FUNZIONI INIETTIVE, SURIETTIVE, BIIETTIVE

* SIA DATA LA FUNZIONE REALE DI VARIABILE REALE $y = f(x)$ DEFINITA SUL DOMINIO $D \subseteq \mathbb{R}$. ESSA SI DICE <u>INIETTIVA</u> SE A VALORI DISTINTI DELLA x CORRISPONDONO VALORI DISTINTI DELLA y:

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2) \qquad \forall x_1, x_2 \in D$$

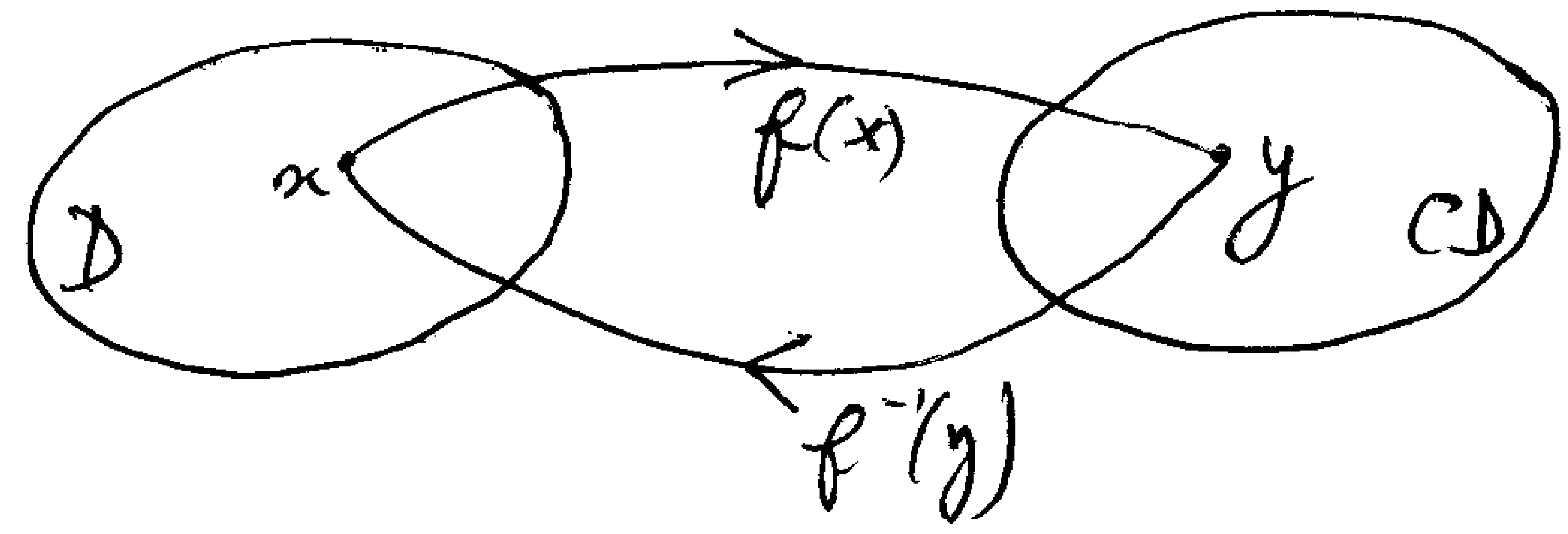
* SI DICE INVECE <u>SURIETTIVA</u> SE OGNI VALORE REALE DI y PROVIENE DA ALMENO UN VALORE DI x, CIOÈ SE IL CODOMINIO (INSIEME DEI VALORI ASSUNTI) DELLA FUNZIONE COINCIDE CON L'ASSE $\mathbb{R}_y$:

$$\forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in D \text{ t.c. } y = f(x)$$

* SI DICE <u>BIIETTIVA</u> (O INVERTIBILE) UNA FUNZIONE CHE SIA AD UN TEMPO INIETTIVA E SURIETTIVA. UNA FUNZIONE BIIETTIVA DA D A CD SI DICE ANCHE <u>CORRISPONDENZA BIUNIVOCA</u>.

