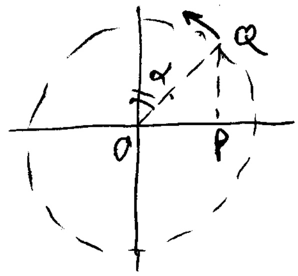
IL MOTO ARMONICO

DICESI MOTO ARMONICO LA PROIEZIONE SUL DIAMETRO DI UN PUNTO CHE SI MUOVE DI MOTO CIRCOLARE UNIFORME



$\alpha = \omega t \Rightarrow \overline{OP} = s = \overline{OQ}\,\text{sen}\,\alpha \Rightarrow \boxed{s = s_0\,\text{sen}(\omega t)}$

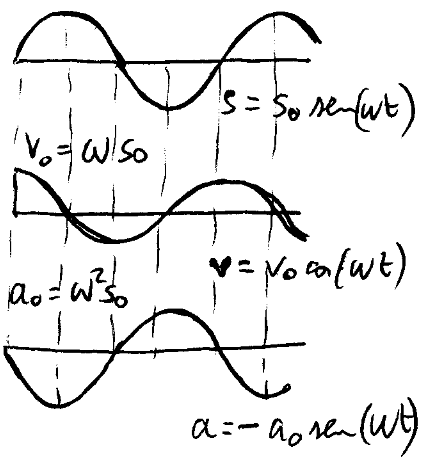
LEGGE ORARIA

SI PUÒ DIMOSTRARE CHE

$$\boxed{a = -\omega^2 s}$$

E QUINDI CHE $F = ma = -\omega^2 m s$

DUNQUE IL MOTO ARMONICO È UN MOTO TALE CHE IN ESSO LA FORZA HA MODULO PROPORZIONALE ALLO SPOSTAMENTO MA VERSO OPPOSTO.



COME SI VEDE A FIANCO, IL DIAGRAMMA DELLA VELOCITÀ È SFASATO DI UN QUARTO DI GIRO RISPETTO A QUELLO DELLO SPOSTAMENTO, E QUELLO DELL'ACCELERAZIONE È SFASATO DI MEZZO GIRO.

SI DICE PULSAZIONE [$rad\,s^{-1}$] $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

SI DICE FREQUENZA ($Hz = s^{-1}$) $f = \frac{1}{T}$

T È IL PERIODO [s]

s_0 È L'ELONGAZIONE [m]

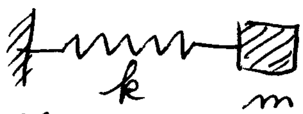
SE NON PARTE DAL PUNTO DI MASSIMA ELONGAZIONE, IL MOTO È SFASATO DI UN ANGOLO φ DETTO FASE [rad]

$$s = s_0\,\text{sen}(\omega t + \varphi)$$

APPLICAZIONI

1 SI DICE ELASTICO UN CORPO CHE DEFORMANDOSI SEGUE LA LEGGE DI HOOKE:

$$\vec{F} = -k\vec{s}$$



LA FORZA È PROPORZIONALE ALLO SPOSTAMENTO ED HA VERSO OPPOSTO, DUNQUE SODDISFA LA DEFINIZIONE PRECEDENTE. LA FORZA ELASTICA DÀ VITA AL MOTO ARMONICO.

$$a_0 = \frac{F}{m} = \frac{|k s_0|}{m} \quad \text{MA} \quad a_0 = s_0 \omega^2 \rightarrow \omega^2 = \frac{a_0}{s_0} = \frac{k s_0}{m s_0} = \frac{k}{m}$$

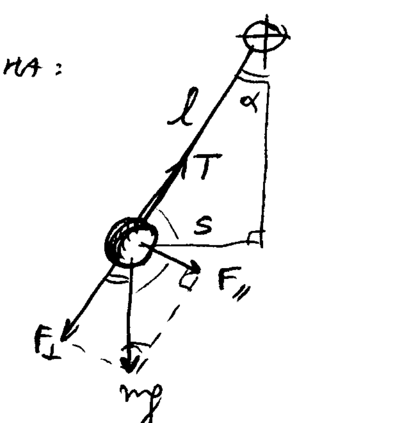
DA CUI $\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$ E $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

PULSAZIONE E PERIODO DEL MOTO DOVUTO AD UNA FORZA ELASTICA

2 PENDOLO. I TRIANGOLI IN FIGURA SONO SIMILI, PERCIÒ SI HA:

$$F_\perp = T, \quad F_\parallel : s = mg : l \Rightarrow F_\parallel = \left(\frac{mg}{l}\right) s$$

