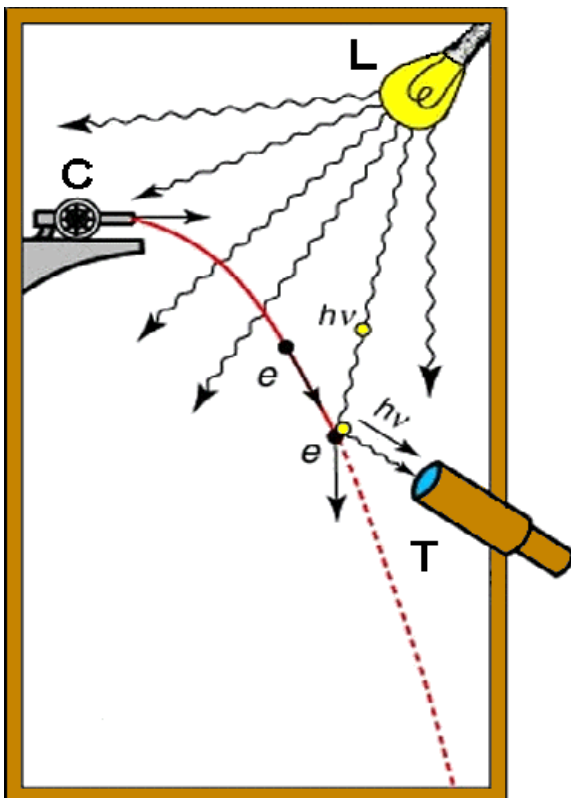
La sua importanza risiede nel fatto che esso pone un limite invalicabile alla precisione delle misure sperimentali, e quindi alla stessa conoscenza umana. Ora, il significato di Δx e di Δp è quello di indeterminazione sulle misure, nel senso che la posizione del corpuscolo è compresa fra $(x_0 - \Delta x)$ e $(x_0 + \Delta x)$ e la sua quantità di moto è compresa fra $(p_0 - \Delta p)$ e $(p_0 + \Delta p)$, è evidente che quanto meglio conosco la posizione, tanto peggio conosco la quantità di moto, e viceversa. Infatti, x e p sono le due coordinate con cui si studia l'evoluzione dei sistemi meccanici in quello che viene chiamato "spazio delle fasi"; x e p sono infatti due grandezze "canonicamente coniugate". Allora, rappresentando l'evoluzione di un sistema nello spazio delle fasi, ogni punto di questo rappresenta lo stato dinamico del sistema, caratterizzato da una posizione x e da una quantità di moto p . In realtà, siccome le due grandezze sono afflitte rispettivamente da un'indeterminazione Δx e Δp , il sistema può trovarsi in uno qualunque degli stati dinamici contenuti nel rettangolo $[x_0 - \Delta x; x_0 + \Delta x] \times [p_0 - \Delta p; p_0 + \Delta p]$. L'area di questo rettangolo dev'essere maggiore o uguale ad h , secondo la (5.3), per cui al crescere di Δx diminuisce Δp , e viceversa, come mostrano i diagrammi seguenti.

Se cerco di migliorare la precisione con cui conosco x , cioè se cerco di diminuire Δx , inevitabilmente devo allargare Δp , e quindi peggiorare la precisione con cui conosco p . Al limite, se conosco perfettamente la posizione, se cioè $\Delta x = 0$, si ha $\Delta p \rightarrow \infty$, e non conosco più nulla su p , e viceversa! Quest'ultimo caso è quello dell'onda piana monocromatica, con velocità precisamente conosciuta, ma posizione assolutamente indeterminata, o meglio delocalizzata su tutta l'onda!



Ciò ha conseguenze esplosive sulla meccanica delle particelle elementari, perchè la mia capacità di individuare la particella e di conoscerne il moto ha dei limiti insuperabili. Non a caso, un mostro sacro come Albert Einstein si rifiutò sempre di accettare le conseguenze del Principio di Indeterminazione, pronunciando la frase storica: « **Gott würfelt nicht** », cioè « Dio non gioca a dadi » (al che Bohr rispose con una frase altrettanto famosa: « Albert, smettila di dire a Dio ciò che deve fare! ») Ma perchè Einstein negò la validità del Principio di Heisenberg? In altre parole, perchè è impossibile descrivere con precisione la vera traiettoria di una particella? Cosa ce lo può impedire?

