

DETERMINAZIONE SPERIMENTALE DELLA DIFFUSIVITA' TERMICA χ E DELLA COSTANTE DI GRÜNEISEN γ

2.1 TEORIA

2.1.1 Temperatura in un solido deformato

In un solido elasto-plastico, soggetto a deformazioni, il campo di temperatura soddisfa l'equazione di Fourier:

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T + q^e + q^p \quad (2.1)$$

dove ρ e' la densita' [Kg m⁻³]
 c_v e' il calore specifico [J K⁻¹ Kg⁻¹]
 k e' la conducibilita' termica [W K⁻¹ m⁻¹]
 q^e e' la "sorgente efficace" termoelastica [W m⁻³]
 q^p e' la "sorgente efficace" termoplastica [W m⁻³]

q^e nasce per ragioni entropiche, ma ha il ruolo di una sorgente termica e puo' essere espressa come:

$$q^e = -\rho c_v \gamma T \frac{\partial}{\partial t} \frac{\Delta V}{V} \quad (2.2)$$

dove γ e' la costante di Grüneisen.

Sostituendo la (2.2) nella (2.1) e dividendo per ρc_v si ottiene:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c_v} \nabla^2 T - \gamma T \frac{\partial}{\partial t} \frac{\Delta V}{V} + \frac{q^p}{\rho c_v}$$

Se si pone:

$$\frac{k}{\rho c_v} = \chi$$

si chiama χ diffusivita' e si ottiene:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \nabla^2 T - \gamma T \frac{\partial}{\partial t} \frac{\Delta V}{V} + \frac{q^p}{\rho c} \quad (2.3)$$

Supponendo noto il campo di deformazione e la sua storia, il termine χ gioca il ruolo di SORGENTE e il campo di temperatura e' governato dalla diffusivita' χ e dalla costante di Grüneisen γ .

Se pero' ci si mette in regime strettamente elastico, si puo' porre:

$$q^p = 0$$

Lo snervamento macroscopico si ha quando la deformazione diventa massiccia, ma gia' prima si ha snervamento microplastico, e quindi si sta al di sotto con un certo margine.

χ e γ sono le "CAUSE" nella (2.3); la risposta e' la VARIAZIONE DI TEMPERATURA:

$$\frac{\partial T}{\partial t}$$

E' naturalmente fissata la TEMPERATURA DI RIFERIMENTO, che coincidera' con la nostra temperatura ambiente ($T = T_0 = 300 \text{ K}$) ed e' fissata, come vedremo poi, la velocita' di deformazione, che agisce da sorgente per il campo di temperatura. Se anche la sorgente plastica e' fissata, l'unico termine variabile e' la diffusivita'. Partendo da uno stato di equilibrio, tutto rimane a temperatura uniforme e non si puo' misurare χ . Per poter misurare χ si deve partire da una situazione iniziale di non equilibrio, e arrivare ad una situazione di equilibrio. Quanto sopra vale IN GENERALE, nel caso tridimensionale, in dipendenza da x, y, z, t . Se si agisce IN ASSENZA DI SORGENTI, l'equazione (2.3) si riduce a:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \nabla^2 T$$

e ci si chiede allora se e' possibile misurare sia le derivate temporali che quelle spaziali. Se la risposta e' affermativa, χ si puo' trovare facendo semplicemente un rapporto. Nel caso tridimensionale si deve misurare il campo di temperatura DENTRO il solido, il che non e' possibile, a meno di infilare opportuni fili-sensori in una colata di cemento (e la cosa e' stata sperimentata). Se le sezioni all'interno del provino hanno una temperatura costante, la temperatura in un punto e' rappresentativa della temperatura sull'intera sezione. Se si tratta di un cilindro, partendo dall'ipotesi precedente, basterebbe misurare la temperatura sulla superficie per conoscere la temperatura interna.

2.1.2 Caso monodimensionale

In un provino cilindrico sottoposto a trazione o compressione uniassiale, se gli sforzi sono uniformemente distribuiti sulla sezione trasversale (caso di de Saint Venant), i campi di sforzo e di deformazione sono omogenei nello spazio. L'invariante lineare del tensore di deformazione elastica (e' la sua TRACCIA: $\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}$) rappresenta la VARIAZIONE DI VOLUME DEL PROVINO.

Ma:

$$\epsilon_{xx} = \epsilon \quad \text{e} \quad \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = -\nu \epsilon_{xx} = -\nu \epsilon$$

dove ν e' il coefficiente di Poisson
 ϵ e' la deformazione longitudinale (positiva se di allungamento)

Allora

$$\frac{\Delta V}{V} = (1 - 2\nu) \epsilon$$

cioe' la deformazione e' funzione del tempo, ma NON della posizione.

Se si riesce ad avere una condizione al contorno (B.C.) del tutto adiabatica, senza scambio di calore alla superficie, con sorgente del tutto omogenea, si ha un CAMPO DI TEMPERATURA OMOGENEO.

Allora:

$$\nabla^2 T = 0$$

e dalla (2.3) si ricava:

$$\frac{dT}{dt} = -\gamma T_0 (1 - 2\nu) \frac{d\varepsilon}{dt}$$

Separando le variabili ed integrando:

$$T - T_0 = -\gamma T_0 (1 - 2\nu) (\varepsilon - \varepsilon_0) \quad (2.4)$$

$\Delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_0$ e' la variazione della deformazione.

Nei metalli

$$\nu \approx 0.3$$

$$1 - 2\nu \approx 0.4$$

$$\gamma = 1 \div 2$$

$$T_0 = 300 \text{ K}$$

Le deformazioni elastiche sono dell'ordine di qualche decimo di percentuale (la deformazione residua per snervamento si valuta sulla base del 0.2 %). Dunque:

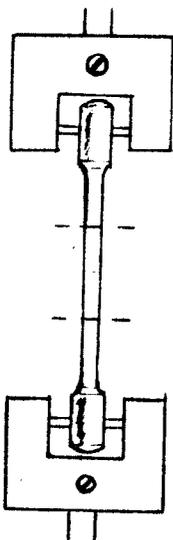
$$\Delta T = T - T_0 \approx 1 \div 1.2 \text{ E-1 K}$$

Se c'e' dispersione di calore, la variazione di temperatura e' minore. Noi ci poniamo invece in una situazione del tutto ADIABATICA; allora, utilizzando la (2.4), posso misurare γ . Dato, che

$$\varepsilon - \varepsilon_0 = \frac{\sigma - \sigma_0}{E}$$

dove E e' il modulo di Young,

si puo' misurare prima $\Delta\varepsilon$ e in seguito γ . E' pero' difficile realizzare situazioni adiabatiche. Si supponga di lavorare in



TRAZIONE. Il provino ha due TESTE con le quali deve essere afferrato; si puo' ritenere omogeneo il pezzo a circa un diametro di distanza dalle teste. Il metallo e' un buon conduttore, per cui occorre dare una deformazione molto veloce. Fatto salvo questo caso, e' difficile descrivere questa situazione, essendo gli afferraggi molto massicci rispetto al provino. La B.C. e' complessa sia da descrivere che da misurare.

E' meglio operare in COMPRESIONE piuttosto che in trazione: si schiaccia cioe' un cilindretto tra due punzoni (deve essere un provino non troppo snello, perche' altrimenti si avrebbe instabilita'). Si potrebbe isolare il

cilindretto tra i punzoni, per esempio con del teflon, ma la pressione sarebbe troppo elevata. I punzoni sono molto massicci, per cui si potrebbero ritenere come serbatoi a temperatura costante, trascurando gli eventuali effetti termoelastici. Si ha allora una B.C. isoterma su queste superfici. Nell'equazione di Fourier (2.3) allora e' $\chi = 0$.

Se come B.C. si sceglie:

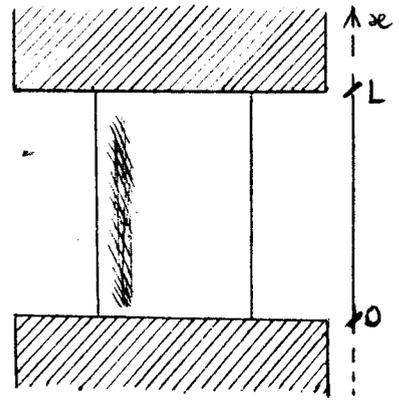
$$T(0,t) = T(L,t) = T_0$$

e si cambia variabile:

$$T - T_0 = \theta$$

essendo $\theta = T - T_0$ la variazione di temperatura rispetto alla temperatura ambiente T_0 , si ottiene:

$$\theta(0,t) = \theta(L,t) = 0 \quad (2.5)$$



L'equazione risultante ha B.C. isoterme che si possono realizzare in laboratorio. Tale equazione e':

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \gamma T_0 (1 - 2\nu) \dot{\epsilon} \quad (2.6)$$

Osservazione. Per quanto riguarda la superficie laterale, siccome i provini sono metallici, lo scambio di calore per conducibilita' termica e' molto maggiore di quello che si puo' avere con l'aria circostante, e una variazione di temperatura di un decimilligrado non e' capace di innescare una convezione termica. Anche con estrapolazioni, lo scambio termico e' piccolo rispetto a quello per conduzione assiale, e poi tutto e' avvolto con nastro di teflon, a garantire l'adiabaticita' della superficie laterale. Così siamo certi che la temperatura e' costante in ogni sezione e dipende solo dalla coordinata assiale x . Se si misura la temperatura alla superficie, la si conosce anche all'interno. Vale allora la (2.5).

