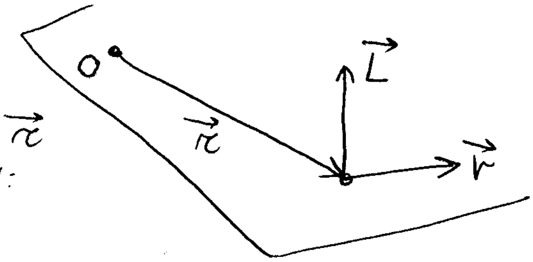
# IL MOMENTO ANGOLARE

SI DICE MOMENTO DELLA QUANTITÀ DI MOTO O MOMENTO ANGOLARE DI UN CORPO IL VETTORE COSÌ DEFINITO:

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v} = \vec{r} \wedge \vec{p}$$




DOVE $m$ È LA MASSA DEL CORPO, $\vec{v}$ LA SUA VELOCITÀ ED $\vec{r}$ LA SUA POSIZIONE RISPETTO AL CENTRO O. SI MISURA IN:

$$[L] = [m \cdot kg \cdot m\, s^{-1}] = [m^2 kg\, s^{-1}] = [J s]$$

QUANTO VALE LA VARIAZIONE NEL TEMPO DEL MOMENTO DELLA QUANTITÀ DI MOTO?

$$\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \frac{\Delta}{\Delta t}(\vec{r} \wedge m\vec{v}) = \vec{r} \wedge m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{r} \wedge m\vec{a} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{M}$$

POICHÈ LA FORZA CHE PRODUCE IL MOTO È UNA FORZA ESTERNA $(\vec{F}_{ext})$, ANCHE IL MOMENTO È UN MOMENTO ESTERNO $(\vec{M}_{ext})$. SE NE CONCLUDE:

$$\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \vec{M}_{ext}$$

SE IL SISTEMA È <u>ISOLATO</u>, $\vec{M}_{ext} = 0$ E QUINDI $\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = 0$ DA CUI SI RICAVA $\vec{L} = cost$. HO PERCIÒ IL:

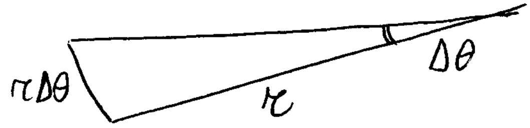
<u>PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE</u> – IN UN SISTEMA ISOLATO, IL MOMENTO ANGOLARE SI CONSERVA.

QUANDO UNA BALLERINA CLASSICA RUOTA SU SE' STESSA E CHIUDE LE BRACCIA, LA SUA VELOCITÀ ANGOLARE AUMENTA. INFATTI, VISTO CHE LA VELOCITÀ TANGENZIALE È PERPENDICOLARE AL RAGGIO, SI HA:

$$L_1 = L_2 \implies \cancel{m} v_1 r_1 = \cancel{m} v_2 r_2 \implies v_2 = v_1 \frac{r_1}{r_2}$$

ALL'AUMENTARE DEL RAGGIO, QUINDI, LA VELOCITÀ DIMINUISCE E VICEVERSA.
QUESTO SPIEGA ANCHE IL COMPORTAMENTO DELLE <u>PULSAR</u>: SONO STELLE COLLASSATE (STELLE DI NEUTRONI), E DUNQUE IL RAGGIO È DIMINUITO ENORMEMENTE, PER CUI LA VELOCITÀ ANGOLARE È AUMENTATA TANTO CHE IL PERIODO SCENDE DA QUALCHE MESE A QUALCHE MILLISECONDO. SULLA SUPERFICIE DELLA STELLA C'È UNA SORGENTE DI ONDE RADIO CHE, RUOTANDO RAPIDAMENTE NELLO SPAZIO, INTERCETTA PERIODICAMENTE LA TERRA, E NOI LA PERCEPIAMO COME UNA SORGENTE PULSANTE (DA CUI PULSAR).

SIA ORA UN PIANETA CHE SI MUOVE LUNGO LA SUA ORBITA, E CONSIDERIAMO UN INTERVALLO BREVISSIMO $\Delta t$ NEL CORSO DEL QUALE IL RAGGIO VETTORE "SPAZZA" UN ANGOLO $\Delta\theta$. ALLORA IL TRAGITTO DEL PIANETA È PARI A $(r\Delta\theta)$. L'<u>AREA</u> "SPAZZATA" DAL RAGGIO VETTORE È PARI APPROSSIMATIVAMENTE A




$$\Delta S = \frac{1}{2} r \cdot r\,\Delta\theta = \frac{1}{2} r^2 \Delta\theta$$

MENTRE IL MOMENTO ANGOLARE DEL PIANETA È:

$$L = mvr = m\omega r^2 = m r^2 \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

DALLA PRECEDENTE RICAVO $r^2\Delta\theta = 2\Delta S$

SOSTITUISCO E TROVO:

$$L = 2m \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$\frac{\Delta S}{\Delta t}$ È LA <u>VELOCITÀ AREOLARE</u>, CHE RESTA COSTANTE PERCHÈ LO È $L$ (IL SISTEMA SOLARE PUÒ CONSIDERARSI ISOLATO). NE CONSEGUE CHE <u>LA 2ª LEGGE DI KEPLERO IMPLICA LA CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE</u>.