Allo scopo, consideriamo un esperimento mentale (in tedesco lo si chiama Gedankenexperiment) suggerito dallo stesso Heisenberg. Prendiamo in considerazione una camera stagna in cui è stato praticato il vuoto perfetto, idealmente togliendo fino all'ultima molecola, e montiamo in essa un cannone **C**, una lampadina **L** e un telescopio **T**, quest'ultimo orientabile a piacimento. Il cannone spara un elettrone in direzione orizzontale; in assenza di campi magnetici, se la camera è ben schermata, l'elettrone seguirà una traiettoria parabolica. Sulla parete opposta della camera, il telescopio **T** registra tutti i singoli fotoni emessi dalla lampadina **L** che vengono riflessi dall'elettrone **e**. Con questa tecnica, è possibile agire con precisione assoluta il moto dell'elettrone, e quindi stabilirne la corretta traiettoria:



C'è però un problema. Il fotone ha una sua energia cinetica, come ci insegna la [Teoria della Relatività](#), ed essa è in grado di "spostare" l'elettrone dalla sua traiettoria: si parla in proposito di pressione di radiazione. Se voglio poter descrivere il moto dell'elettrone indipendentemente da qualunque azione esterna, devo essere in grado di rendere questo disturbo infinitamente piccolo. Allo scopo, decidiamo di "discretizzare" la traiettoria, considerando solo 10 posizioni dell'elettrone in 10 istanti diversi, e facendo lampeggiare la lampadina solo in 10 istanti, come un faro a luce stroboscopica da discoteca. Così eliminiamo la pressione di radiazione mentre NON stiamo osservando la particella. Se queste "spinte" sono ancora sufficienti a far deviare la particella, riduciamo l'intensità luminosa della lampadina, il che si può fare a piacimento, poiché nella Fisica Classica non vi è alcun limite alla quantità di energia associata all'emissione luminosa, né all'assorbimento della luce riflessa. Devo naturalmente aumentare anche la sensibilità del telescopio, che può essere sostituito da una qualunque rivelatore, e così la perturbazione sull'elettrone diventa piccola a piacere. Allora, anziché **10** osservazioni posso eseguirne **100**, così da ottenere una definizione più precisa della traiettoria, pur di diminuire contemporaneamente l'intensità della lampadina e di aumentare in corrispondenza la sensibilità del rivelatore. Se uso una lampadina **10** volte più fioca e un rivelatore **10** volte più potente, posso permettermi di colpire l'elettrone **100** volte anziché **10**, senza aumentare sensibilmente il disturbo.

Naturalmente nessuno mi impedisce di compiere **1000**, **10.000**, **100.000** osservazioni, a patto di ritoccare ogni volta lampadina e telescopio. Il problema però sta nel fatto che, per quanto piccolo può essere l'elettrone, la sua immagine sullo schermo non può essere più piccola della lunghezza d'onda λ della radiazione utilizzata, per via dei ben noti fenomeni di diffrazione. Per ovviare a tali fenomeni, sfrutteremo radiazioni di frequenza via via maggiore: raggi **X**, raggi **γ** , eccetera. Nella Fisica Classica non c'è limite alla frequenza delle onde elettromagnetiche, per cui il diametro della figura di diffrazione può essere reso piccolo a piacere.

Ora, Heisenberg mise in chiaro che tutto questo si muove nel campo della più pura fantascienza: il procedimento ora descritto è inattuabile per via dell'esistenza dei quanti di luce. Essi pongono un limite ultimo sia all'energia associata alla radiazione che alla sua lunghezza d'onda. La più piccola energia associata ad un singolo flash è $(h f)$, dove f è la frequenza della luce, e quindi la quantità di moto che il fotone attribuisce all'elettrone non può in alcun caso essere inferiore ad $(h f / c)$. Dunque, aumentando il numero di osservazioni aumenta anche il numero di disturbi, per cui la traiettoria non seguirà una parabola, bensì piuttosto un moto a zig-zag simile al moto browniano. Per diminuire il disturbo dovrei diminuire la frequenza f , cioè aumentare la lunghezza d'onda, fino a farla diventare grande quanto l'intera camera stagna. Ma allora, invece di osservare la traiettoria della particella, vedrei solo dei grandi cerchi di diffrazione che riempirebbero l'intero campo visivo. Nessuna speranza, dunque, di "vedere" la "vera" traiettoria della particella.