2.1.3 Sviluppo di Fourier

La (2.5) puo' essere sfruttata per sviluppare un metodo di misura di γ e di χ , in situazioni in cui le B.C. costituiscono una buona approssimazione delle condizioni isoterme. Basta inserire la nuova variabile θ e ricordare che la "sorgente efficace termoelastica" e' spazialmente omogenea.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + h(t) \quad (2.7)$$

dove:

$$h(t) = -\gamma T_0 (1 - 2\nu) \dot{\epsilon}$$

Con le B.C. imposte in precedenza, in assenza di sorgenti ($\dot{\epsilon} = 0$) si ha solo rilassamento termico verso l'equilibrio ($\theta = 0$), governato da χ . Durante una deformazione ($\dot{\epsilon} \neq 0$) si ha invece una "sorgente termica efficace", governata da γ . E' possibile misurare γ e χ dalle variazioni di temperatura di un provino cilindrico (con parete laterale adiabatica e estremita' isoterme) sottoposto a:

- deformazione (trazione o compressione) a $\dot{\epsilon} = \text{cost.}$
- rilassamento termico a $\dot{\epsilon} = 0$ ($\epsilon = \text{cost} = \text{valore finale della fase a.}$)

$\theta(x,t)$ nelle due fasi e' ottenibile risolvendo la (2.7) con le condizioni (2.5) mediante uno sviluppo in serie di Fourier nello spazio:

$$\theta(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n(t) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \quad (2.8)$$

$$\theta_n(t) = \frac{2}{L} \int_0^L \theta(x,t) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} dx$$

$$h(t) = \sum_{n=1}^{\infty} h_n(t) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \quad (2.9)$$

$$h_n(t) = \frac{2}{L} \int_0^L h(x,t) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} dx$$

da cui

$$h_n(t) = -\frac{4}{n\pi} \gamma T_0 \dot{\epsilon} (1 - 2\nu) \quad \text{per } n \text{ dispari}$$

$$h_n(t) = 0 \quad \text{per } n \text{ pari}$$

Nella soluzione compaiono le costanti di tempo

$$\tau_n = \frac{1}{n^2} \frac{L^2}{\chi \pi^2} = \frac{1}{n^2} \tau_1 \quad (2.10)$$

Durante la fase a) ($0 < t < \bar{t}$, condizione iniziale $\theta(x,0) = 0$, $\dot{\epsilon} = \text{cost} \neq 0$, $h \neq 0$) risulta:

$$\theta_n(t) = \int_0^t \exp[-(t-\tau)/\tau_n] d\tau$$

e quindi:

$$\theta(x,t) = -\frac{4}{\pi} \gamma T_0 \dot{\epsilon} (1 - 2\nu) \tau_1 \sum_{n=1, n \text{ dispari}}^{\infty} \frac{1 - e^{-\frac{n^2 t}{\tau_1}}}{n^3} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \quad (2.11)$$

Al tempo \bar{t} (arresto della deformazione) il campo di temperatura e' dato dalla (2.11) per $\theta_n(x, \bar{t})$

Durante la fase b) [$t \geq \bar{t}$, condizione iniziale $\theta(x, \bar{t})$ data dalla (2.11), $\dot{\epsilon} = 0$, $h = 0$] risulta:

$$\theta_n(t) = \theta_n(\bar{t}) \exp[-(t-\bar{t})/\tau_n] = \theta_n(\bar{t}) \exp[-n^2(t-\bar{t})/\tau_1]$$

e quindi

$$\theta(x,t) = -\frac{4}{\pi} \gamma T_0 \dot{\epsilon} (1 - 2\nu) \tau_1 \sum_{n=1, n \text{ dispari}}^{\infty} \frac{1 - e^{-\frac{n^2 \bar{t}}{\tau_1}}}{n^3} * \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \exp[-n^2(t-\bar{t})/\tau_1] \quad (2.12)$$

Nel punto medio $x = L / 2$, la (2.12) si riduce a:

$$\Theta(L/2, t) = -\frac{4}{\pi} \gamma T_0 \dot{\epsilon} (1 - 2\nu) \tau_1 \sum_{n=1, n \text{ dispari}}^{\infty} \frac{1 - e^{-\frac{n^2 t}{\tau_1}}}{n^3} * \\ * (-1)^{(n-1)/2} \exp[-n^2 (t - \bar{t}) / \tau_1] \quad (2.13)$$

I termini con $n > 1$ decadono con rapidità crescente; dopo un certo tempo rimane essenzialmente solo il primo termine:

$$\Theta(L/2, t) \simeq \Theta_M e^{(t - \bar{t}) / \tau_1} \quad (2.14)$$

con

$$\Theta_M = -\frac{4}{\pi} \gamma T_0 \dot{\epsilon} (1 - 2\nu) \tau_1 (1 - e^{-t / \tau_1}) \quad (2.15)$$

Si può quindi effettuare una regressione della parte finale del rilassamento termico del punto medio del provino sulla curva

$$\Theta(L/2, t) = B' \exp[A(t - \bar{t})] = \exp[B + A(t - \bar{t})] \quad (2.16)$$

(Attenzione! B' ha le dimensioni di una temperatura; scrivendo formalmente $B' = \exp(B)$ occorre attribuire a $\exp(B)$ le dimensioni di una temperatura).

I parametri A e B di "best fit" permettono di misurare γ e χ ; dalle (2.10), (2.14), (2.15), (2.16) si ha infatti:

$$\tau_1 = -(1/A) \\ \chi = -A (L^2 / \pi) \quad (*) \\ \gamma = -\frac{\pi}{4} \frac{A e^B}{T_0 \dot{\epsilon} (1 - 2\nu) (1 - e^{A \bar{t}})}$$

Il rilassamento $\Theta(L/2, t)$ viene campionato ad una serie di istanti t_i , ottenendo $\theta_i = \Theta(t_i)$. I parametri A e B della (2.16) vengono determinati dalla condizione

$$\sum_{i=n_1}^{m_2} [\theta_i - \exp(B + A(t_i - \bar{t}))] = \min$$

e, linearizzando

$$\sum_{i=n_1}^{m_2} [\ln(\theta_i) - (B + A(t_i - \bar{t}))]^2 = \min \quad (2.17)$$

I campioni θ_i sono supposti affetti dalla stessa incertezza $\sigma_{\theta_i}^2 = \sigma_{\theta}^2$; dopo la linearizzazione l'incertezza non è più uguale, infatti:

$$\sigma_{\ln \theta_i}^2 = \left(\frac{\partial \ln \theta_i}{\partial \theta_i} \right)^2 \sigma_{\theta_i}^2 = \left(\frac{1}{\theta_i} \right)^2 \sigma_{\theta_i}^2 = \frac{\sigma_{\theta}^2}{(\theta_i)^2}$$

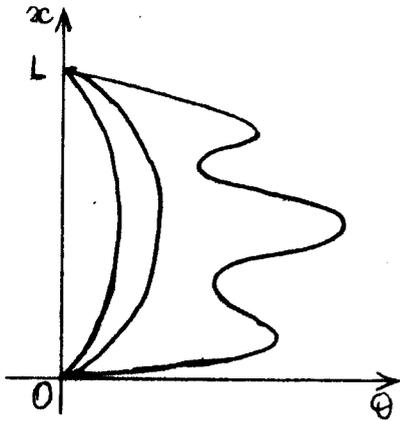
La regressione va quindi effettuata pesando i singoli punti con pesi inversamente proporzionali alle rispettive varianze; la (2.17) diventa quindi:

$$\sum_{i=n_1}^{m_2} (\theta_i)^2 [\ln(\theta_i) - (B + A(t_i - \bar{t}))]^2 = \min \quad (2.18)$$

Da questa condizione vengono derivate, in modo semplice anche se noioso, le espressioni esplicite di A e B, e delle rispettive varianze σ_A^2 e σ_B^2 .

Dopo questa trattazione quantitativa, ragioniamo qualitativamente sul nostro modo di operare, prima di descrivere l'apparato sperimentale nella parte 2.

