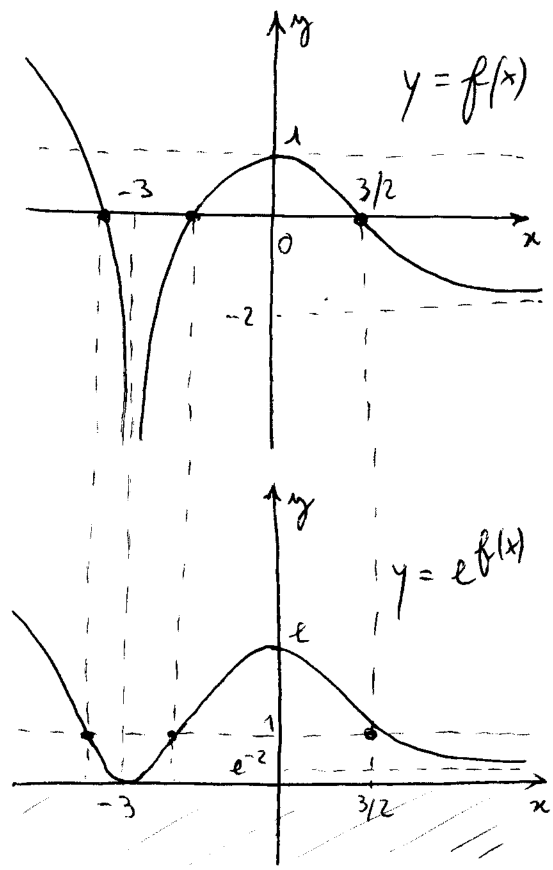
GRAFICI DEDUCIBILI



Vogliamo dedurre il grafico della funzione $y = e^{f(x)}$ dal grafico di $y = f(x)$. Le regole da seguire sono queste:

a) quando la funzione $y = f(x)$ assume valori positivi, $e^{f(x)}$ assume valori maggiori di uno;

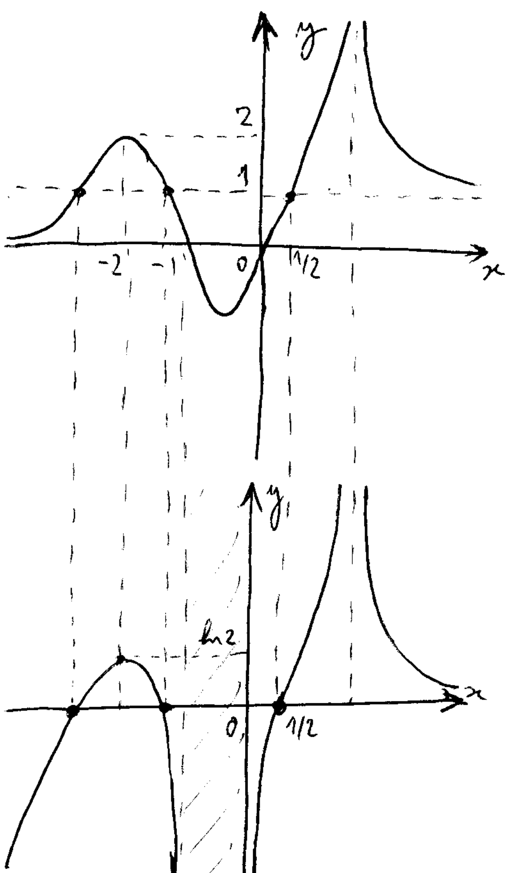
b) quando la funzione $y = f(x)$ si annulla, la $e^{f(x)}$ assume valore uno $(e^0 = 1)$;

c) quando la funzione $y = f(x)$ è negativa, la funzione $e^{f(x)}$ assume valori positivi compresi tra 0 e uno. Insomma, $e^{f(x)}$ è sempre positiva!

d) quando la funzione $y = f(x)$ ha un asintoto verticale verso l'alto, ce l'ha anche $e^{f(x)}$. Se ha un asintoto verticale verso il basso, invece, $e^{f(x)}$ ha una discontinuità eliminabile e vale zero (perché $e^{-\infty} \to 0^+$).