DI UNA TALE FUNZIONE ESISTE ANCHE L'INVERSA, DEFINITA IN CD E A VALORI IN D, CHE SI INDICA CON LA SCRITTURA

$$f^{-1}(y) = x$$



$$f: x \in D \rightarrow f(x) = y \in f(D)$$
$$f^{-1}: y \in f(D) \rightarrow f^{-1}(y) = x \in D$$

<u>ESEMPIO 1</u>: $y = x + 2$

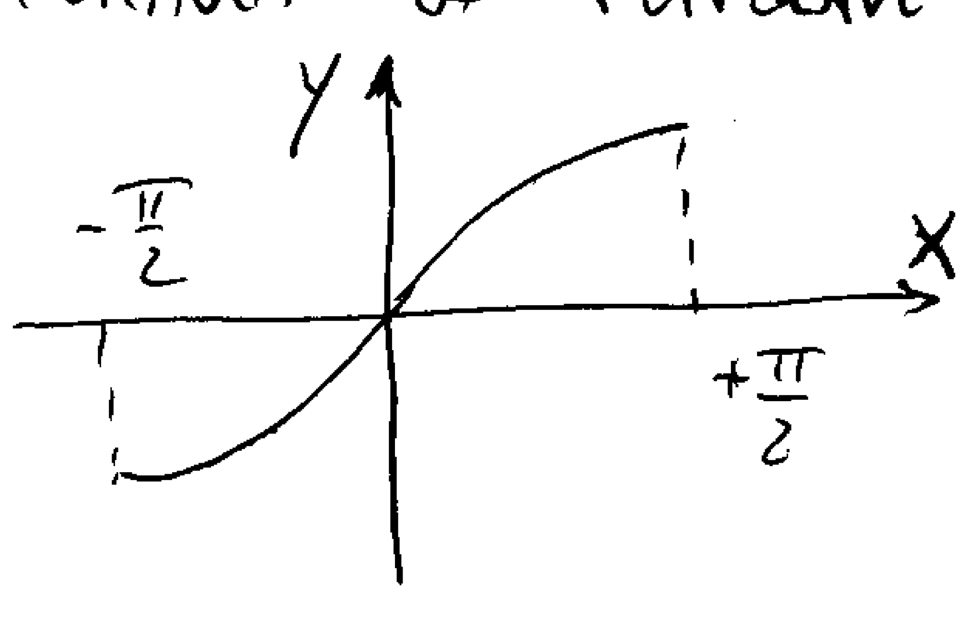
È INIETTIVA E SURIETTIVA, E QUINDI BIIETTIVA E INVERTIBILE SU TUTTO L'ASSE REALE. LA SUA INVERSA È

$$x = y - 2$$

<u>ESEMPIO 2</u>: $y = x^2$ NON È BIIETTIVA SU TUTTO IL SUO DOMINIO $\mathbb{R}$, PERCHÉ NON È INIETTIVA. INFATTI $+3 \neq -3$, TUTTAVIA $(+3)^2 = (-3)^2 = +9$. TUTTAVIA TALE FUNZIONE È INIETTIVA, E QUINDI BIIETTIVA E INVERTIBILE, SULL'INSIEME $\mathbb{R}^+$, CIOÈ $[0; +\infty)$. SU TALE INTERVALLO LA FUNZIONE INVERSA È $x = -\sqrt{y}$

<u>ESEMPIO 3</u>: $y = \text{sen}\, x$ NON È BIIETTIVA SU TUTTO IL SUO DOMINIO $\mathbb{R}$, PERCHÉ NON È INIETTIVA. INFATTI $\frac{\pi}{3} \neq \frac{2}{3}\pi$, MA $\text{sen}\frac{\pi}{3} = \text{sen}\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

TUTTAVIA LA FUNZIONE SENO RISULTA INIETTIVA SULL'INSIEME $\left[-\frac{\pi}{2}; +\frac{\pi}{2}\right]$,



COME MOSTRA IL GRAFICO A SINISTRA, E DUNQUE È SU DI ESSO INVERTIBILE. LA FUNZIONE INVERSA È $\text{arcsen}\, x$.

ANALOGAMENTE, LA FUNZIONE $y = \cos x$ È BIIETTIVA E DUNQUE INVERTIBILE SULL'INSIEME $[0; \pi]$; LA FUNZIONE INVERSA SI CHIAMA $\text{arccos}\, x$.