Le estremita' sono isoterme, dunque il profilo ha gli estremi fissi e la temperatura agli estremi coincide con quella dei punzoni. Si hanno cosi' condizioni isoterme e situazioni di equilibrio. Se la sorgente \dot{E} e' non nulla, si deve dare una B.C. congruente; la $\partial T / \partial t$ rilasserà verso l'equilibrio. L'evoluzione e' governata da costanti di tempo τ_n , del tipo:



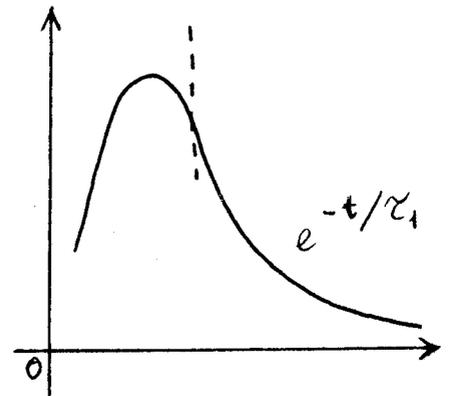
$$\tau_n = \frac{1}{n^2} \frac{L^2}{\chi \pi^2} = \frac{\tau_1}{n^2}$$

dove $\tau_1 = (L^2 / \chi \pi^2)$, ed esistono solo le n dispari, perche' lo sviluppo in serie predetto del campo di temperatura del provino seleziona solo la serie di Fourier-seno, giacche' e' nullo agli estremi, e la SIMMETRIA seleziona solo le componenti dispari, essendo le altre ANTISIMMETRICHE. Allora lo sviluppo e' tale che le singole componenti rilassano con andamento temporale:

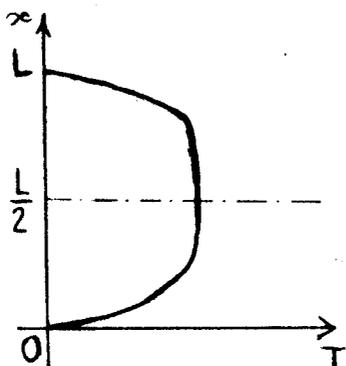
$$e^{-t/\tau_n} = e^{-n^2 t(ad) / \tau_1}$$

Le τ stanno in rapporto 1 : 9 : 25 : 49, onde le armoniche successive rilassano molto piu' lentamente delle prime, e quindi dopo un po' si ha solo UN ARCO DI SINUSOIDE che rilassa secondo la sua COSTANTE DI TEMPO τ_1 .

Alla fine si ha una SINGOLA ESPONENZIALE che va come e^{-t/τ_1} . Nei picchi la temperatura ha inizialmente un andamento piu' che esponenziale, mentre nei ventri si ha all'inizio conduzione verso i picchi dove addirittura la temperatura CRESCERA'. Sara' conveniente rimanere al CENTRO, lontano dalle possibili adiabaticita'; in un primo momento l'andamento sara' complesso, ma poi si ridurra' ad UN SEMPLICE ESPONENZIALE, il che permettera' di valutare la temperatura. Ma come valutare la distribuzione di temperatura di non equilibrio?



Si puo' inviare una scarica di corrente, pero' il provino e' grosso e non e' facile inviare una scarica abbastanza forte. Sui punti di contatto, poi, si avra' una resistenza di contatto. Se ottiene un riscaldamento omogeneo, si puo' misurare χ . Un modo possibile di operare e' quello di dare una compressione molto veloce, al limite istantanea, in modo che il calore non faccia in tempo a passare al punzone; allora il provino e' quasi omogeneo,



tranne che alle estremita'; si avrebbe quasi un gradino e poi un BALZO verso la compressione, con successivi smussamenti verso la sinusoidale. Il comportamento precedente e' sconosciuto e neppure interessante ai nostri scopi; in seguito tuttavia avviene un rilassamento esponenziale, in modo da poter misurare γ con la costante di tempo. La compressione, pero', non puo' essere tanto veloce da poter essere considerata istantanea, ed allora avviene una variazione di temperatura dovuta a $\dot{\epsilon}$. Le condizioni isoterme faranno in tempo a modificare il profilo, poi la temperatura salira' con un andamento incurvato a causa delle deformazioni; in seguito si avra' un rilassamento esponenziale. Se la velocita' di rilassamento e' costante, considerando l'intercetta sull'asse si avra' un tempo di rilassamento proporzionale a γ . La costante di tempo dell'esponenziale fornisce χ e l'intercetta all'origine fornisce γ .

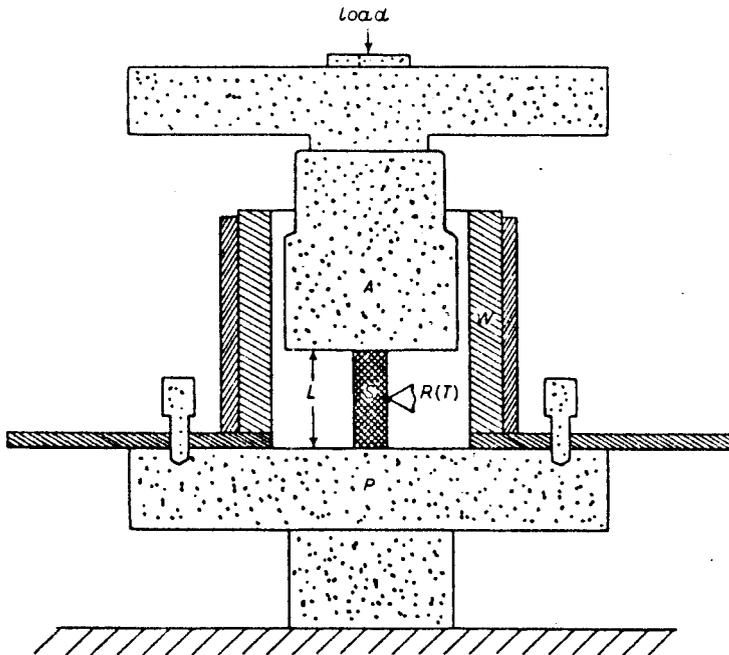
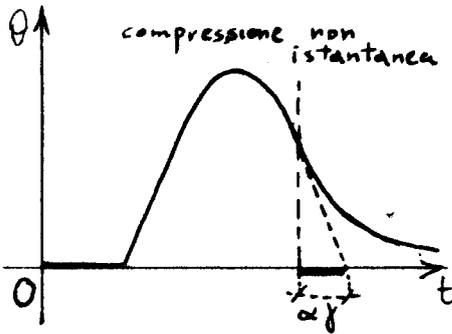
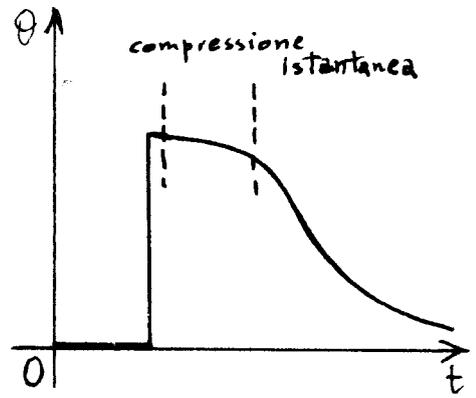


Fig. II.4 - Schematic drawing of experimental set up (A compression anvil, P compression plate, S sample, L sample length (3 cm), $R(T)$ = NTC resistance and W thermoinsulating wall) (from ref. [15]).

2.2 ESECUZIONE DELLA MISURA

2.2.1 Preliminari all'esperimento

Vengono utilizzate le seguenti apparecchiature:

- > Macchina di trazione Instron con controllo della velocità di traversa;
- > Dinamometro Instron incorporato nella macchina di trazione;
- > Termistore a perlina con circuito di alimentazione e amplificazione;
- > Calcolatore PDP 11 / 23 con convertitori A / D e programmi ARCA, ARCG, REGEXP.
- > Oscilloscopio con memoria.

Per effettuare la prova occorre determinare i seguenti parametri sperimentali:

- > Materiale
- > Trazione / Compressione
- > Carico massimo
- > Velocità di deformazione
- > Tempo di campionamento

La scelta di operare in compressione è dettata dalla migliore approssimazione delle condizioni al contorno isoterme che viene così ottenuta.