PERCIÒ RICAVO UNA FORZA DEL TIPO $|F| = |ks|$ CON $k = \frac{mg}{l}$ È DIRETTA IN DIREZIONE OPPOSTA AL MOTO. DUNQUE ESSA RISPETTA LA DEF. PRECEDENTE E DÀ VITA A UN MOTO ARMONICO SE LE OSCILLAZIONI SONO PICCOLE (OSSERVAZIONE DI GALILEO GALILEI)



SE α PICCOLO, $F_\parallel \sim$ ORIZZONTALE

$s = s_0\,\text{sen}(\omega t)$ CON $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, MA $k = \frac{mg}{l}$

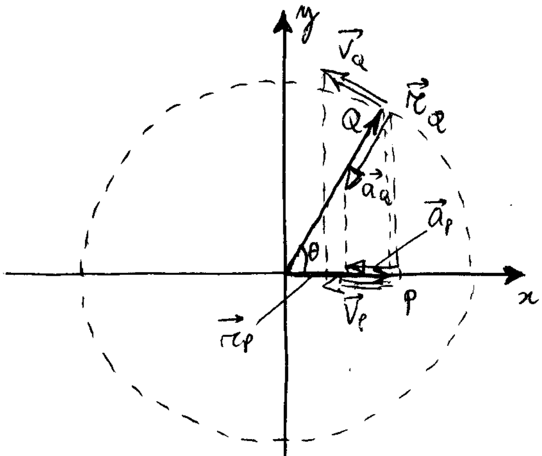
DUNQUE $\omega = \sqrt{\frac{\cancel{m}g}{\cancel{m}l}} = \sqrt{\frac{g}{l}} \rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$

LE PICCOLE OSCILLAZIONI (CON ANGOLO < 5°) SONO PERCIÒ ARMONICHE CON LEGGE DEL MOTO:

$$\boxed{s = s_0\,\text{sen}\left(\sqrt{\frac{g}{l}}\,t\right)}$$

MISURANDO IL PERIODO È POSSIBILE RICAVARE L'ACCEL. DI GRAVITÀ LOCALE.

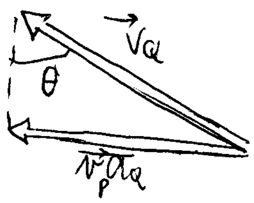
POSIZIONE, VELOCITÀ, ACCELERAZIONE NEL MOTO ARMONICO



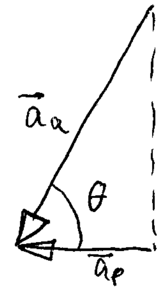
IL MOTO ARMONICO È LA PROIEZIONE SUL DIAMETRO DEL MOTO DI UN PUNTO DELLA CIRCONFERENZA CHE SI MUOVE DI MOTO CIRCOLARE UNIFORME.

DI CONSEGUENZA IL VETTORE SPOSTAMENTO, IL VETTORE VELOCITÀ ED IL VETTORE ACCELERAZIONE NEL MOTO ARMONICO SONO LE PROIEZIONI DEI RISPETTIVI VETTORI NEL MOTO CIRCOLARE UNIFORME.

DAI DUE TRIANGOLI RETTANGOLI DISEGNATI QUI A FIANCO SI INFERISCE PERCIÒ:



$$\theta = \omega t$$



$$r_P = r_Q \cos\theta = R\cos(\omega t)$$
$$v_P = -v_Q \operatorname{sen}\theta = -\omega R \operatorname{sen}(\omega t)$$
$$a_P = -a_Q \cos\theta = -\omega^2 R \cos(\omega t)$$

I SEGNI MENO SI GIUSTIFICANO CON IL ~~FATTO~~ CHE VELOCITÀ ED ACCELERAZIONE IN FIGURA APPAIONO DIRETTI IN SENSO OPPOSTO AL VETTORE SPOSTAMENTO; LA VELOCITÀ NEL MOTO CIRCOLARE UNIFORME È ωR, L'ACCEL. CENTRIPETA INVECE È $\omega^2 R$.

COSTRUIAMO ORA I GRAFICI DI r_P, v_P, a_P USANDO IL METODO DELLE PROIEZIONI:

COME SI VEDE, L'ACCELERAZIONE È SEMPRE OPPOSTA ALLO SPOSTAMENTO, MENTRE LA VELOCITÀ RISULTA SFASATA DI $\pi/2$: