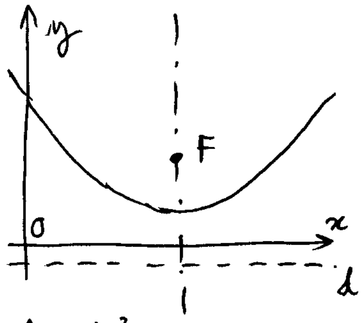
LA PARABOLA DALLA A ALLA Z

L'EQUAZIONE

$$y = ax^2 + bx + c \qquad (a \neq 0)$$

RAPPRESENTA UNA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE DELLE y;



SE $a > 0$ LA CONCAVITÀ VOLGE VERSO L'ALTO, SE $a < 0$ VERSO IL BASSO

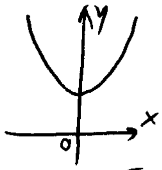
VERTICE $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

FUOCO $F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$

DIRETTRICE $y = -\left(\frac{1+\Delta}{4a}\right)$

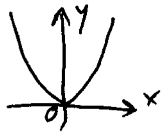
$\Delta = b^2 - 4ac$

- SE $b = 0$
  $y = ax^2 + c$



LA PARABOLA HA COME ASSE L'ASSE y

- SE $b = c = 0$, $y = ax^2$
  LA PARABOLA HA VERTICE NELL'ORIGINE: $V(0; 0)$

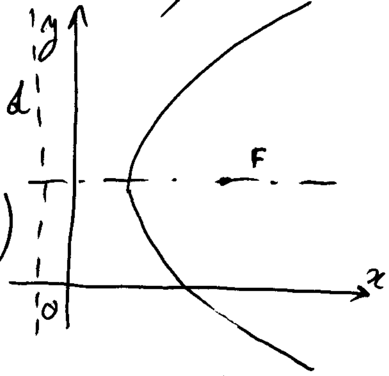


L'EQUAZIONE

$$x = ay^2 + by + c \qquad (a \neq 0)$$

RAPPRESENTA UNA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE DELLE x;

SE $a > 0$ LA CONCAVITÀ VOLGE VERSO DESTRA, SE $a < 0$ VERSO SINISTRA



VERTICE $V\left(-\frac{\Delta}{4a}; -\frac{b}{2a}\right)$

FUOCO $F\left(\frac{1-\Delta}{4a}; -\frac{b}{2a}\right)$

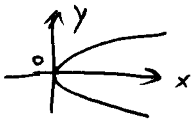
DIRETTRICE $x = -\left(\frac{1+\Delta}{4a}\right)$

