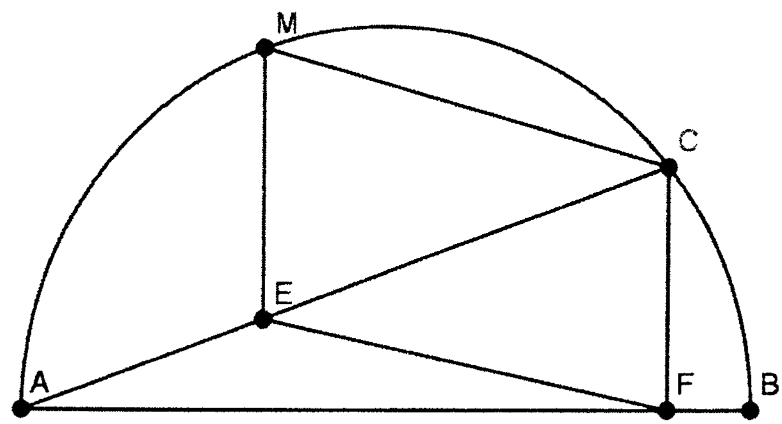
1. **Problema**. *Data la semicirconferenza di diametro* $\overline{AB} = 2r$, *si prenda su di essa un punto C. Indicato con M il punto medio dell'arco AC, si indichi con F la proiezione ortogonale di C su AB e con E il punto comune al segmento AC ed alla retta passante per M e perpendicolare ad AB.*

Una possibile figura che rappresenta la situazione prima descritta è la seguente:



Utilizzando i dati del testo e la figura indica se le seguenti proposizioni sono vere oppure false.

1. La misura dell'angolo $C\hat{A}B$ è 30°		5. Per determinare la distanza di E da AB è possibile utilizzare il teorema secondo teorema di Euclide	
2. Il triangolo CAB è retto		6. Gli angoli $M\hat{E}C$ e $E\hat{C}F$ sono congruenti	
3. Gli angoli $E\hat{M}C$ e $E\hat{F}C$ sono congruenti		7. Il triangolo AMC è isoscele	
4. I segmenti ME e CF sono congruenti		8. Il triangolo EFC è isoscele.	

2. Dopo aver costruito la figura descritta nel problema, rispondi alle domande poste nella tabella.

Problema. *È assegnato il triangolo ABC, isoscele, avente base AB e altezza CH entrambe di misura 6. Sia G il baricentro del triangolo e si indichi con M il punto medio del segmento GH. Disegnare la circonferenza di centro M e tangente ai lati AC e BC del triangolo. Indicati con P e Q i punti comuni alla circonferenza prima disegnata e alla base del triangolo si traccino per P e Q le rette tangenti alla circonferenza, che si incontrano in S.*

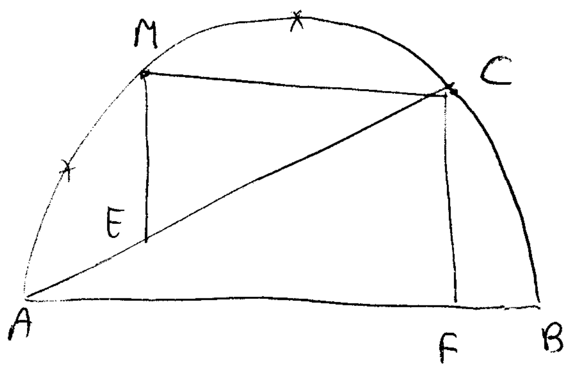
1. La misura dell'angolo $C\hat{A}B$ è 60°		4. La misura del segmento GM è 2	
2. Il triangolo PQS è isoscele		5. Nel triangolo AGH un angolo è di 30°	
3. Detto E il punto comune alla circonferenza ed al lato AC, il triangolo MEC è simile al triangolo AHC.		6. Il raggio della circonferenza è pari a $\frac{5}{2}$	

3. Dopo aver costruito la figura descritta nel problema, rispondi alle domande poste nella tabella.

Problema. *Disegnata la circonferenza di centro A e raggio AB di misura r, si prenda, sul prolungamento di AB oltre B, il punto P, tale che risulti PB=AB. Tracciate per P le rette tangenti alla circonferenza, che la incontrano in C e D, si tracci la retta tangente in B alla circonferenza. Siano E ed F i punti comuni alla tangente in B ed alle due tangenti condotte da P.*

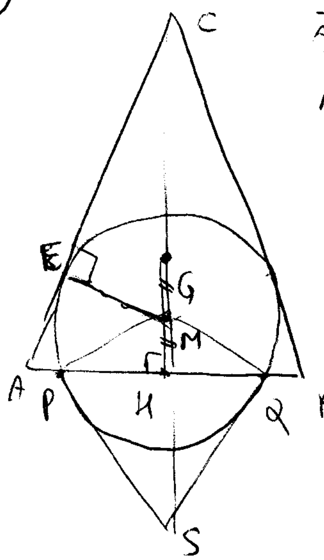
1. Al triangolo EBP si può applicare il teorema di Pitagora		4. B è il baricentro di EFP	
2. Il triangolo CDP è equilatero		5. Il quadrilatero ACPD è inscrittibile in una circonferenza	
3. Indicato con H il punto comune ad AP e CD, risulta $\overline{CD}^2 = 2\overline{AH}\cdot\overline{HP}$		6. $\overline{PE} = \frac{2}{\sqrt{3}}r$	