La misura viene effettuata su un provino di acciaio, di 12 mm di diametro e 39.5 mm di lunghezza, simile a quello illustrato a piè di pagina. L'acciaio da noi usato contiene il 2 e 1/4 % di Cromo ed il 2 % di Molibdeno, ed è di solito usato per i Generatori di Vapore di impianti nucleari (cfr. Esercitazioni di Macchine, n. 5)

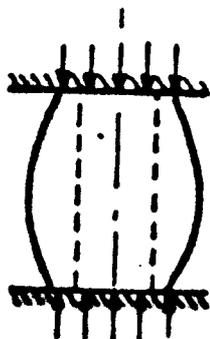
I tre parametri operativi (carico massimo, velocità di deformazione, tempo di campionamento) vengono scelti in base alle costanti fisiche stimate per questo acciaio:

densità: 7.8 Kg dm^{-3}

calore specifico: $450 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

conducibilità termica: $40 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

sforzo di snervamento: superiore a 300 MPa



Questo acciaio ha inoltre:

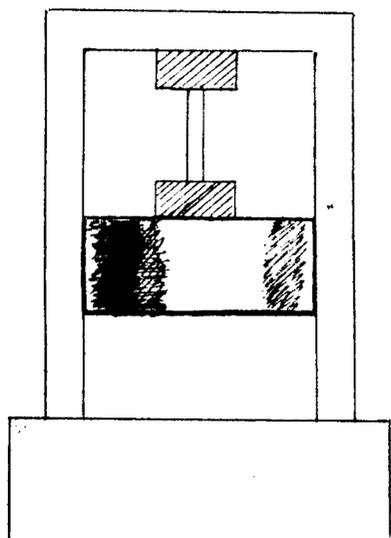
modulo di Young: $E = 204 \text{ GPa}$

rapporto di Poisson: $\nu = 0.29$

La calibrazione dei trasduttori e dei circuiti di misura viene fatta nel modo seguente:

- > Dinamometro: dal pannello della macchina;
- > Termistore:

1. caratteristica Temperatura-Resistenza nota;
2. caratteristica Resistenza-Tensione di uscita determinata nell'intorno del punto di lavoro mediante resistenze note.

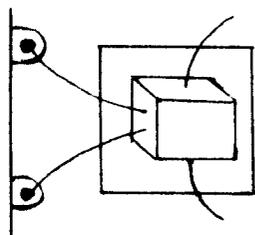
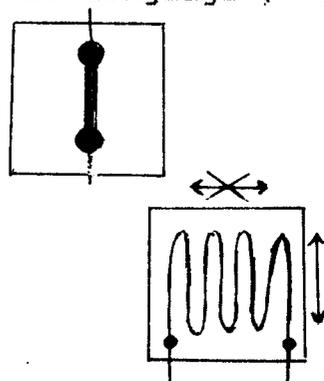


2.2.2 Apparato sperimentale usato

Spieghiamo meglio come funziona quest'apparato sperimentale.

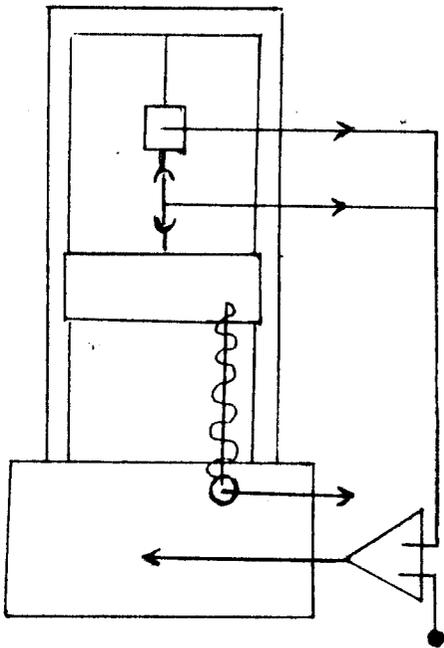
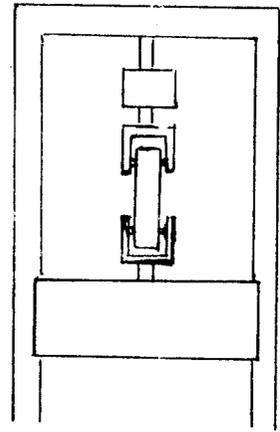
La macchina di trazione deve essere un **dispositivo rigido** sul quale e' fissata una **parte mobile**. Il provino viene compresso tra due punte: una traversa fissa ed una mobile. Alcune macchine sono ad azionamento meccanico, altre ad azionamento idraulico. Per le prime si usano viti senza fine che muovono la traversa mobile; sono macchine piuttosto lente nel loro funzionamento, come tutte le macchine azionate meccanicamente. Le macchine idrauliche vengono fatte funzionare da

pompe idrauliche che permettono di ottenere prove piu' veloci. Per prove a fatica, con macchine meccaniche si raggiungono frequenze di 0.1 Hz, mentre con quelle idrauliche si arriva fino a 10 Hz. Lo spostamento della macchina viene poi attentamente **CONTROLLATO**. Le grandezze meccaniche vengono di solito testate con un unico tipo base di sensori, l'**estensimetro** o "strain gauge", un tratto di filo fissato ad un elemento che si **DEFORMA**, tipicamente **INCOLLATO** al pezzo da comprimere. Quando l'elemento si deforma, il filo varia la sua sezione e la sua lunghezza, ed aumenta la resistenza, in quanto la resistivita' dipende dalla variazione della lunghezza. Si puo' alimentare il dispositivo con corrente costante e misurare la differenza di potenziale, oppure usare un ponte di Wheatstone. La misura deve procedere abbastanza a lungo prima di uscire dalla linearita'. Il collegamento va fatto naturalmente nella direzione giusta.



Ci sono pero' anche degli **estensimetri a "coltello"**, realizzati con un elemento elastico molto cedevole da cui escono due estremita' acuminate. Mediante elastici, i coltelli sono tenuti premuti sul provino; le probabili deformazioni vanno cosi' a far divaricare maggiormente quegli elementi elastici non rigidi. Tale tipo di estensimetro e' riutilizzabile piu' volte. Per le prove di

trazione si usano i dispositivi di cui sopra, se ne occorrono invece piu' di uno, (per esempio due di trazione e due di compressione) devo usarne degli altri. Anche per misurare la forza sviluppata dalla macchina si usano dei meccanismi speciali: l'afferraggio del punzone mobile e' collegato ad una cella di carico, che e' una molla (come per esempio il dinamometro il cui allungamento e' proporzionale alla forza applicata). Si usa un cilindro di metallo allungabile con piu' estensimetri collegati, nell'ipotesi che si operi in regime essenzialmente elastico; se si deforma plasticamente il sensore, questo diventa insensibile. In una tipica prova di trazione (o di

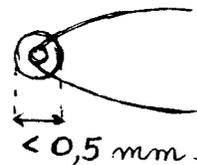


compressione) si puo' misurare la trazione, il carico, la posizione nominale della traversa, che si valuta osservando la posizione angolare delle viti. Si impone una velocita' nominale della traversa, grazie ad una velocita' opportuna delle viti e ad un CONTROLLO ELETTRONICO che sopprime alla cedevolezza delle viti.

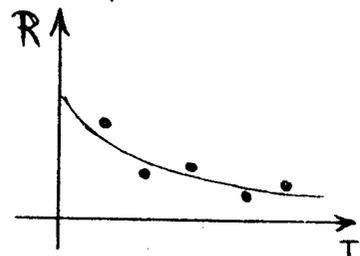
E' l'operazione in controllo di traversa. Spesso pero' la traversa NON si comporta rigidamente: la traversa lavora in flessione; si puo' controllare la macchina in loop chiuso: si comanda il motore utilizzando il segnale di deformazione, cosi' che se la deformazione aumenta, il motore decelera. Si ha, come si vede, un lavoro in controllo di traversa o in controllo di carico. Si lavorera' in regime elastico, per

cui NON sara' necessario un controllo di carico. La macchina utilizzata ha una capacita' di cinque tonnellate, il che forse e' poco per esperimenti di resistenza meccanica dei materiali, ma non certamente per questi esperimenti di Fisica dello Stato Solido.