$\Delta = b^2 - 4ac$

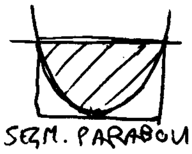
- SE $b = 0$
  $x = ay^2 + c$

LA PARABOLA HA COME ASSE L'ASSE x

- SE $b = c = 0$, $x = ay^2$
  LA PARABOLA H. VERTICE NELL'ORIGINE: $V(0; 0)$



- LA PARABOLA È IL LUOGO DEI PUNTI EQUIDISTANTI DA UN PUNTO FISSO DETTO FUOCO E DA UNA RETTA FISSA DETTA DIRETTRICE
- UNA RETTA PUÒ AVERE IN COMUNE CON UNA PARABOLA DUE PUNTI DISTINTI (SECANTE), DUE PUNTI COINCIDENTI (TANGENTE), NESSUN PUNTO (ESTERNA)
  METTENDO A SISTEMA EQ. DELLA PARABOLA (2° GRADO) ED EQ. DELLA RETTA (1° GRADO) SI OTTIENE UN SISTEMA DI GRADO $1 \times 2 = 2$ CON DUE SOLUZIONI.
  SE $\Delta > 0$, LA RETTA È SECANTE. SE $\Delta = 0$, È TANGENTE. SE $\Delta < 0$, È ESTERNA.
- PER TRACCIARE LE TANGENTI AD UNA PARABOLA CONDOTTE DA UN SUO PUNTO ESTERNO $P_0(x_0; y_0)$, SI SCRIVE L'EQUAZIONE DEL FASCIO DI RETTE CHE HA P_0 COME CENTRO, CIOÈ $y - y_0 = m(x - x_0)$, LO SI INTERSECA CON LA PARABOLA E SI IMPONE $\Delta = 0$ (OPPURE $\Delta/4 = 0$). SI OTTIENE COSÌ UN'EQUAZIONE IN m CHE, RISOLTA, MI DÀ I COEFFICIENTI ANGOLARI DELLE TANGENTI, DA RISOSTITUIRE NELL'EQUAZIONE DEL FASCIO PER TROVARNE LE EQUAZIONI. ANALOGAMENTE SI IMPONE LA CONDIZIONE DI TANGENZA DI UNA PARABOLA AD UNA RETTA DATA.
- INVECE LA TANGENTE CONDOTTA AD UNA PARABOLA DA UN <u>SUO</u> PUNTO È <u>UNICA</u>. SE $P_0(x_0; y_0)$ SONO LE COORDINATE DEL PUNTO, ESSA HA COEFFICIENTE ANGOLARE PARI AD $m = 2ax_0 + b$, E QUINDI EQUAZIONE $y = (2ax_0 + b)x + y_0$.
- PER TRE PUNTI QUALSIASI PASSA UNA ED UNA SOLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO AD UNO DEGLI ASSI COORDINATI. SE UNO DEI PUNTI È IL VERTICE, NE BASTANO DUE (CIOÈ BASTA IL VERTICE E UN ALTRO PUNTO QUALSIASI)
- L'AREA DI UN SEGMENTO PARABOLICO È PARI AI $\frac{2}{3}$ DEL RETTANGOLO NEL QUALE È INSCRITTO (<u>TEOREMA DI ARCHIMEDE</u>)



SEGM. PARABOLICO

L'IPERBOLE

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

IPERBOLE CON I FUOCHI APPARTENENTI ALL'ASSE x

$2a$ = ASSE TRASVERSO

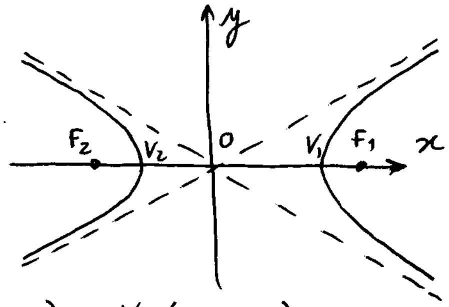
$2b$ = ASSE NON TRASVERSO

$2c$ = DISTANZA FOCALE

ASINTOTI:

$$y = \pm \frac{b}{a} x$$

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$



VERTICI $V_1(a;0)$, $V_2(-a;0)$

FUOCHI $F_1(c;0)$, $F_2(-c;0)$

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

IPERBOLE CON I FUOCHI APPARTENENTI ALL'ASSE y

$2a$ = ASSE NON TRASVERSO

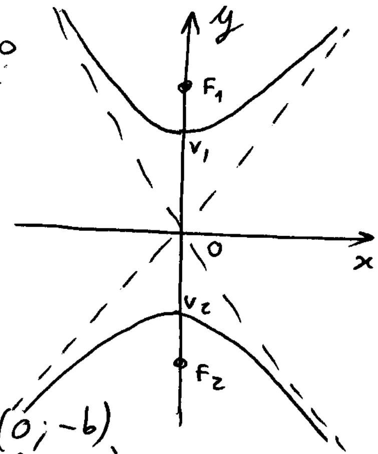
$2b$ = ASSE TRASVERSO

$2c$ = DISTANZA FOCALE

ASINTOTI:

$$y = \pm \frac{b}{a} x$$

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$



VERTICI $V_1(0;b)$, $V_2(0;-b)$

FUOCHI $F_1(0;c)$, $F_2(0;-c)$

ASINTOTI = RETTE A CUI L'IPERBOLE SI AVVICINA INDEFINITAMENTE SENZA TOCCARLE MAI (SONO LE TANGENTI ALLA CONICA ALL'INFINITO

$$y = \pm \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2} = \pm \frac{b}{a} x \sqrt{1 - \cancel{\frac{a^2}{x^2}}} \rightarrow \pm \frac{b}{a} x$$

