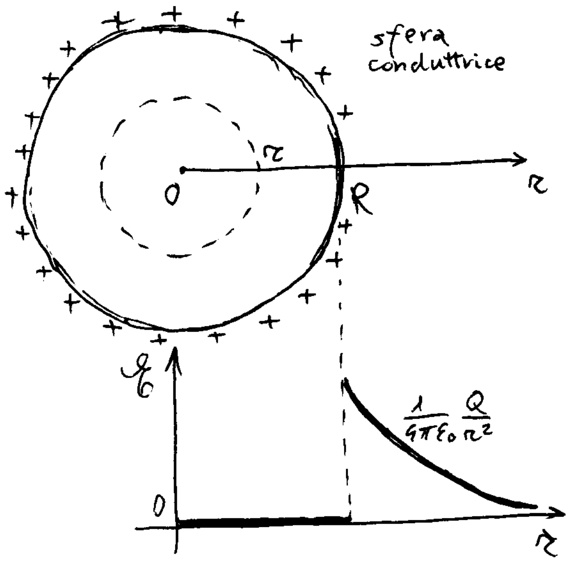
DISTRIBUZIONE SUPERFICIALE DI CARICA SU DI UNA SFERA DI RAGGIO R



SIA UNA CARICA Q DISTRIBUITA SULLA SUPERFICIE DI UNA SFERA DI RAGGIO R. COME VARIA IL CAMPO ELETTRICO DENTRO E FUORI LA SFERA? PRENDO UNA SFERA DI RAGGIO $r < R$; AL SUO INTERNO LA CARICA È NULLA, PER CUI:

$$\Phi(\mathcal{E})_S = 0$$

MA, NEL CASO DI UNA SFERA E DI UN CAMPO RADIALE, PER DEFINIZIONE DI FLUSSO DI $\vec{\mathcal{E}}$ SI HA:

$$\Phi(\mathcal{E})_S = 4\pi r^2 \mathcal{E}$$

SE NE DEDUCE, ESSENDO $\Phi = 0$, CHE, DENTRO, ANCHE $\mathcal{E}$ È NULLO. SE LA SFERA HA RAGGIO $r > R$, ESSO CONTIENE UNA CARICA Q (TUTTA QUELLA PRESENTE SULLA SFERA), PER CUI:

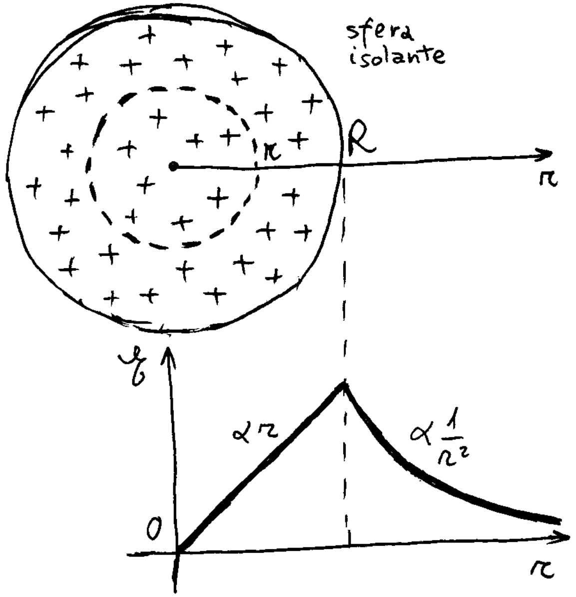
$$\Phi(\mathcal{E})_S = \frac{Q}{\varepsilon_0} = 4\pi r^2 \mathcal{E}$$

DA CUI:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

SE NE DEDUCE CHE, FUORI DALLA SFERA, IL CAMPO DECRESCE COME $1/r^2$, E SI COMPORTA COME SE LA CARICA FOSSE TUTTA CONCENTRATA NEL SUO CENTRO! (IN ANALOGIA CON QUANTO AVVIENE PER IL CAMPO GRAVITAZIONALE). IN $r = R$ IL CAMPO HA UNA DISCONTINUITÀ.

DISTRIBUZIONE VOLUMICA DI CARICA DENTRO UNA SFERA DI RAGGIO R



SIA ORA UNA DISTRIBUZIONE VOLUMICA DI CARICA, IN MODO CHE LA DENSITÀ DI CARICA PER UNITÀ DI VOLUME ($C\,m^{-3}$) SIA OMOGENEA. ESSA VALE ALLORA:

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

(R = RAGGIO DELLA SFERA)

PRENDO UNA SFERA DI RAGGIO $r < R$. ESSA RACCHIUDE UNA CARICA:

$$q(r) = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{Q r^3}{R^3}$$

QUINDI IL FLUSSO ATTRAVERSO LA SUA SUPERFICIE È PARI A (TH. DI GAUSS):

$$\Phi(\mathcal{E})_S = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q r^3}{R^3} = 4\pi r^2 \cdot \mathcal{E}$$

SEMPLIFICANDO SI HA:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q r}{R^3} \qquad (1)$$

COME SI VEDE, DENTRO LA SFERA IL CAMPO CRESCE LINEARMENTE CON r (AL CENTRO VALE ZERO). FUORI DELLA SFERA, UNA SUPERFICIE SFERICA DI RAGGIO $r > R$ CONTIENE TUTTA LA CARICA Q PRESENTE SULLA SFERA, PER CUI SI HA LO STESSO RISULTATO DEL CASO A SINISTRA (COME SE LA CARICA FOSSE TUTTA CONCENTRATA NEL CENTRO):

$$\mathcal{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \qquad (2)$$

SE $r = R$, COME SI VEDE LE DISTRIBUZIONI (1) E (2) ASSUMONO LO STESSO VALORE $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}$; A DIFFERENZA DEL CASO A SINISTRA, QUI $\mathcal{E}$ VARIA CON CONTINUITÀ.