Per la temperatura si usano dei TERMISTORI, delle palline di semiconduttore il cui diametro e' di meno di 0.5 mm. Il semiconduttore e' pesantemente drogato, per cui la resistivita' decade in modo esponenziale con la temperatura. Ci sono curve caratteristiche nominali con un margine di taratura che potremo calibrare noi stessi. Ci sono anche delle termoresistenze al platino, che vengono universalmente utilizzate come standard di temperatura; esse sono super-standardizzate. Noi useremo le Pt100 perche' hanno una resistenza di 100 Ω a 0° C. Misurando le resistenze del termistore, avremo dei punti sperimentali, da cui, con la



$$R = A e^{B/T}$$



tecnica dei minimi quadrati, potremo interpolare l'esponenziale. Per eseguire la misura, occorre determinare dei PARAMETRI SPERIMENTALI. Tutti i segnali vengono acquisiti con un FDP, un microcalcolatore di vecchia data, basato su un multiplexer, un convertitore analogico-digitale (ADC) che registra in un file una serie di valori. Bisogna calibrare i segnali, avendo una serie di segnali a 12 bit. E' anche necessario scegliere il materiale su cui operare: e' dettato dalle esigenze di impianto o di laboratorio. Tutto quello che puo' andare bene per i materiali metallici non va bene per quelli ceramici che hanno diffusivita' assai bassa perche' il rilassamento e' piu' lento e quindi ci sono dei disturbi dovuti all'ambiente (tra cui l'"effetto visitatore": chi assiste all'esperimento, respirando, innalza la temperatura media dell'ambiente di lavoro!), perche' la temperatura viaggia nell'ordine di grandezza dei milligradi. Occorre poi stabilire il carico massimo, in quanto noi dovremo sempre tenerci al di sotto di tale carico, per non sconfinare in zona plastica. La velocita' di deformazione e il tempo di campionamento si tarano sulla base della formula gia' vista:

$$\tau_1 = \frac{L^2}{\chi \pi^2}$$

La velocita' di deformazione va ben scelta perche', se il tempo di compressione supera di molto τ_1 , le B.C. assorbono tutto il segnale a causa della conduzione del calore, e l'effetto termoelastico e' coperto dalla variazione termica. Si possono prendere allora dei materiali simili a quelli sui quali si vuole effettuare la misura. Se la stima fosse grossolana, basterebbe aumentare la velocita' di deformazione fino a che il tempo di compressione fosse dell'ordine di τ_1 , ma non maggiore. Se si conosce τ_1 , si ha una stima della durata della prova: posso prendere 10τ e garantire di poter sicuramente rilevare la dove siamo ormai all'equilibrio. La durata dell'esperienza e' importantissima per sapere quale dev'essere il periodo di campionamento; se infatti il numero di campionamenti e' troppo basso, ho dati insufficienti per ricavare il profilo di temperatura; se e' eccessivo, ho dati inutili, magari quando gia' sono giunto all'equilibrio e nulla cambia piu', e puo' darsi che me ne manchino invece di quelli che mi servono. Cio' condiziona decisamente la buona riuscita dello esperimento.

2.2.3 Stima del τ caratteristico

Per la prova di compressione usiamo un P 2911, che pur avendo 64 K di memoria, ha un volume enorme. Non misuriamo la deformazione, perche' il provino richiede uno spazio maggiore di quello a disposizione. Il provino non e' standard, avendo una lunghezza maggiore di 5÷10 diametri. Il CIRCUITO DI MISURA e' attaccato ad una macchina con una elettronica un po' piu' moderna: lavoriamo con una macchina, ma il circuito di misura e' attaccato all'altra. Prima cosa: vogliamo restare in campo elastico. Lo sforzo di snervamento e':

$$\sigma_y \approx 300 \text{ MPa}$$

percio' ci fermiamo a:

$$\sigma = 200 \text{ MPa}$$

in modo da partire da un livello di sforzo cautelativo. In realta' noi misuriamo la FORZA imposta al provino, che e' cilindrico con una sezione di :

$$S \approx \pi * d^2 = 10^2 \text{ mm}^2$$

La forza, allora, e' data da:

$$F = 200 \text{ E}+6 \text{ N m}^{-2} * 1 \text{ E}+2 * 1 \text{ E}-6 \text{ m}^2 = 2 \text{ E}+4 \text{ N} = 2000 \text{ Kg}$$

La sezione e' un po' piu' di 100 mm^2 , per cui a 2000 Kg si e' un po' sotto i 200 MPa. Sceglieremo questo valore perche' il registratore del carico ha diversi fondoscala, tra cui 2000 MPa, in modo da poter usare l'INTERA dinamica del contatore. allora bisogna determinare la costante di tempo τ :

$$\tau = \frac{L^2}{\chi \pi^2}$$

dove:

$$\chi = \frac{40 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}}{7.8 \text{ Kg} \cdot \frac{1 \text{ E}-3 \text{ m}^3}{(\text{densita'})} * \frac{450 \text{ J}}{\text{Kg K}} (\text{calore specifico})} = 1 \text{ E}-5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

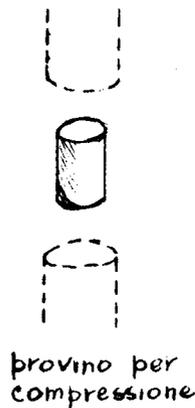
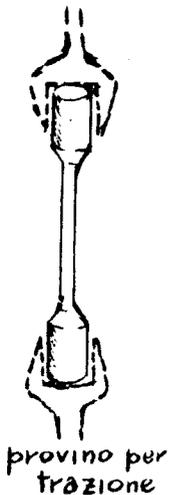
E con la precedente, dato che:

$$L = 39 \text{ mm} \approx 4 \text{ cm}$$

si ha:

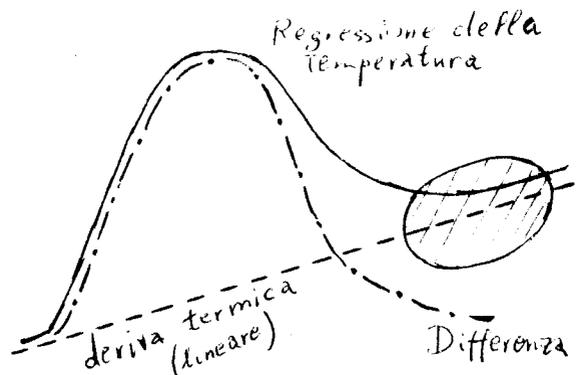
$$\tau = \frac{16 \text{ E}-4 \text{ m}^2}{1 \text{ E}-5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} * 10} \approx 16 \text{ s}$$

Questo e' il tempo caratteristico con cui confrontare i tempi di misura. La fase di carico non dovrebbe essere piu' lunga di cosi'. Ora posso impostare la



velocita' della macchina in ($\% \text{ s}^{-1}$). Se si divide 200 MPa per il modulo di Young pari a 200 GPa si ottiene $1 \text{ E}-3$; dividendo ulteriormente per τ , si dovrebbe ottenere la velocita'. Questo metodo pero' non funziona perche' la traversa non e' completamente rigida, ed il valore della velocita' trovato sarebbe sensibilmente minore di quello necessario. Pero' il regime elastico e' reversibile e si puo' ripetere la prova quante volte si vuole.

In carico, allora, occorrono almeno 16 secondi, che e' la costante di tempo; dopo un tempo di rilassamento, pari a circa 5τ , si ritorna alle condizioni di



partenza. Sono i tempi tipici del ferro di cui e' fatto l'acciaio; gli elementi di lega sono sempre tali da abbassare la conducibilita' e la diffusivita', e quindi τ andrebbe alzato perlomeno a 20 secondi. Tra τ e tempo si avranno cosi' 120 secondi, pari a circa 2 minuti. Con un apposito fit, si puo' approssimare ad un esponenziale il tratto di rilassamento. La variabile e':

$$\theta = T - T_0$$

Si e' supposto che sia costante, ma NON lo e', quindi sul segnale si sovrappone una DERIVA di temperatura; a posteriori si potra' verificare quanto essa sia piccola; si supponga comunque una deriva lineare, il che fa si' che si abbia una salita continua. Se non e' grande, basta sottrarla, e fare quindi una regressione lineare sul tratto finale; viene cosi' approssimata con una retta, si sottrae la deriva e in questo modo si evita di reimpostare l'equazione di Fourier con B.C. variabili nel tempo. Cosi' ai 120 secondi si deve aggiungere un certo margine: si prendono allora 200 secondi. Si acquisiscono i dati CAMPIONANDOLI, dunque occorre definire la frequenza di campionamento. Il programma di elaborazione dati accetta al massimo 1024 punti di campionamento; pertanto per 200 secondi la frequenza sara' circa di 5 Hz. (5 campionamenti al secondo); e cio' perche' il buffer interno e' fissato a 512 byte. Noi fissiamo 5 Hz. e 1024 punti, per cui saranno circa 205 secondi di tempo.

2.2.4 Acquisizione dati

Il calcolatore fa l'acquisizione dati mediante un convertitore analogico - digitale; si hanno cosi' valori a 12 bit, e si deve passare in unita' FISICHE; noi li calibriamo direttamente. E' il registratore che segna il fondo scala, cosi' si possono tarare i segnali di carico. Se il punzone e' gia' fissato sul provino con alcuni Kilogrammi di precarico, non possiamo prendere i dati di taratura, se no avremmo una incognita in piu': il precarico. La calibrazione del termistore con la resistenza al platino e' lunga; la diamo per nota e diamo per noti A e B che ci danno la taratura del termistore; alla fine porremo delle resistenze e passeremo subito dagli Ohm ai Kelvin, con la curva caratteristica del termistore.