TANGENTE ALL'IPERBOLE IN $P_0(x_0;y_0)$:

$$\frac{x x_0}{a^2} - \frac{y y_0}{b^2} = 1$$

$$y = \pm \frac{b}{a}\sqrt{a^2 + x^2} = \pm \frac{b}{a} x \sqrt{1 + \cancel{\frac{a^2}{x^2}}} \rightarrow \pm \frac{b}{a} x$$

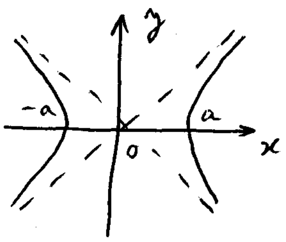
TANGENTE ALL'IPERBOLE IN $P_0(x_0;y_0)$:

$$-\frac{x x_0}{a^2} + \frac{y y_0}{b^2} = 1$$

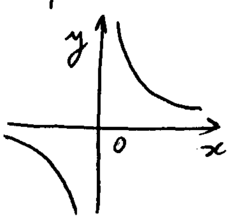
SE $a = b$ GLI ASINTOTI SONO PERPENDICOLARI E SI HA UN'<u>IPERBOLE EQUILATERA</u>:

$$x^2 - y^2 = a^2$$

RUOTANDO GLI ASSI DI 45° SI HA L'IPERBOLE RIFERITA AI PROPRI ASINTOTI (ANZICHÉ AI PROPRI ASSI)



$$xy = k$$
$$(k > 0)$$

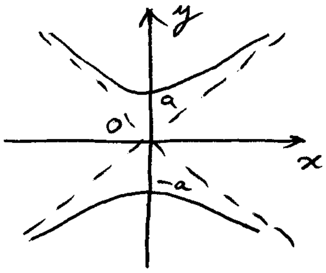


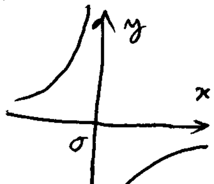
QUESTO È IL GRAFICO DELLA PROPORZIONALITÀ INVERSA

$$\text{ECCENTRICITÀ} = \frac{\text{DISTANZA FOCALE}}{\text{ASSE TRASVERSO}} = \frac{c}{a} > 1$$

$$-x^2 + y^2 = a^2$$

RUOTANDO GLI ASSI DI 45° SI HA L'IPERBOLE RIFERITA AI PROPRI ASINTOTI (ANZICHÉ AI PROPRI ASSI)





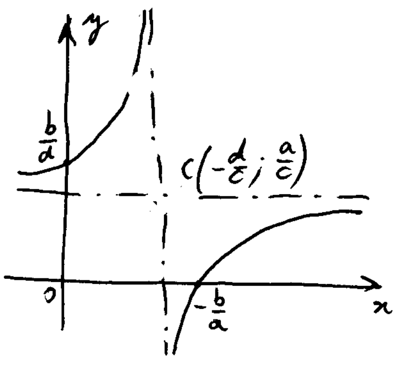
$$xy = -k$$
$$(k < 0)$$

QUESTO È IL GRAFICO DELLA PROPORZIONALITÀ INVERSA

$$\text{ECCENTRICITÀ} = \frac{\text{DISTANZA FOCALE}}{\text{ASSE TRASVERSO}} = \frac{c}{b} > 1$$

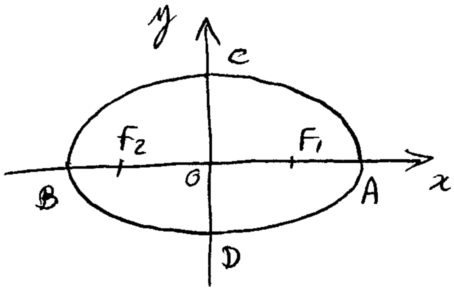
$y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ RAPPRESENTA L'EQUAZIONE DELLA "<u>FUNZIONE OMOGRAFICA</u>", CIOÈ UN'IPERBOLE EQUILATERA TRASLATA CON ASINTOTI $x = -\dfrac{d}{c}$ E $y = +\dfrac{a}{c}$, E QUINDI CON CENTRO IN $C\left(-\dfrac{d}{c};\dfrac{a}{c}\right)$