Siccome io non vedo un punto materiale, bensì la figura di diffrazione prodotta dalla particella, l'indeterminazione Δx sulla posizione dell'elettrone è maggiore o uguale alla lunghezza d'onda di de Broglie dell'elettrone, cioè:

$$\Delta x \geq \lambda = \frac{c}{f}$$

Essendo $\Delta p = h f / c$, ne segue proprio:

$$\Delta x \Delta p \geq h$$

che è precisamente la relazione di indeterminazione di Heisenberg! Se ne deduce che l'impossibilità di conoscere con precisione la posizione e lo stato di moto di una particella discende dall'interazione di questa con il metodo di osservazione. Infatti, pensandoci bene, per osservare fenomeni su scala

così piccola dobbiamo necessariamente vederli, cioè illuminarli con fotoni. Se l'energia di questi fotoni è di gran lunga inferiore a quella dell'oggetto che sto osservando, come per esempio nel caso di una palla da biliardo, va tutto bene, e mi muovo nell'ambito della Fisica Classica e delle sue traiettorie perfettamente determinate. Questo è il caso dello studio di tutti i fenomeni macroscopici, fino all'ordine di grandezza di un virus. Ma se io ho a che fare con particelle quantistiche, la loro energia è paragonabile a quella dei fotoni con cui li osservo, e quindi non c'è speranza di evitare la loro interazione con i fotoni di osservazione. Così come quando misuro la temperatura con un termometro, io misuro in realtà l'interazione tra sistema e termometro, così io non riesco ad osservare altro che un sistema inevitabilmente perturbato, che ha perso tutte le sue caratteristiche originarie!

Il problema sta dunque tutto nella **misura**: se non c'è strumento di osservazione, il sistema è osservabile, ma, non appena ci metto lo strumento, il sistema non è più osservabile nella sua forma originaria. In verità, "conoscere" significa "osservare", ma "osservare" significa "perturbare"! Non si può osservare un sistema microscopico indipendentemente dal dispositivo adoperato per studiarlo!

Concludendo: nella Meccanica Classica, una particella di materia si muove in **UN** solo stato possibile per volta; in quella ondulatoria, invece, si ha un diverso stato di moto a seconda di come la misuriamo!



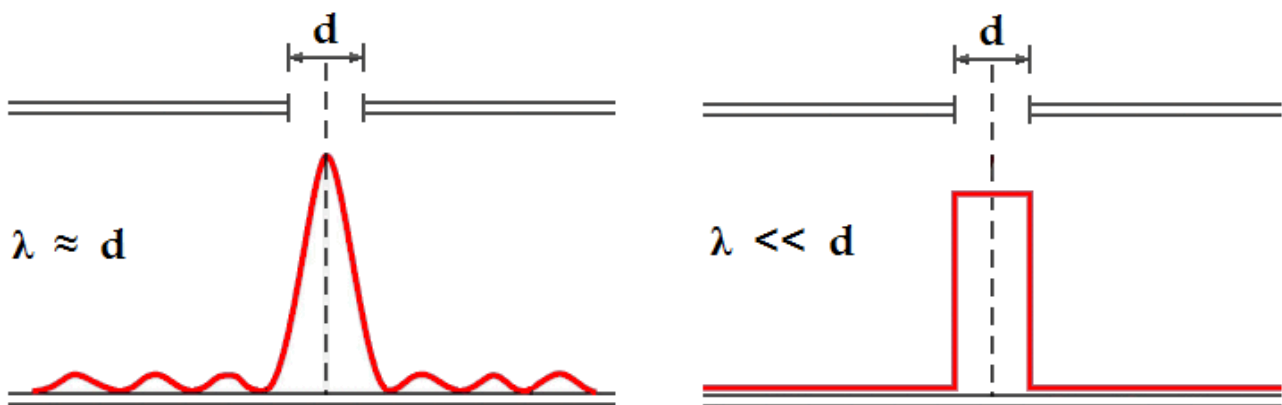
. Vediamo di applicare queste conclusioni al modello atomico elaborato da Bohr e Sommerfeld. Consideriamo una palla da biliardo del peso di **225 grammi** (per regolamento una palla da biliardo pesa **tra 224 e 228 grammi**). Poiché d'ora in poi useremo il Principio di Heisenberg nella forma data dalla (5.3), quest'ultima si può riscrivere:

$$\Delta x \Delta v \geq \frac{\hbar}{2 m}$$

Avremo perciò:

$$\Delta x \Delta v \geq \frac{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J s}}{2 \cdot 0,225 \text{ Kg}} = 2,34 \cdot 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

