# LE CONICHE

L'eq. generale è

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0 \qquad (*)$$

Per studiarne la natura occorre considerare

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b & d \\ b & c & e \\ d & e & f \end{vmatrix} \begin{cases} \neq 0 & \text{la conica NON è DEGENERE} \\ = 0 & \text{la conica è DEGENERE} \end{cases}$$

$$\delta = \begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} = ac - b^2 \begin{cases} > 0 & \text{si tratta di una ELLISSE} \\ = 0 & \text{si tratta di una PARABOLA} \\ < 0 & \text{si tratta di una IPERBOLE} \end{cases}$$

$I = a + c$

se $I \cdot \Delta < 0$ la conica è REALE

se $I \cdot \Delta > 0$ la conica è IMMAGINARIA

Se la conica è a centro (ellisse, iperbole) le coordinate $(x_0, y_0)$ del centro $C$ si trovano con il sistema:

$$\begin{cases} ax + by + d = 0 \\ bx + cy + e = 0 \end{cases}$$

Individuato il centro $C(x_0 y_0)$ con la traslazione T:

$$T \begin{cases} x = X + x_0 \\ y = Y + y_0 \end{cases}$$

l'eq. della conica $(*)$ assume la forma:

$$aX^2 + 2bXY + cY^2 + F = 0 \qquad \text{dove } F = dx_0 + ey_0 + f$$

Con una rotazione di assi di angolo $\alpha$, mediante le equazioni:

$$\begin{cases} X = x'\cos\alpha - y'\operatorname{sen}\alpha \\ Y = x'\operatorname{sen}\alpha + y'\cos\alpha \end{cases}$$

dove $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2b}{a-c}$ (perché $2b = 0$ dato che il termine in $XY$ deve scomparire)

l'equazione della conica assume la forma

$$a'x'^2 + c'y'^2 + F = 0$$

NB- Se la conica non è a centro (parabola) basta applicare alla equazione iniziale $(*)$ la rototraslazione

$$\begin{cases} x = X\cos\alpha - Y\operatorname{sen}\alpha \\ y = X\operatorname{sen}\alpha + Y\cos\alpha \end{cases}$$