PROGRESSIONI ARITMETICHE

Si chiama progressione aritmetica una successione di tre o più termini tali che la differenza tra ciascuno di essi e il precedente sia costante

$\div\ a_1,\ a_2,\ a_3, \ldots\ a_{n-1},\ a_n$

gli a_n sono i termini della progressione

$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \ldots = a_n - a_{n-1}$ si chiama ragione della progressione

La progressione può essere finita o infinita

Si studiera solo le progressione finita. Il primo e l'ultimo termine si chiamano gli estremi della progressione

Se $d > 0$ la progressione è crescente

$d < 0$ " " decrescente

$d = 0$ " " costante

<u>1° Tr.</u> $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d \longrightarrow a_1 = a_n - (n-1)\,d$

$$d = \frac{a_n - a_1}{n-1}$$

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$$

Problema - Inserire, tra due estremi a e b k numeri in progressione aritmetica

$\div\ a,\ x_1,\ x_2,\ x_3, \ldots\ x_k,\ b$ sono $(k+2)$ elementi

$$d = \frac{b-a}{k+2-1} = \frac{b-a}{k+1}$$

$$x_1 = a + \frac{b-a}{k+1} \qquad x_2 = x_1 + \frac{b-a}{k+1} \quad \ldots$$

2° Tr. $\div\ \underbrace{a_1\ a_2 \ldots a_r}_{r \text{ termini}} + \ldots + \underbrace{a_s + \ldots a_{n-1} + a_n}_{r \text{ termini}}$

a_r e a_s sono equidistanti dagli estremi

$$a_r + a_s = a_1 + a_n$$

3° Tr. $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \longrightarrow n = \frac{2 \cdot S_n}{a_1 + a_n}$

$$a_1 = \frac{2S_n}{n} - a_n$$

$$a_n = \frac{2S_n}{n} - a_1$$

PROGRESSIONE GEOMETRICA

Si chiama progressione geometrica una successione di 3 o più termini, tale che il quoziente tra ciascuno di essi e il precedente sia costante

$\div\, a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots a_{n-1}, a_n$

gli a_n sono i termini della progressione

$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \ldots\ldots = \frac{a_n}{a_{n-1}}$ si chiama ragione della progressione

se $q > 0$ i termini della progressione hanno tutti lo stesso segno

se $q < 0$ " " " " segni alterni

In una progressione a termini positivi:

se $q > 1$ la progressione è crescente

se $0 < q < 1$ " " decrescente

se $q = 1$ " " costante

NB. q non può essere $= 0$

1° Tr. $a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \longrightarrow a_1 = \frac{a_n}{q^{n-1}}$

$$q = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$$

Problema – Inserire k termini in progressione geometrica tra a e b

$\div\, a, x_1, x_2 \ldots\ldots x_k, b$ $(k+2)$ termini

$$q = \sqrt[k+2-1]{\frac{b}{a}} \qquad q = \sqrt[k+1]{\frac{b}{a}}$$

$$x_1 = a \cdot \sqrt[k+1]{\frac{b}{a}} \qquad x_2 = x_1 \cdot \sqrt[k+1]{\frac{b}{a}} \quad \ldots$$

2° Tr. $\div\, \underbrace{a_1 \ a_2 \ldots a_r}_{r \text{ termini}} \ldots\ldots \underbrace{a_s \ldots a_{n-1} \ a_n}_{r \text{ termini}}$

$$a_r \cdot a_s = a_1 \cdot a_n$$

3° Tr. $P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$

4° Tr. $S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$