(1)



1) FALSA (C è qualunque)
2) VERA: CAB è rettangolo (INSCRITTO NELLA SEMICIRCONF.)
3) FALSO
4) FALSO } (NON È UN PARALLELOGRAMMA, MC NON È // A EF)
5) FALSO ($A\hat{M}B$ NON È RETTANGOLO)
6) VERO (ALTERNI INTERNI)
7) VERO ($\overline{AM} \cong \overline{MC}$, AD ARCHI $\cong$ CORRISPONDONO CORDE $\cong$)
8) FALSO (SE COSÌ FOSSE, E SAREBBE SEMPRE IL PUNTO MEDIO DI AC)

(2)

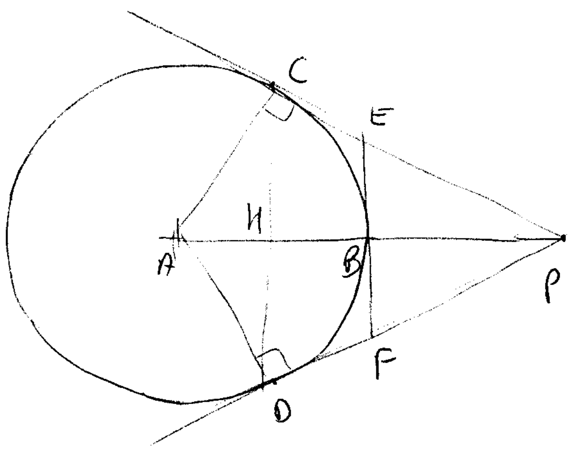


$\overline{AB} \cong \overline{CH} = 6$

$\overline{AH} \cong HB = 3$

1) FALSA ($C\hat{A}B = 60°$ se $\overline{AH}$ è metà di $\overline{AC}$, non di $\overline{CH}$)
2) VERA (PER SIMMETRIA ASSIALE)
3) VERA (SONO ENTRAMBI RETTANGOLI)
4) FALSA ($\overline{GH} = \frac{1}{3}\overline{CH} = 2$, DUNQUE $\overline{GM} = \frac{1}{2}\overline{GH} = 1$)
5) FALSA ($AH = 3$, $GH = 2$, DUNQUE $\overline{AG} = \sqrt{13}$ E NON CI SONO ANGOLI DI 60°)
6) FALSA: $\overline{AH} = 3$, $AC = 3\sqrt{5}$, $CM = 5$, PER SOSTITUZIONE:
$\overline{AH} : \overline{ME} = \overline{AC} : \overline{CM} \longrightarrow 3 : ME = 3\sqrt{5} : 5$
$\longrightarrow ME = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$)

(3)



1) VERA ($E\hat{B}P$ è rettangolo)
2) VERA: $AB = r$, $AP = 2r$, $AC = r$: IL TRIANGOLO $A\hat{C}P$ ha $C\hat{P}A = 30°$, DUNQUE $C\hat{P}D = 60°$, IL TRIANGOLO $P\hat{D}C$ è isoscele e quindi è equilatero)
3) FALSA: PER IL 2° TH. DI EUCLIDE
$\overline{CH}^2 = \overline{AH} \cdot \overline{HP}$
DUNQUE $\overline{CD}^2 = (2CH)^2 = 4\,\overline{AH} \cdot \overline{HP}$
4) FALSA: $C\hat{A}H = 60°$, $\overline{AH} = \frac{1}{2}r$, $\overline{HB} = r - \frac{1}{2}r = \frac{1}{2}r$, $\overline{PH}$ (mediana di $\overset{\triangle}{CPD}$) $= \frac{3}{2}r$ e DUNQUE B È BARICENTRO DI $\overset{\triangle}{CDP}$, NON DI $\overset{\triangle}{EFP}$
5) VERA: ACPD ha DUE ANGOLI OPPOSTI RETTI dunque ha angoli opposti supplementari
6) VERA: ANCHE $P\hat{E}F$ è equilatero. $\overline{PB} = r$, DUNQUE $\overline{PE} = \frac{r}{\sqrt{3}/2} = \frac{2r}{\sqrt{3}}$

NOTE:
- L'UNICO TRIANGOLO RETTANGOLO IN CUI UN CATETO È METÀ DELL'IPOTENUSA È QUELLO CON ANGOLI DI 30°, 60°, 90°
- IL BARICENTRO DI UN TRIANGOLO DIVIDE OGNI MEDIANA IN DUE PARTI DI CUI UNA È IL DOPPIO DELL'ALTRA