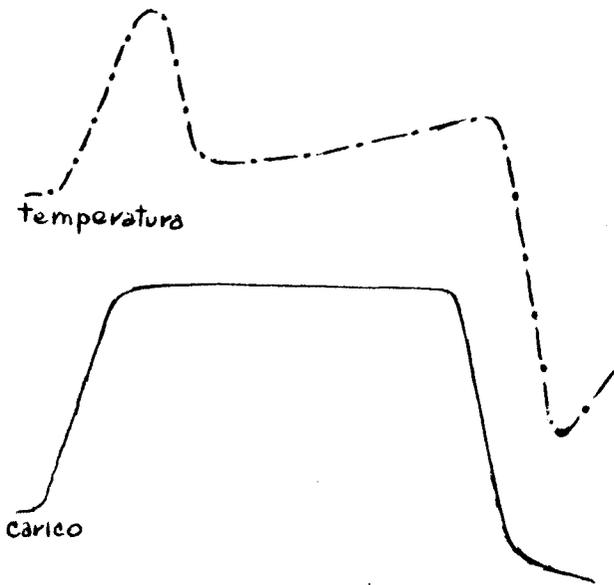
Prenderemo

n_1 corrispondente a 0 Kg = 0 MPa

n_2 corrispondente a 1000 Kg = $\frac{2000 * 9.81}{\pi * 36} \text{ N mm}^{-2} = 173.48 \text{ MPa}$

Impostiamo 1000 campioni a 5 campioni al secondo. Lo bilanciamo, portandolo a CENTRO SCALA, per cui la risoluzione dell'oscilloscopio sara' di 2 / 3 di grado.

Usiamo un oscillatore campionatore dotato di memoria; inizialmente salgono sia il carico che la temperatura, e la temperatura riesce ad essere contenuta nel nostro diagramma. Il carico pero' resta costante e la temperatura incomincia a rilassarsi con un andamento esponenziale. Ora, il nostro strumento e' stato tarato su 20 s cm^{-1} , e la durata della prova si e' dimostrata giusta. Finita l'acquisizione, si puo' vedere bene una discesa di tipo esponenziale, seguita successivamente da una ripresa.



Se si fa lo SCARICO, la temperatura diminuirà; poi ci sarà un nuovo scarico seguito da un RILASSAMENTO, simmetrico a quello visto nel raffreddamento. La situazione cambia, mancando il contatto termico con il punzone. Il provino è a contatto con il punzone inferiore ma non più con quello superiore, per cui il rilassamento è PIU' LENTO di prima. La calibrazione consiste nell'usare un convertitore a 12 bit, e fornisce un numero tra 0 e 4095 bit; è calibrato al centro (2048), mentre il fondo scala è 4041. Al termistore si sostituiscono le resistenze di precisione, che sono NOTE e si passa a vedere a quali valori corrispondono quelli calcolati.

Vediamo cioè che si ottiene:

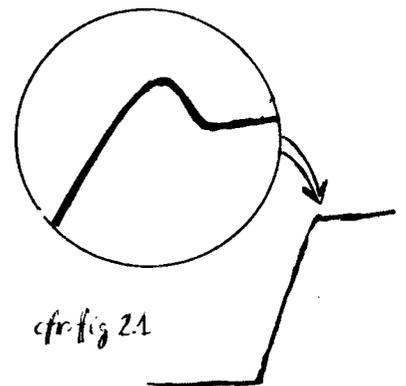
23700 Ω	3494
23900 Ω	1499

L'intera dinamica è circa 400 Ω . Il coefficiente di temperatura è circa il 4 % per grado, per cui il 4 % di quanto prima detto è circa 1 K Ω . Inseriamo i dati nel programma in FORTRAN, corredando un file dati dei valori ottenuti, che poi li riporta in valori fisici.

2.2.5 Tracciamento dei grafici sperimentali ottenuti

Grafichiamo il tutto su un DIGITAL PLOTTER. Si notano dei piccoli disturbi, dovuti magari a correnti d'aria che si sono infiltrate all'interno. Il fondoscala non è il tempo della prova, ma il tempo di acquisizione. Ci serve il tempo di carico e per leggerlo ristampiamo i risultati allargando la scala. Come zero della temperatura, in ogni caso si sceglie la temperatura di INIZIO DELLA PROVA. La temperatura è espressa in mK. La salita non è proprio rettilinea, (fig. 2.1) perché interviene anche la cedevolezza della macchina. Se ingrandissimo il punto di fine trazione, apparirebbero degli effetti VISCO-ELASTICI, (fig. 2.2), che invece non appaiono per un polimero. Inoltre la risposta del termistore è subitanea ma non istantanea, perché il passaggio di calore NON è istantaneo, a causa del grasso che separa termistore e provino e della non idealità del meccanismo.

Nel grafico di fig. 2.3 si vede la CURVA DI TEMPERATURA rilevata e la DERIVA TERMICA, supposta lineare. La retta orizzontale rappresenta lo zero.



A questo punto, la deriva termica e' sottratta alla curva di temperatura, e dalla curva ottenuta, con la tecnica dei minimi quadrati, si interpola una retta crescente. Il fit non e' eccellente, perche' tale retta passa al di sopra della curva predetta, per cui sarebbe meglio ALLUNGARE LA MISURA. Comunque, anche questo puo' risultare utile, benché una esponenziale non possa assumere valori negativi.

Nel grafico di fig. 2.4 il programma lavora nel tratto con deriva sottratta; lo approssima con una esponenziale, togliendo parte iniziale e parte finale. Sceglie cinque punti iniziali e dieci finali e fa cinquanta o sessanta volte il fit con un opportuno INDICE DI ADATTAMENTO. Ogni riga stampata e' una regressione; e dice quanti e quali punti si considerano, la varianza con cui si ottengono e il coefficiente di adattamento, che vale 1 se tutti i punti sperimentali stanno sulla curva interpolatrice, 0 se su di essa non ce n'e' alcuno.

Partiamo da 184 e procediamo verso 723, 736, 749...fino a 849, per fare poi variare il punto finale. L'indice di adattamento e' funzione dei punti considerati; all'inizio vale 0.999 perche' fitta benissimo. Ogni regressione e' fatta su 500 punti sperimentali, quindi il plotter e' un po' lento a causa della strumentazione non aggiornata usata in laboratorio. Nel grafico di fig. 2.4 e' indicato l'intervallo che ha dato la regressione migliore e viene disegnato l'ESPONENZIALE DI FIT. I limiti sono:

T = 41.8 punto 210

T = 149.4 punto 749

Tra \leftarrow e \rightarrow e' chiusa la regione in cui il fit e' migliore. L'ESPONENZIALE, all'inizio, SUPERA la curva, perche' la serie e' a termini alterni e il primo valore trascurato e' NEGATIVO; qui, evidentemente, esso non e' ancora trascurabile. I risultati sono:

A = - 0.352489 E-1 (errore 1 E-4)

B = - 0.189681 E+1 (errore 1 E-4)

Con i valori di A e di B si possono trovare χ e γ . Ora finalmente si possono determinare χ e γ con le relazioni (*). In esse dobbiamo pero' determinare il tempo di fine compressione \bar{t} e la velocita' di deformazione $\dot{\epsilon}$. Allo scopo, usiamo il grafico di fig. 2.2, rappresentante l'ingrandimento del grafico 2.1 tra 20 e 42 secondi dall'inizio del conteggio. E' evidente che:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{\Delta \epsilon}{t} = \frac{\Delta \sigma}{E} * \frac{1}{t}$$

Sul grafico 2.2 valuto $\Delta \sigma \approx 169$ MPa nel tempo durante il quale e' portata avanti la compressione, cioe' $\Delta t = 36 - 23 = 13$ secondi. Ho cosi':

$$\dot{\epsilon} = 6.4 E-5 s^{-1}$$

e quindi nelle relazioni (*) ho, sviluppando i calcoli in modo semplice:

$$\chi = 5.6 E-6 \text{ circa}; \quad \gamma = 1.19 \text{ circa.}$$

Sono due valori perfettamente accettabili.

