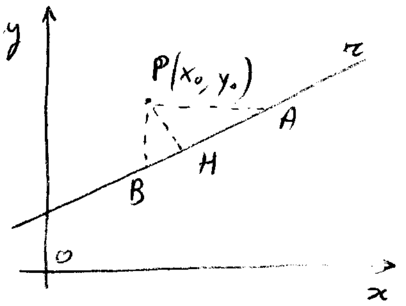
DISTANZA PUNTO - RETTA



VOGLIAMO DETERMINARE LA DISTANZA DEL PUNTO $P(x_0, y_0)$ DALLA RETTA DI EQUAZIONE $ax_0 + by + c = 0$

TIRIAMO DA P (VEDI FIGURA) LE RETTE PARALLELE AGLI ASSI CHE INTERSECANO LA RETTA r IN A E IN B. IL TRIANGOLO $\overset{\triangle}{APB}$ È RETTANGOLO, E LA SUA ALTEZZA RELATIVA ALL'IPOTENUSA SI TROVA CON LA NOTA FORMULA: $\overline{PH} = \dfrac{\overline{AP}\cdot\overline{PB}}{\overline{AB}}$ (*)

L'AREA DEL TRIANGOLO $\overset{\triangle}{ABP}$ SI PUÒ TROVARE IN DUE MODI:

$$\frac{\overline{AP}\cdot\overline{PB}}{\cancel{2}} = \frac{\overline{AB}\cdot\overline{PH}}{\cancel{2}}$$

DA CUI: $\overline{PH} = \dfrac{\overline{AP}\cdot\overline{PB}}{\overline{AB}}$

TROVIAMO LE COORDINATE DI A E DI B:

$$\begin{cases} x = x_0 \\ y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \end{cases} \qquad B\left(x_0; -\frac{a}{b}x_0 - \frac{c}{b}\right)$$

$$\begin{cases} y = y_0 \\ x = -\frac{b}{a}y - \frac{c}{a} \end{cases} \qquad A\left(-\frac{b}{a}y_0 - \frac{c}{a}; y_0\right)$$

DA CUI: $\overline{PA} = \left|x_0 + \frac{b}{a}y_0 + \frac{c}{a}\right|$, $\overline{PB} = \left|y_0 + \frac{a}{b}x_0 + \frac{c}{b}\right|$

E QUINDI:

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2} = \sqrt{\left(x_0 + \frac{b}{a}y_0 + \frac{c}{a}\right)^2 + \left(-\frac{a}{b}x_0 - \frac{c}{b} - y_0\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left[\frac{1}{a}(ax_0 + by_0 + c)\right]^2 + \left[-\frac{1}{b}(ax_0 + by_0 + c)\right]^2} =$$

$$= |ax_0 + by_0 + c|\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{|ab|}\sqrt{a^2 + b^2}$$

E USANDO LA (*):

$$\overline{PH} = \frac{\left|\frac{ax_0 + by_0 + c}{\cancel{b}}\right| \cdot \left|\frac{\cancel{ax_0 + by_0} + c}{\cancel{a}}\right|}{\frac{\cancel{|ax_0 + by_0 + c|}}{\cancel{|ab|}}\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

DI QUESTA FORMULA ESISTE UNA VARIANTE. DIVIDO SOPRA E SOTTO PER $|b|$ E OTTENGO:

$$\overline{PH} = \frac{\left|\frac{a}{b}x_0 + y_0 + \frac{c}{b}\right|}{\sqrt{\frac{a^2}{b^2} + 1}} = \frac{\left|y_0 - \left(-\frac{a}{b}x_0 - \frac{c}{b}\right)\right|}{\sqrt{\left(-\frac{a}{b}\right)^2 + 1}} = \frac{|y_0 - (mx_0 + q)|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

DA USARSI SE L'EQUAZIONE DELLA RETTA È DATA IN FORMA ESPLICITA (INFATTI $y = mx + q$ CORRISPONDE AD $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$)