TAGLIA L'ASSE DELLE x IN $x = -\dfrac{b}{a}$ E DELLE y IN $y = \dfrac{b}{d}$



<u>TEOREMA</u> - LA TANGENTE IN UN PUNTO DELL'IPERBOLE È TALE CHE QUESTO PUNTO DIMEZZA IL SEGMENTO STACCATO DAGLI ASINTOTI SULL'IPERBOLE

L'ELLISSE



DEF. DICESI ELLISSE IL LUOGO DEI PUNTI TALI CHE LA SOMMA DELLE LORO DISTANZE DA DUE PUNTI FISSI DETTI FUOCHI È COSTANTE E PARI ALL'ASSE MAGGIORE (2a)

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1}$$

EQUAZIONE CANONICA DELL'ELLISSE RIFERITA AI SUOI ASSI:

ASSE MAGGIORE AB $A(a;0)$, $B(-a;0)$

ASSE MINORE CD $C(0;b)$, $D(0;-b)$

FUOCHI $F_1(+c;0)$, $F_2(-c;0)$

IN FORMA ESPLICITA:

$$y=\pm\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}$$

$$-a\leq x\leq +a$$
$$-b\leq y\leq +b$$

a = SEMIASSE MAGGIORE
b = SEMIASSE MINORE
c = SEMIDISTANZA FOCALE

I FUOCHI SI TROVANO SFRUTTANDO LA RELAZIONE:

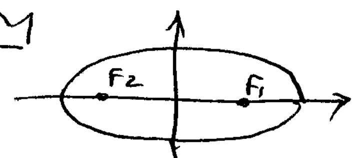
$$\boxed{c^2=a^2-b^2}$$

se $a>b$

ALLORA I FUOCHI STANNO SULL'ASSE x

ECCENTRICITÀ $\boxed{e=\frac{c}{a}}$

ES.



$2a$ = ASSE MAGGIORE

OPPURE: $\boxed{c^2=b^2-a^2}$

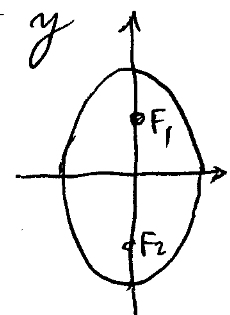
se $a<b$

ALLORA I FUOCHI STANNO SULL'ASSE y

$F_1(0;+c)$, $F_2(0;-c)$

a E b CONSERVANO IL LORO SIGNIFICATO IN AMBEDUE I CASI

ECCENTRICITÀ $\boxed{e=\frac{c}{b}}$



$2b$ = ASSE MAGGIORE

L'ELLISSE È UNA CURVA SIMMETRICA (PARI) SIA RISPETTO ALL'ASSE x CHE ALL'ASSE y; DUNQUE È SIMMETRICA RISPETTO ALL'ORIGINE.
È UNA CURVA LIMITATA CIOÈ È COMPRESA NEL RETTANGOLO

$$[-a;+a]\times[-b;+b]$$

SI DICE ECCENTRICITÀ DELL'ELLISSE IL RAPPORTO TRA LA SEMIDISTANZA FOCALE ED IL SEMIASSE MAGGIORE, DUNQUE NEL PRIMO CASO $e=\frac{c}{a}$, NEL SECONDO $e=\frac{c}{b}$. PER UN ELLISSE SI HA SEMPRE $0<e<1$

SE $e=0$ SI HA $c=0$, CIOÈ $a=b$ ED I FUOCHI COINCIDONO. L'ELLISSE ALLORA DIVENTA

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}=1\longrightarrow x^2+y^2=a^2$$

CIRCONFERENZA CON CENTRO NELL'ORIGINE ED AVENTE RAGGIO a

SE $P_0(x_0;y_0)$ È UN PUNTO DELL'ELLISSE, ALLORA LA TANGENTE ALL'ELLISSE IN QUEL PUNTO IN ENTRAMBI I CASI HA EQUAZIONE PARI A:

$$\boxed{\frac{x x_0}{a^2}+\frac{y y_0}{b^2}=1}$$