fig. 2.1

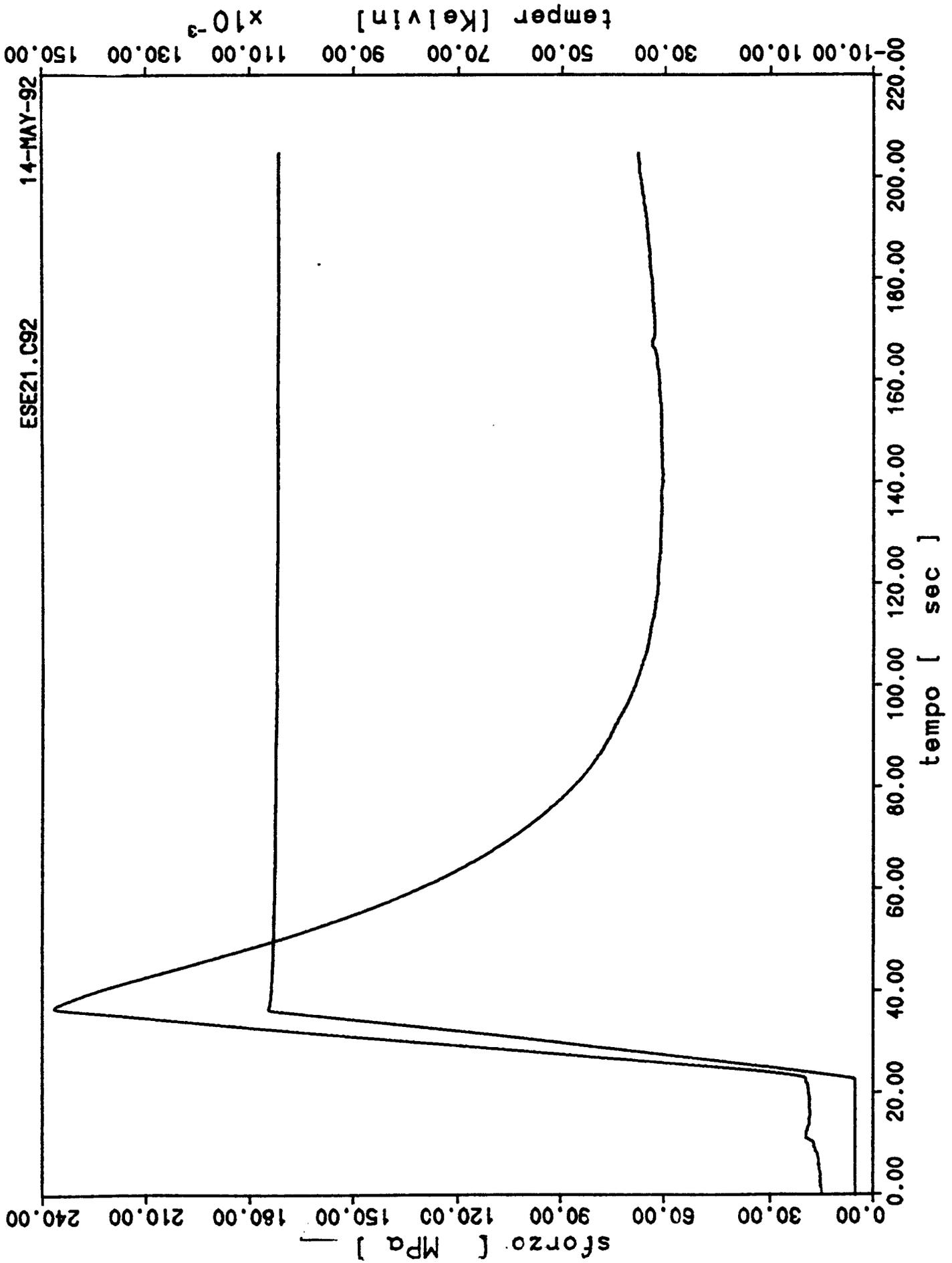


fig. 2.2

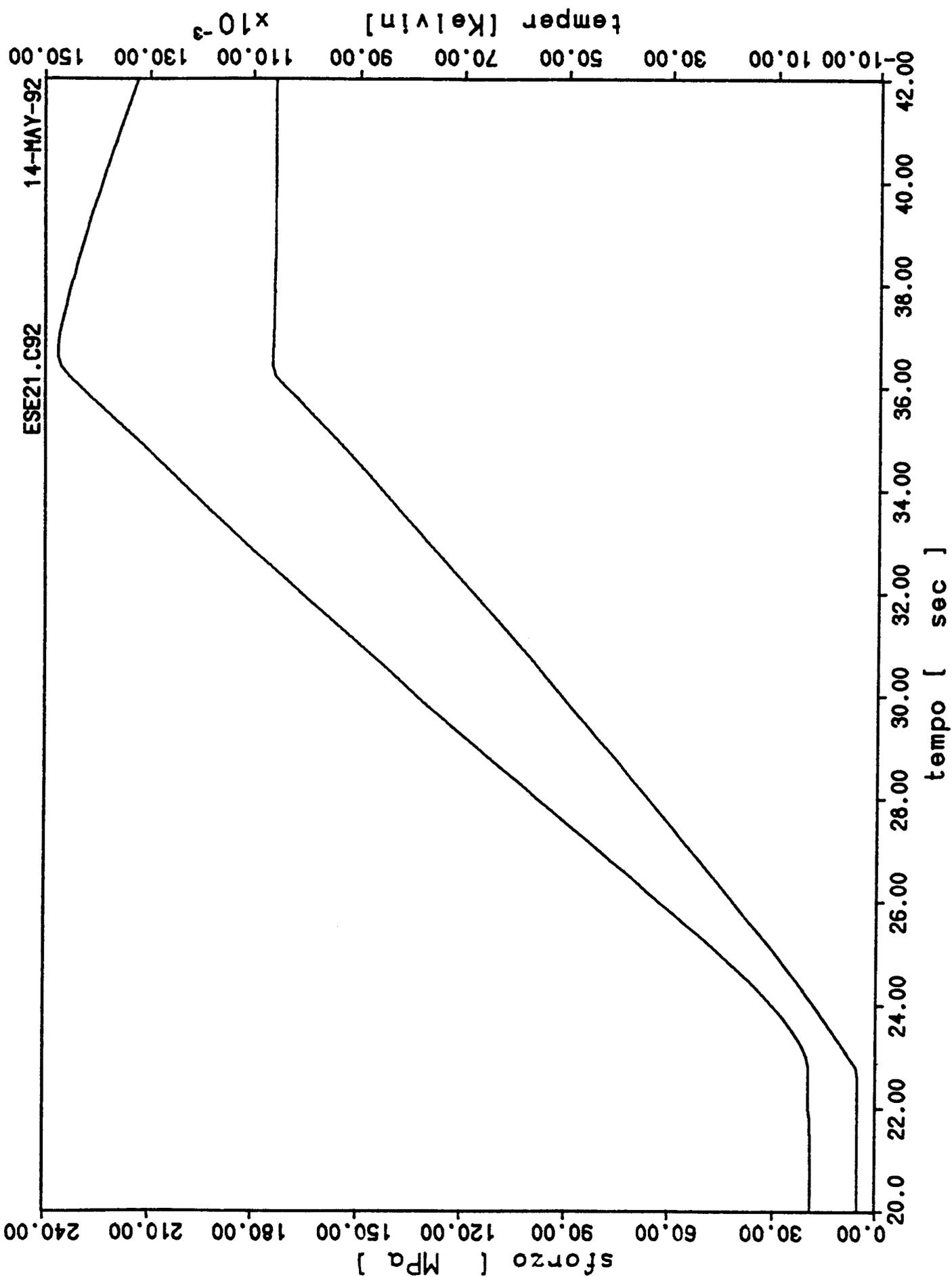


fig. 2.3

ESE2/1

14-MAY-92

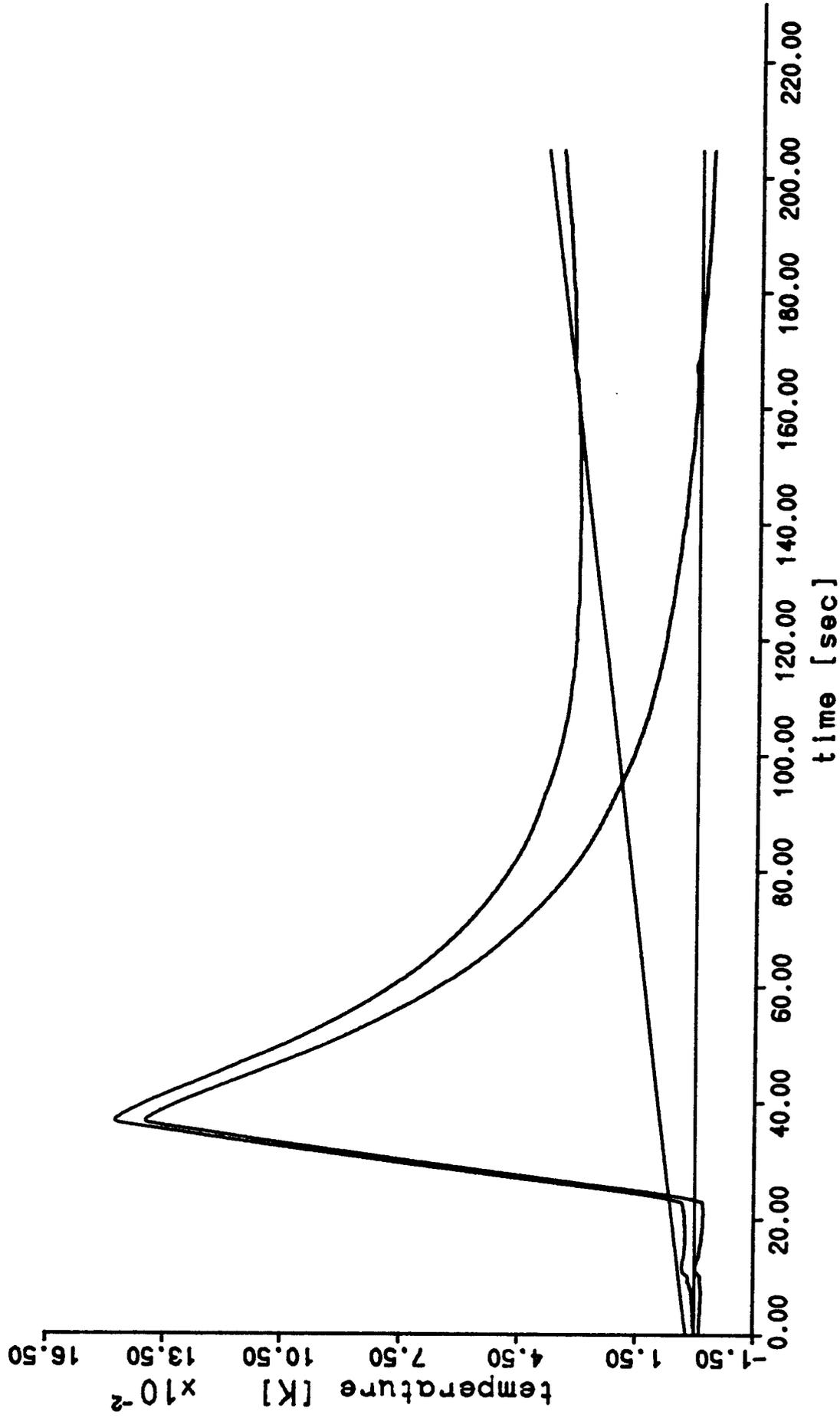
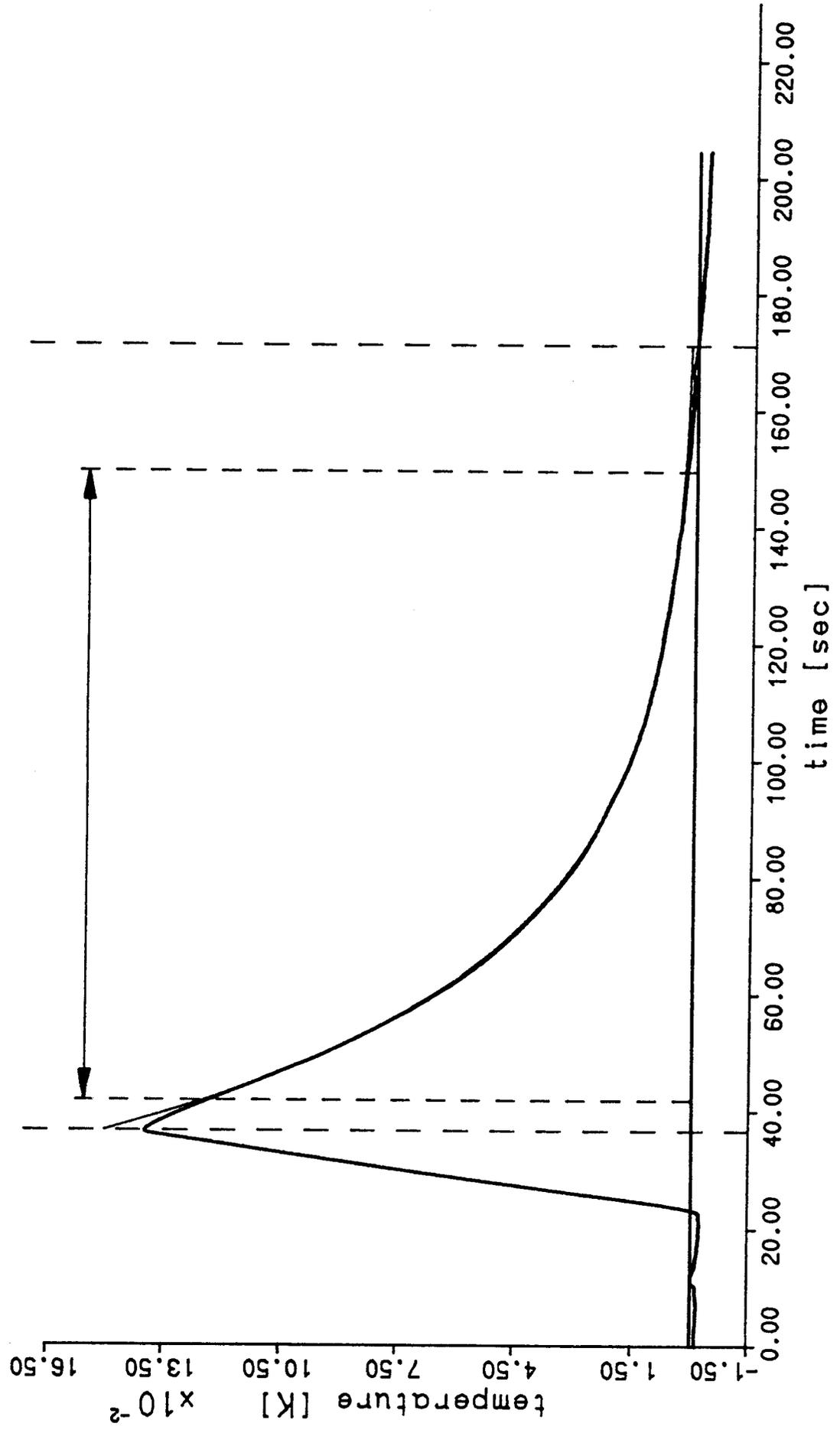


fig. 2.4

ESE2/1

14-MAY-92



SCORRIMENTO VISCOELASTICO INDOTTO DA RADIAZIONE

Si puo' avere anche uno scorrimento viscoso indotto da radiazione nucleare. Per valori di sforzo e di temperatura che in condizioni ordinarie NON danno luogo a scorrimento viscoso, se irraggio il provino con un flusso neutronico di energia maggiore di 1 MeV per neutrone, si puo' avere scorrimento viscoso anche senza ragioni meccaniche che lo giustificherebbero. Per gli acciai INOX si puo' interpretare bene con la legge costitutiva del Foster. Fisso :

$$\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_s$$

Cioe' ϵ e' dovuto ad un contributo istantaneo ed uno delle forze secondarie, trascurando subito il contributo delle forze primarie. La legge di Foster dice allora che:

$$\epsilon = A \sigma E^* \phi + (B \sigma + C \sigma^3) * E^* \phi t$$