La si può soddisfare ponendo $\Delta x = 10^{-15} \text{ m}$ e $\Delta v = 2,5 \times 10^{-19} \text{ m / s}$. Dunque l'errore che si commette nel valutare la posizione della particella è dell'ordine delle dimensioni del nucleo atomico, e quello che si commette nel misurare la velocità è dell'ordine di 8 millimetri ogni miliardo di anni! Tenendo conto degli inevitabili errori di misura dovuti ad imperfezioni degli strumenti o del nostro occhio, se ne deduce che la posizione e la velocità della palla da biliardo sono entrambe perfettamente conosciute. Del resto, se osserviamo le figure qui sotto, si osserva che, se la lunghezza d'onda di de Broglie è paragonabile all'ampiezza d della fenditura attraverso cui passano i corpuscoli, si ottiene una "vera" figura di diffrazione, per cui ci troviamo nel mondo della meccanica ondulatoria, ma se $\lambda \ll d$, allora il risultato è una figura rettangolare, il cui spessore è dato dall'ampiezza della fenditura, esattamente come la luce solare, attraversando il buco di una serratura, proietta un'ombra identica alle dimensioni del buco stesso.



Dunque, $\lambda \ll d$ si dice il limite semiclassico; se questa condizione è soddisfatta, la meccanica quantistica NON è necessaria, e si possono usare gli strumenti della meccanica classica. Non è perciò esatto parlare di "**crisi**" della meccanica classica, perchè essa NON diventa affatto inutile dall'oggi al domani; al contrario, è la meccanica quantistica che risulta inutile per descrivere i fenomeni macroscopici. Infatti, consideriamo una persona di **70 kg** che attraversa una porta larga un metro alla velocità di un metro al secondo. La lunghezza d'onda di de Broglie associata a quella persona è pari ad $h / m v \approx 10^{-35} \text{ m}$, e quindi il limite semiclassico è perfettamente soddisfatto. Ci rendiamo conto del fatto che l'inapplicabilità della meccanica quantistica al mondo macroscopico è legato all'estrema piccolezza di h . La larghezza d'onda dell'uomo che attraversa la porta è così assurdamamente piccola (**20** ordini di grandezza più piccola del nucleo atomico) perchè anche h è incredibilmente piccola. Se invece h valesse per esempio **6,62 J s**, il nostro amico avrebbe una lunghezza d'onda associata di circa un metro, paragonabile alla larghezza della porta, e quindi diffrangerebbe attraverso la porta! I fenomeni ondulatori allora si manifesterebbero anche nel mondo macroscopico, e l'uomo vivrebbe in un **universo quantistico**! Notiamo che, se intendiamo d come la scala di grandezze su cui la nostra particella si muove, la condizione semiclassica:

$$\lambda = \frac{h}{m v} \ll d$$

si può riscrivere:

$$h \ll m v d$$

E siccome $m v d$ rappresenta il momento angolare L della nostra particella, se ne deduce che il limite semiclassico si può esprimere nella forma $L \gg \hbar$; dunque, la costante di Planck rappresenta la scala dei momenti angolari sulla quale si verificano i fenomeni quantistici!

Ora, si è visto che nel modello di Bohr gli elettroni idrogenoidi hanno momento angolare:

$$L = n\hbar$$

per cui essi manifestano un comportamento tipicamente ondulatorio. Questo rappresenta la fine del sogno dei primi decenni del Novecento di interpretare l'atomo come un vero sistema planetario, nel quale gli elettroni seguono orbite ellittiche nel senso classico, e spiana la strada ad un nuovo modo di interpretare le strutture atomiche: è quello che si chiama il modello quantistico dell'atomo, o **modello ad orbitali**. In esso, l'elettrone non segue una vera e propria orbita, ma si trova delocalizzato in una certa regione di spazio attorno al nucleo, che prende il nome di **orbitale atomico**, ciascuno caratterizzato da una terna di numeri quantici: n, l, m .

