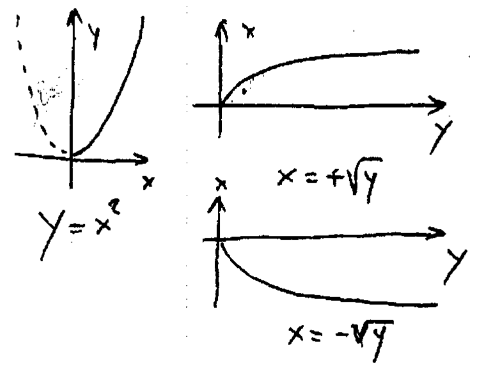
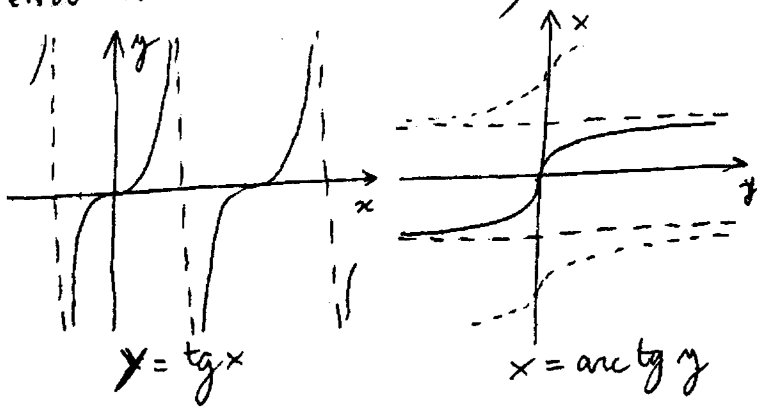
FUNZIONI INVERSE DELLE FUNZIONI CIRCOLARI

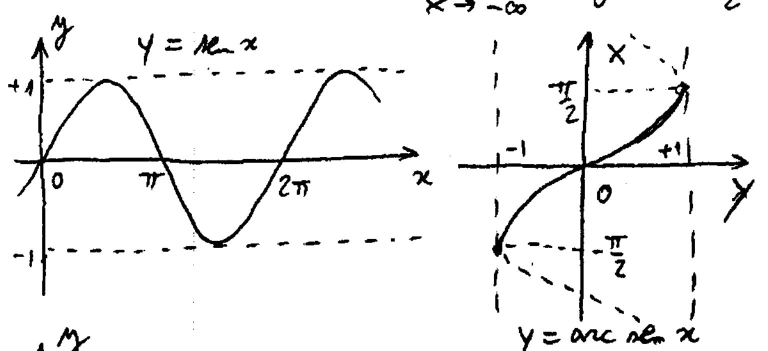
OGNI FUNZIONE MONOTONA (CIOÈ STRETT. CRESCENTE O STRETT. DECRESCENTE) È **INVERTIBILE**. ESEMPIO: L'INVERSA DI $y = x^3$ È $x = \sqrt[3]{y}$. LA FUNZIONE $y = x^2$ INVECE **NON** È MONOTONA, PERÒ È **GENERALMENTE MONOTONA**, CIOÈ È MONOTONA **A TRATTI**: PER $x \leq 0$ È MONOTONA DECRESCENTE, PER $x \geq 0$ È MONOTONA CRESCENTE. COSÌ POSSO INVERTIRE CIASCUNO DEI DUE TRATTI, OTTENENDO LE **DUE** FUNZIONI INVERSE $x = +\sqrt{y}$ ED $x = -\sqrt{y}$, COME SI VEDE A FIANCO

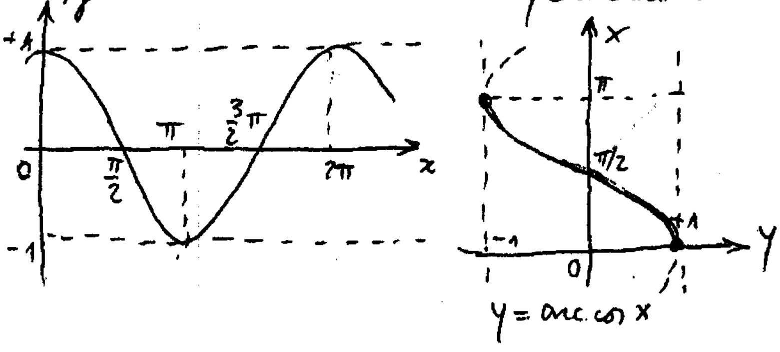


ANCHE LE FUNZIONI CIRCOLARI (SENO, COSENO, TANGENTE, COTANGENTE) SONO INVERTIBILI? LA TANGENTE E LA COTANGENTE LO SONO SICURAMENTE, ESSENDO MONOTONE. PERÒ LO STESSO VALORE DELLA TANGENTE È ASSUNTO DA INFINITI VALORI DI x, CHE DIFFERISCONO TRA LORO DI UN MULTIPLO DI π. NE SEGUE CHE LA FUNZIONE INVERSA DELLA TANGENTE, DETTA **ARCOTANGENTE**, È **POLIVOCA**, CIOÈ AD OGNI x CORRISPONDONO INFINITI VALORI DI y. PER EVITARE QUESTO, SI CONSIDERA SOLO IL RAMO DI CURVA TANGENTOIDE COMPRESO TRA $-\pi/2$ E $+\pi/2$, DETTO **DETERMINAZIONE PRINCIPALE** DELLA TANGENTE. LA FUNZIONE INVERSA È ALLORA **UNIVOCA**, HA DOMINIO (C.E.) COINCIDENTE CON $\mathbb{R}_y$ E CODOMINIO $-\frac{\pi}{2} < x < +\frac{\pi}{2}$ (ESTREMI ESCLUSI), CHE RAPPRESENTANO DUE ASINTOTI ORIZZONTALI:



$$\lim_{x \to -\infty} \operatorname{arc\,tg} x = -\frac{\pi}{2}, \quad \lim_{x \to +\infty} \operatorname{arc\,tg} x = +\frac{\pi}{2}$$





INVECE SENO E COSENO NON SONO MONOTONE, MA SONO MONOTONE **A TRATTI**. ONDE EVITARE LA POLIVOCITÀ, BASTA **RESTRINGERE** ENTRAMBE AD UN SEMIPERIODO, COME SI VEDE IN FIGURA. ALLORA ENTRAMBE HANNO DOMINIO $-1 \leq y \leq +1$; L'ARCOSENO HA CODOMINIO $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq +\frac{\pi}{2}$, L'ARCOCOSENO HA CODOMINIO $0 \leq x \leq \pi$. NESSUNO VIETA OVVIAMENTE DI RESTRINGERLE PER ESEMPIO TRA $\frac{\pi}{2}$ E $\frac{3}{2}\pi$, MA QUELLA DISEGNATA A FIANCO SI DICE LA **DETERMINAZIONE PRINCIPALE**.