Dove A, B, C sono costanti del materiale, variabili con la temperatura; σ e' lo sforzo in $[N \text{ mm}^{-2}]$; E^* e' l'energia media dei neutroni in $[MeV]$ ($> 1 \text{ MeV}$); ϕ e' il flusso neutronico in $[neutroni \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}]$; t e' il tempo in $[secondi]$. Il rapporto tra B e C e' tale per cui $B \gg C$, onde σ^3 e' trascurabile e l'andamento all'inizio e' viscoelastico lineare. Poi incomincia a "pesare" anche il termine σ^3 . Quando aumento la temperatura, fornisco energia al provino, e questa mi incanala lo sforzo; anche i neutroni forniscono una energia in grado di incanalarlo. Finche' soffio su dei cubetti di legno, essi non si muovono; ma se li lascio cadere e, durante la caduta, soffio, essi deviano dalla loro traiettoria. Questo, per esempio, puo' riflettersi sul serraggio delle viti nei vessel nucleari.

Nuclear Reactors and Nuclear Power

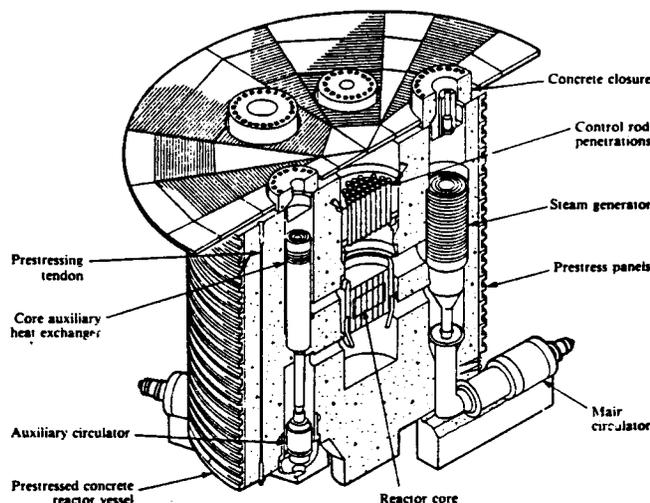


Fig. 2 - 5 Cross section through a gas cooled fast reactor. (Courtesy of General Atomic Company.)