# Il decadimento alfa e l’effetto tunnel quantistico

Dispensa didattica • Fisica nucleare

**Obiettivo. Comprendere perché una particella alfa può uscire spontaneamente da un nucleo anche quando la sua energia è inferiore all’altezza della barriera di potenziale che la circonda.**

## 1. Che cos’è il decadimento alfa

Il decadimento alfa è una trasformazione radioattiva in cui un nucleo instabile emette una particella alfa. Questa particella è, in sostanza, un nucleo di elio-4 formato da due protoni e due neutroni; possiede quindi carica elettrica +2e.

Quando il nucleo emette una particella alfa, il numero di massa A diminuisce di 4 e il numero atomico Z diminuisce di 2. Per esempio:

$$^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

La domanda fisica è: come può la particella alfa lasciare il nucleo, se è trattenuta dalle interazioni nucleari? Per rispondere occorre esaminare il potenziale che essa incontra.

## 2. Le interazioni all’interno e all’esterno del nucleo

Interazione nucleare. Tra protoni e neutroni agisce l’interazione nucleare forte residua, attrattiva a distanze nucleari e di corto raggio. Essa contribuisce a legare i nucleoni e, nella descrizione efficace del decadimento, crea un pozzo di potenziale nella regione interna.

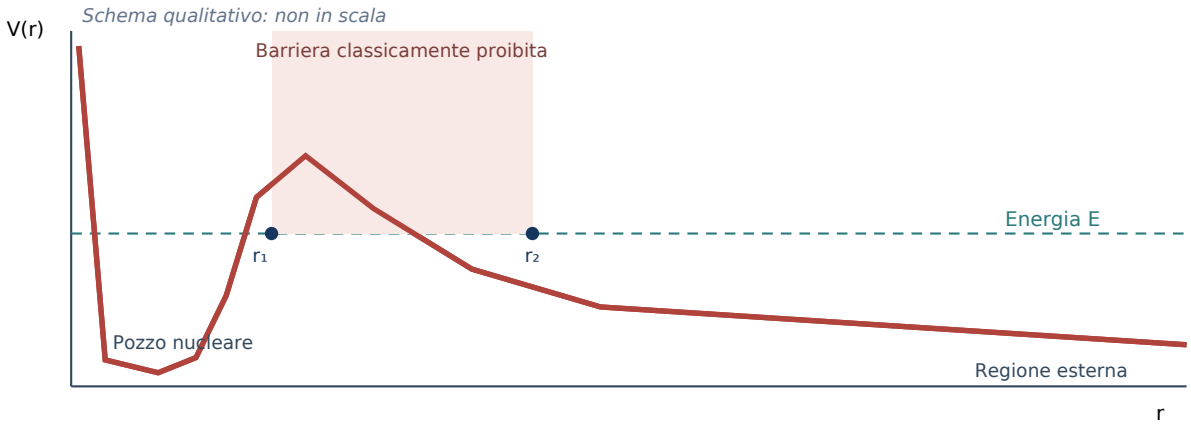
Interazione elettrostatica. La particella alfa ha carica +2e e anche il nucleo figlio è positivo. Tra i due agisce quindi una repulsione coulombiana. A distanze esterne al nucleo, il potenziale elettrostatico è approssimativamente:

$$V_C(r) = (1 / 4\pi\varepsilon_0) \cdot (2\, Z_d\, e^2 / r)$$

Qui r è la distanza tra i centri, $Z_d$ è il numero atomico del nucleo figlio, e è la carica elementare ed $\varepsilon_0$ è la costante dielettrica del vuoto. La repulsione coulombiana tende ad allontanare la particella alfa; tuttavia, prima di raggiungere la regione esterna, essa deve attraversare la barriera di potenziale.

## 3. La barriera di potenziale e il divieto classico

In una descrizione semplificata, il potenziale efficace presenta un pozzo nella regione nucleare e una barriera repulsiva all’esterno. La particella alfa emessa ha tipicamente un’energia di alcuni MeV, mentre la barriera coulombiana può raggiungere valori molto più alti, dell’ordine di decine di MeV.




La linea orizzontale rappresenta l'energia totale E della particella. I punti $r_1$ e $r_2$, in cui E = V(r), sono i punti di inversione classici. Tra questi due punti il potenziale è maggiore dell'energia: V(r) > E.

In meccanica classica l'energia cinetica è K = E − V(r). Nella regione in cui V(r) > E risulterebbe K < 0. Poiché K = ½mv² non può essere negativa per una particella classica, quella regione è proibita: una particella che si trova nel pozzo non può attraversare la barriera e raggiungere l'esterno.

**Conclusione classica: se si applicasse soltanto la meccanica classica, la particella alfa resterebbe confinata e il decadimento spontaneo non sarebbe spiegabile.**

## 4. La descrizione quantistica: la funzione d'onda

In meccanica quantistica la particella non è descritta da una traiettoria precisa, ma da una funzione d'onda ψ. Il modulo quadrato $|\psi|^2$ è legato alla densità di probabilità di rivelare la particella in una certa posizione.

