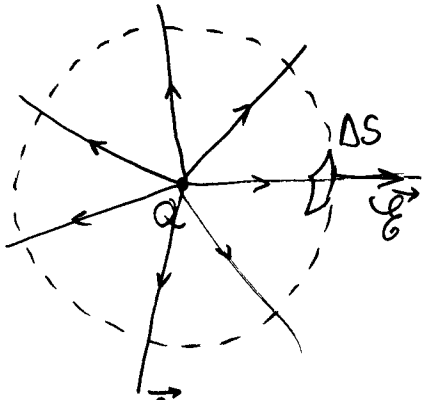


IL TEOREMA DI GAUSS

IL TEOREMA DI GAUSS (DAL NOME DEL GRANDE MATEMATICO E FISICO CARL FRIEDRICH GAUSS, BRAUNSCHEWIG 1777 - GÖTTINGEN 1855) PERMETTE IL CALCOLO DEL FLUSSO DEL CAMPO ELETTRICO E MAGNETICO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHIUSA.

TH. DI GAUSS DEL CAMPO ELETTRICO: $\Phi(\vec{E})_S = \frac{\sum Q}{\epsilon}$ ($\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$)



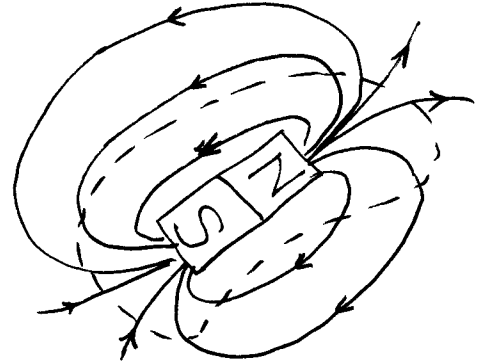
SI A UNA SUPERFICIE CHIUSA SFERICA NEL CUI CENTRO C'È LA CARICA Q, E IL CUI RAGGIO È R. SULLA DETTA SUPERFICIE IL CAMPO \vec{E} È COSTANTE, PERCHÈ ESSO DIPENDE DALLA CARICA Q E DALLA DISTANZA R DA ESSA, CHE È COSTANTE. ADORA:

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{E})_S &= \sum_i \vec{E}_i \cdot \vec{m}_i \Delta S_i = \sum_i E_i \Delta S_i = \\ &= E \sum_i \Delta S_i = E S = E \cdot 4\pi R^2 \end{aligned}$$

INFATTI \vec{E} È PERPENDICOLARE ALLA SUPERFICIE, DUNQUE $\vec{E} \cdot \vec{m} = E \cdot 1 \cdot \cos 0 = E$. E SOSTITUENDO L'ESPRESSIONE DI E :

$$\Phi(\vec{E})_S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

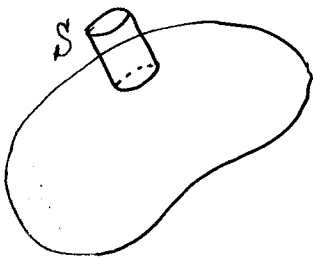
SE VI È UN MEZZO MATERIALE, AL POSTO DI ϵ_0 VI È ϵ .



TH. DI GAUSS DEL CAMPO MAGNETICO: $\Phi(\vec{B})_S \equiv 0$

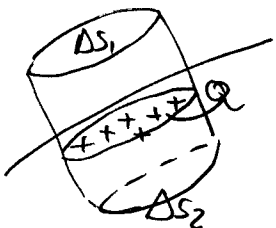
INFATTI LE LINEE DI FORZA DEL CAMPO MAGNETICO SONO CHIUSE, DUNQUE TANTE ENTRANO QUANTE ESCONO DA UNA SUPERFICIE CHIUSA, ED IL FLUSSO TOTALE È NULLO. SE NE CONCLUDE CHE ESISTE IL MONOPOLO ELETTRICO (CARICA ELETTRICA), NON ESISTE IL MONOPOLO MAGNETICO.

TH. DI COULOMB - SIA UNA SUPERFICIE CHIUSA CHE DELIMITA UN MATERIALE CONDUTTORE, SUL QUALE VI È UNA DENSITÀ DI CARICA σ . CONSIDERIAMO UNA SUPERFICIE CHIUSA S A FORMA DI UN CILINDRETTO, LE CUI BASI SONO PARALLELE ALLA SUPERFICIE DEL CONDUTTORE, MA ALL'INTERNO ED UNA ALL'ESTERNO, E LA CUI SUPERFICIE LATERALE SIA AD ESSA PERPENDICOLARE. CALCOLIAMO IL FLUSSO DEL CAMPO ELETTRICO ATTRAVERSO QUESTO CILINDRETTO. CON IL TH. DI GAUSS HO:



$$\Phi(\vec{E})_S = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\Delta S \cdot \sigma}{\epsilon_0} \quad (1)$$

