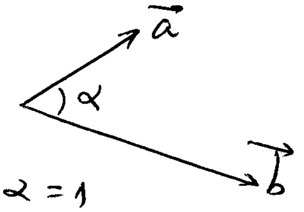
PRODOTTO SCALARE E PRODOTTO VETTORIALE

SIANO DATI DUE VETTORI $\vec{a}$ E $\vec{b}$. SI DICE <u>PRODOTTO SCALARE</u> DEI DUE VETTORI IL NUMERO OTTENUTO MOLTIPLICANDO I MODULI DEI DUE VETTORI PER IL COSENO DELL'ANGOLO TRA DI ESSI COMPRESO.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos\alpha$$

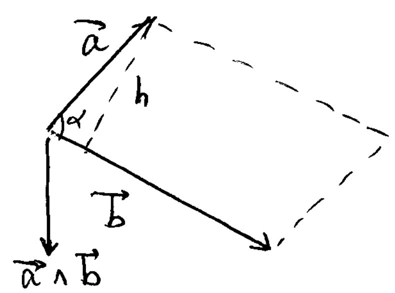


SE I DUE VETTORI SONO <u>PARALLELI</u>, $\alpha = 0$ E $\cos\alpha = 1$ PER CUI $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab$: IL PRODOTTO SCALARE COINCIDE CON IL PRODOTTO DEI MODULI, ED ESSO HA IL VALORE <u>MASSIMO</u>.
SE I DUE VETTORI SONO <u>ANTIPARALLELI</u>, $\alpha = 180°$ E $\cos\alpha = 1$, PER CUI $\vec{a} \cdot \vec{b} = -ab$: ESSO HA IL VALORE <u>MINIMO</u>.
SE I DUE VETTORI SONO <u>PERPENDICOLARI</u>, $\alpha = 90°$ E $\cos\alpha = 0$, PER CUI IL PRODOTTO SCALARE DI DUE VETTORI TRA DI LORO PERPENDICOLARI È NULLO.
<u>CONDIZIONE DI PERPENDICOLARITÀ</u> DI DUE VETTORI È CHE IL LORO PRODOTTO SCALARE SIA NULLO: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

SE DEI DUE VETTORI SI HANNO LE COMPONENTI CARTESIANE DEL TIPO $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ E $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$, ALLORA:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$|\vec{a} \wedge \vec{b}| = ab \operatorname{sen}\alpha = bh$



SI DICE <u>PRODOTTO VETTORIALE</u> DEI DUE VETTORI QUEL VETTORE CHE HA COME MODULO IL PRODOTTO DEI MODULI DEI DUE VETTORI PER IL SENO DELL'ANGOLO COMPRESO, DIREZIONE PERPENDICOLARE AL PIANO DEI DUE VETTORI $\vec{a}$ E $\vec{b}$ E VERSO DATO DALLA <u>REGOLA DELLA MANO DESTRA</u> (IL POLLICE VA COME IL PRIMO VETTORE, L'INDICE COME IL SECONDO, IL MEDIO COME IL PRODOTTO VETTORE)
SE I DUE VETTORI SONO <u>PARALLELI</u> ($\alpha = 0$) O <u>ANTIPARALLELI</u> ($\alpha = 180°$), IL $\operatorname{sen}\alpha = 0$, QUINDI IL PRODOTTO VETTORIALE È NULLO.
CONDIZIONE DI PARALLELISMO DI DUE VETTORI È CHE IL LORO PRODOTTO VETTORIALE SIA NULLO: $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{0}$

SE DUE VETTORI SONO <u>PERPENDICOLARI</u>, $\alpha = 90°$ E $\operatorname{sen}\alpha = 1$, PER CUI IL MODULO DEL PRODOTTO VETTORIALE È MASSIMO E VALE ab.
COME SI VEDE DALLA FIGURA, IL MODULO DEL PRODOTTO VETTORIALE È PARI ALL'<u>AREA</u> DEL PARALLELOGRAMMO DETERMINATO DAI DUE VETTORI.
IL PRODOTTO SCALARE È COMMUTATIVO, QUELLO VETTORIALE ANTICOMMUTATIVO:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} \quad \text{ma} \quad \vec{a} \wedge \vec{b} = -\vec{b} \wedge \vec{a}$$