La condizione V(r) > E non impone che la funzione d'onda sia identicamente nulla. Nella regione classicamente proibita, la soluzione dell'equazione di Schrödinger può penetrare nella barriera e, in condizioni appropriate, decrescere in modo esponenziale. Per una barriera localmente regolare, l'andamento è schematicamente:

$$\psi(r) \propto \exp\left[-\int \kappa(r)\, dr\right] \text{ con } \kappa(r) = \sqrt{2m[V(r) - E]} / \hbar$$

m è la massa della particella alfa e ħ è la costante di Planck ridotta. Se la barriera ha spessore finito, la funzione d'onda può avere ampiezza non nulla anche oltre la barriera. Di conseguenza esiste una probabilità non nulla di trovare la particella nella regione esterna: questo è l'effetto tunnel.

La particella non deve "prendere in prestito" energia e non salta sopra la barriera. L'energia totale resta conservata: è la descrizione ondulatoria quantistica a consentire una probabilità di trasmissione attraverso una regione classicamente proibita.

## 5. Da che cosa dipende la probabilità di tunneling?

Nell'approssimazione WKB, per una barriera con punti di inversione $r_1$ e $r_2$, la probabilità di trasmissione ha, in forma semplificata, la dipendenza:

$$P \approx \exp(-2G),\ G = (1/\hbar) \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2m[V(r) - E]}\, dr$$

L'integrale si estende sulla regione in cui V(r) > E. Questa espressione mette in evidenza tre dipendenze:

- Larghezza della barriera: una barriera più larga riduce fortemente la probabilità di attraversamento.
- Altezza della barriera rispetto a E: una differenza V − E maggiore rende il tunneling meno probabile.
- Massa: a parità delle altre condizioni, una massa maggiore tende a ridurre la probabilità.

Nel decadimento alfa, la massa della particella è relativamente grande e la barriera è significativa: la probabilità per singolo tentativo è quindi piccola, ma non nulla. La dipendenza esponenziale fa sì che anche variazioni relativamente modeste dell'energia alfa possano produrre enormi differenze nella probabilità di emissione.

## 6. Perché i nuclei hanno tempi di dimezzamento così diversi?

La particella alfa confinata interagisce con la barriera e ha una certa probabilità di attraversarla. In un modello intuitivo si può definire una frequenza di tentativo ν, cioè il numero medio di volte al secondo in cui la configurazione alfa "incontra" la barriera. Se P è la probabilità di trasmissione per tentativo, la costante di decadimento è approssimativamente:

$$\lambda \approx \nu P$$

La legge del decadimento radioattivo dà il tempo di dimezzamento:

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda \approx \ln 2 / (\nu P)$$

Pertanto, una probabilità di tunneling più alta corrisponde, in generale, a un tempo di dimezzamento più breve. Una probabilità più bassa produce un tempo di dimezzamento più lungo. Questa forte sensibilità all'energia è collegata alla legge empirica di Geiger–Nuttall, che mette in relazione l'energia delle particelle alfa emesse e i tempi di decadimento dei nuclei alfa-radioattivi.

## 7. Il quadro fisico completo: formazione ed emissione della particella alfa

È utile precisare che il nucleo non contiene necessariamente una piccola "pallina" alfa già formata che rimbalza contro una parete. La formazione e la correlazione dei due protoni e dei due neutroni in una configurazione alfa fanno parte della struttura quantistica del nucleo. Una volta descritta la configurazione alfa e il suo moto relativo rispetto al nucleo figlio, si può studiare l'emissione attraverso un potenziale efficace.

Questo potenziale comprende l'attrazione nucleare a corto raggio e la repulsione coulombiana a lungo raggio; in alcuni decadimenti contribuisce anche un termine centrifugo, legato al momento angolare. Il tunneling attraverso la barriera risultante determina una parte essenziale della probabilità di emissione.

## 8. Riepilogo: perché il tunneling è indispensabile

| | |
|---|---|
| 1. Confinamento | L'interazione nucleare contribuisce a trattenere la configurazione alfa nella regione interna del nucleo. |
| 2. Barriera | La repulsione coulombiana crea una barriera che la particella non può superare classicamente se E è inferiore a V. |
| 3. Tunneling | La funzione d'onda penetra nella regione proibita e può estendersi oltre la barriera. |
| 4. Emissione | La probabilità non nulla di trasmissione rende possibile l'emissione spontanea della particella alfa. |

**In una frase: il decadimento alfa è possibile perché la meccanica quantistica assegna una probabilità non nulla di attraversare la barriera coulombiana anche quando l'energia della particella è inferiore all'altezza della barriera; senza questo effetto, nel quadro descritto, l'emissione spontanea non sarebbe spiegabile.**

## Glossario essenziale

Particella alfa: nucleo di elio-4, composto da due protoni e due neutroni.
Barriera di potenziale: regione in cui l’energia potenziale supera l’energia totale della particella.
Punti di inversione: posizioni in cui E = V(r), che delimitano la regione classicamente proibita.
Effetto tunnel: trasmissione quantistica attraverso una barriera che sarebbe impenetrabile nella descrizione classica.
Tempo di dimezzamento: tempo necessario affinché, in media, decada metà dei nuclei inizialmente presenti.

Nota didattica: diagramma e formule sono presentati in forma schematica. Un calcolo quantitativo accurato richiede il potenziale nucleare efficace, la carica del nucleo figlio, l’energia del decadimento e, quando necessario, il contributo del momento angolare.