e) quando la funzione $y = f(x)$ ha un asintoto orizzontale $y = k$, $e^{f(x)}$ ha un asintoto orizzontale $y = e^k$.

f) se per $x \to \pm\infty$ la funzione $f(x)$ tende a $+\infty$, lo fa anche $e^{f(x)}$; se $f(x)$ tende a $-\infty$, $e^{f(x)}$ ha un asintoto orizzontale $y = 0$



Vogliamo ora dedurre il grafico di $y = \ln f(x)$. Ecco le regole:

a) quando $f(x)$ è maggiore di 1, $\ln f(x)$ è positiva

b) i punti in cui $f(x)$ taglia la retta $y = 1$, sono quelli in cui $\ln f(x)$ si annulla $(\ln 1 = 0)$

c) quando $f(x)$ è compresa tra 0 e 1, $\ln f(x)$ è negativa.

d) quando $f(x)$ è negativa, $\ln f(x)$ non esiste (non esistono i log. dei numeri negativi)

e) quando $f(x)$ si annulla, $\ln f(x)$ ha degli asintoti verticali verso il basso $(\ln 0 \to -\infty)$

f) dove $f(x)$ ha l'asintoto orizzontale $y = k$, $\ln f(x)$ ha l'asintoto orizzontale $y = \ln k$

g) se l'asintoto orizzontale è $y = 0$, la funzione tende a $-\infty$

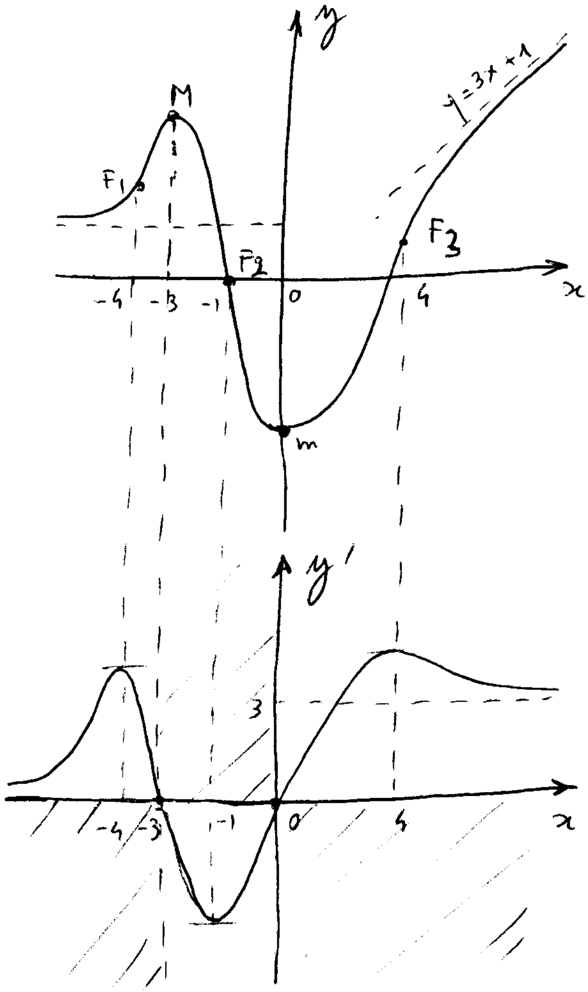
h) se $f(x)$ ha un asintoto verticale verso l'alto, ce l'ha anche $\ln f(x)$

i) gli asintoti obliqui di $f(x)$ si trasformano in andamenti di tipo logaritmico.

