

LOGARITMI E LORO PROPRIETÀ

SI DICE LOGARITMO IN BASE a DI b L'ESPOLENTE DA DARE AD a PER AVERE b .

ESEMPI:

$$\log_2 8 = 3 \quad \text{PERCHÉ } 2^3 = 8 \qquad \log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2} \quad \text{PERCHÉ } 2^{1/2} = \sqrt{2}$$

$$\log_2 \frac{1}{2} = -1 \quad \text{PERCHÉ } 2^{-1} = \frac{1}{2} \qquad \log_2 1 = 0 \quad \text{PERCHÉ } 2^0 = 1$$

IL LOGARITMO DI 1 IN QUALSIASI BASE È SEMPRE PARI A ZERO.

IL LOGARITMO IN BASE a DI a È SEMPRE PARI AD 1.

NON CI SONO LOGARITMI DEI NUMERI NEGATIVI (NON CE NE SONO NEI CASO REALE) PERCHÉ LA BASE, ELEVATA AD OGNI ESPOLENTE, DÀ SOLO UN NUMERO POSITIVO. ANCHE LA BASE POTS' ESSERE SOLO POSITIVA E DIVERSA DA 1 (1 ELEVATO AD OGNI NUMERO DÀ SEMPRE 1).

$$y = \log_a x \quad \begin{matrix} a > 0, a \neq 1 \\ x > 0 \end{matrix}$$

PROPRIETÀ DEI LOGARITMI.

a) IL LOGARITMO DI UN PRODOTTO È LA SOMMA DEI LOGARITMI.

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

b) IL LOGARITMO DI UN RAPPORTO È LA DIFFERENZA DEI LOGARITMI.

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

c) IL LOGARITMO DI UNA POTENZA È IL LOGARITMO DELLA BASE MOLTIPLICATO PER L'ESPOLENTE.

$$\log_a(x^y) = y \log_a x$$

d) CAMBIAMENTO DI BASE. PER CAMBIARE LA BASE DI UN LOGARITMO SI USA LA SEGUENTE FORMULA:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

e) SCAMBIAMO BASE E ARGOMENTO, IL LOGARITMO SI INVERTE:

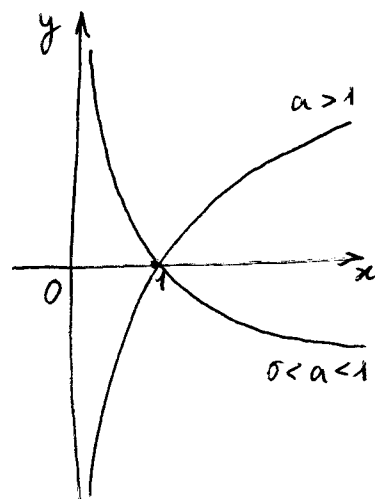
$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

f) LA FUNZIONE $y = \log_a x$ CON $a > 1$ HA L'ASPETTO QUI A DESTRA. SI HA:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = -\infty$$

INVECE CON $0 < a < 1$ SI HA:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = +\infty$$



ENTRAMBRE LE CURVE HANNO L'ASSE y COME ASINTOTO VERTICALE, L'UNA È MONOTONA CRESCENTE, L'ALTRA È MONOTONA DECRESCENTE. IL DOMINIO È SEMPRE $[0; +\infty)$, IL CODOMINIO È SEMPRE $(-\infty; +\infty)$, LA FUNZIONE È SEMPRE BIETTIVA. IL LOGARITMO IN BASE a SI USA IL NUMERO 10 (LOGARITMI DENARI O DI BRUSS) OPPURE IL N° IRRAZIONALE E TRASCENDENTE e (LOGARITMI NATURALI O DI NEPERO).