DOVE ΔS È L'AREA DELLA SEZIONE DEL CILINDRETTO. CALCOLIAMO QUESTO FLUSSO CON LA DEFINIZIONE. LA SUPERFICIE INTERNA ΔS_2 HA FLUSSO NULLO (DENTRO IL CONDUTTORE NON C'È CAMPO), E COSÌ LA SUPERFICIE LATERALE, PERCHÈ È PERPENDICOLARE ALLA SUPERFICIE. C'È FLUSSO SOLO ATTRAVERSO LA BASE ALL'ESTERNO, ΔS_1 . HO COSÌ:



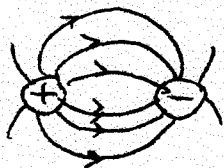
$$\Phi(\vec{E})_S = \Phi(\vec{E})_{\Delta S_1} = E \cdot \Delta S \quad (2)$$

UGUAGLIO (1) E (2) ED HO:

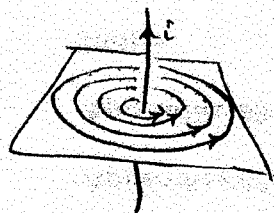
$$\frac{\Delta S \cdot \sigma}{\epsilon_0} = E \cdot \Delta S \Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}}$$

1) LE LINEE DI FORZA DEL CAMPO ELETTROSTATICO SONO APERTE, CIOÈ SONO DOTATE DI INIZIO E DI SORGENTE: LE SORGENTI SONO LE CARICHE POSITIVE, I FINI O QUELLE NEGATIVE. DUNQUE ESISTONO DELLE « CARICHE ELETTRICHE », E LA FORZA DI INTERAZIONE ELETTROSTATICA È LEGATA AD ESSE DALLA CELEBRE LEGGE DI COULOMB:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$



INVECE LE LINEE DI FORZA DEL CAMPO MAGNETICO SONO CHIUSE, CIOÈ RISULTANO PRIVE DI INIZIO E DI SORGENTE. SOLO APPARENTEMENTE ESSE PARTONO DAL POLO NORD E VANNO A FINIRE NEL POLO SUD, IN REALTÀ ESSE SI RICHIAUDONO DENTRO IL MAGNETE. LO SI PUÒ METTERE BENE IN EVIDENZA GRAZIE AD UN CONDUTTORE RETTILINEO PERCORSO DA CORRENTE CHE ATTRAVERSA UN FOGLIO SU CUI È DISPOSTA UNA TAVOLA DI FERRO. ESSA DA VITA A LINEE DI FORZA CHIUSE, SENZA CARICHE POSITIVE NE NEGATIVE. NON TROVA DUNQUE RISCATTO L'IPOTESI DI OERSTED DELLE « CARICHE MAGNETICHE » A CUI LA FORZA MAGNETICA SAREBBE LEGATA DA UNA LEGGE ANLOGA A QUELLA DI COULOMB.



LA FORZA MAGNETICA È INVECE LEGATA ALLA CORRENTE

E LA DIFFERENZA TRA CAMPO ELETTRICO E CAMPO MAGNETICO È DI NATURA SOSTANZIAMENTE RELATIVISTICA.

QUALI LE RELAZIONI MATEMATICHE CHE ESPRIMONO QUESTE REALTÀ FISICHE? LE PRIVE SUE EQUAZIONI DI MAXWELL, CIOÈ IL TETRUPLO DI GAUSS DEL CAMPO ELETTRICO:

$$\oint_{S \text{ chiusa}} (\vec{E})_{\text{chiusa}} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0}, \quad \forall S \text{ chiusa}$$

E QUELLA DEL CAMPO MAGNETICO:

$$\oint_{S \text{ chiusa}} (\vec{B})_{\text{chiusa}} = 0, \quad \forall S \text{ chiusa}$$

LA PRIMA DICE INFATTI CHE SE DENTRO UNA SUPERFICIE CHIUSA VI SONO CARICHE ISOLATE, IL FLUSSO DEL CAMPO ELETTRICO ATTRAVERSO DI ESSA È NON NULLO E QUINDI ESISTE IL MONOPOLIO ELETTRICO, CIOÈ LA CARICA ELETTRICA. LA SECONDA DICE INVECE CHE IL FLUSSO DI UN CAMPO MAGNETICO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHIUSA È SEMPRE NULLO, CIOÈ SI ESPRIME DICENDO CHE IL CAMPO \vec{B} È SOLENOIDALE.

ALLORA, TANTE LINEE DI FORZA ENTRANO QUANTE FUORI USCONO, E QUINDI - ESSENDO NULLO IL FLUSSO TOTALE - NON ESISTE IL MONOPOLIO MAGNETICO. QUESTO SI ESPRIME FACILMENTE DICENDO CHE « UN MAGNETE NON SI PUÒ SCEZZARE IN DUE SEPARANDONE I POLI ».

NIENTE CARICA MAGNETICA, DUNQUE. UNA CARICA ELETTRICA A RIPOSO (PRODUCE UN CAMPO ELETTRICO), UNA IN MOTO RELATIVO ALL'OSSERVATORE PRODUCE UN CAMPO MAGNETICO.