$(\rightarrow)$

(→)

VEDIAMO ORA COME DEDURRE DA $y = f(x)$ IL GRAFICO DELLA SUA DERIVATA $y = f'(x)$. LE REGOLE DA SEGUIRE SONO QUESTE:



a) DOVE $f(x)$ HA MASSIMI, MINIMI E FLESSI A TANGENTE ORIZZONTALE, $f'(x)$ SI ANNULLA E QUINDI TAGLIA L'ASSE x

b) DOVE $f(x)$ È CRESCENTE, $f'(x)$ È POSITIVA

c) DOVE $f(x)$ È DECRESCENTE, $f'(x)$ È NEGATIVA

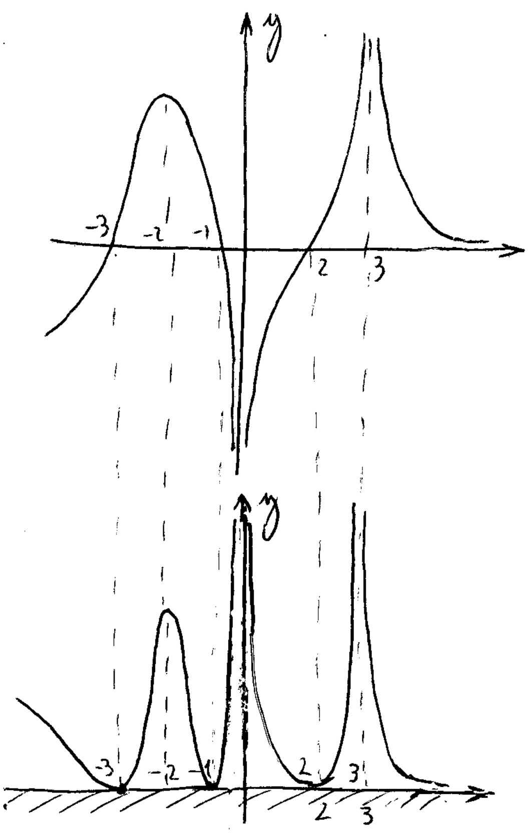
d) DOVE $f(x)$ HA LA CONCAVITÀ VERSO L'ALTO, $f'(x)$ È CRESCENTE (f'', LA SUA DERIVATA PRIMA, È POSITIVA)

e) DOVE $f(x)$ HA LA CONCAVITÀ VERSO IL BASSO, $f'(x)$ È DECRESCENTE (f'', LA SUA DERIVATA PRIMA, È NEGATIVA)

f) DOVE $f(x)$ HA UN FLESSO, LA $f'(x)$ HA UN MASSIMO O UN MINIMO A SECONDA CHE IL FLESSO SIA DECRESCENTE O CRESCENTE

g) DOVE $f(x)$ HA UN ASINTOTO ORIZZONTALE $y = k$, $f'(x)$ HA UN ASINTOTO ORIZZONTALE $y = 0$ PERCHÉ LA FUNZIONE TENDE A DIVENTARE STAZIONARIA

h) DOVE $f(x)$ HA UN ASINTOTO OBLIQUO $y = mx + q$, $f'(x)$ HA UN ASINTOTO ORIZZONTALE $y = m$, PERCHÉ LA FUNZIONE TENDE AD AVERE QUELLA PENDENZA



CHIUDIAMO QUESTA SCHEDA CON LE REGOLE PER OTTENERE IL GRAFICO DI $y = [f(x)]^2$. COME SI VEDE QUI A SINISTRA, TUTTO CIÒ CHE È NEGATIVO DIVENTA POSITIVO, I PUNTI DOVE LA FUNZIONE SI ANNULLA RESTANO SULL'ASSE x DIVENTANDO DEI MINIMI, GLI ASINTOTI VERTICALI DIVENTANO ASINTOTI VERTICALI TUTTI RIVOLTI VERSO L'ALTO, GLI ASINTOTI OBLIQUI SPARISCONO DIVENTANDO ANDAMENTI DI TIPO PARABOLICO.

NOTA BENE - NEL GRAFICO DI $y = f'(x)$, I PUNTI ANGOLOSI DI $f(x)$ SI TRASFORMANO IN DISCONTINUITÀ DI PRIMA SPECIE (LA TANGENTE SINISTRA È DIVERSA DA QUELLA DESTRA), MENTRE LE CUSPIDI E I PUNTI A TANGENTE VERTICALI SI TRASFORMANO IN DISCONTINUITÀ DI SECONDA SPECIE, CIOÈ IN ASINTOTI VERTICALI, POICHÉ IN QUEI PUNTI LA DERIVATA PRIMA DELLA FUNZIONE TENDE ALL'INFINITO.