SERIE

SERIE ARMONICA: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$ DIVERGE (*)

SERIE DI MENGOLI: $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \dots = 1$

SERIE GEOMETRICA: $1 + q + q^2 + q^3 + q^4 + \dots$ (q = RAGIONE)

DIVERGE SE $q \geq 1$

INDETERMINATA SE $q = -1$

CONVERGE A $\frac{1}{1-q}$ SE $|q| < 1$

ES. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$

SERIE ARMONICA GENERALIZZATA: $1 + \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{3^\alpha} + \frac{1}{4^\alpha} + \frac{1}{5^\alpha} + \dots$

CONVERGE SE $\alpha > 1$

DIVERGE SE $\alpha \leq 1$ ($\alpha = 1$, SERIE ARMONICA)

ES. SERIE DI EULERO: (1736) $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$

SERIE DI NEPERO: $2 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots = e$

CON $n! = n(n-1)(n-2)\dots 3\cdot 2\cdot 1$ (FATTORIALE DI n)

$e = 2,718281828459\dots$ (NUMERO DI NEPERO)

SERIE DI LEIBNITZ: (1671) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots = \frac{\pi}{4}$

SERIE LOGARITMICA: $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \dots = \ln 2$

(*) SI MOSTRA CHE $\sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{N} = \ln N + C_{EM}$

CON $C_{EM} = 0,577215664\dots$ <u>COSTANTE DI EULERO-MASCHERONI</u>
(SI IGNORA SE SIA UN NUMERO RAZIONALE O IRRAZIONALE)