Misura dell'aberrazione cromatica di una lente convergente

Obiettivo

Misurare le distanze focali di una lente convergente per due colori e confrontarle, valutando se la differenza osservata è significativa rispetto alle incertezze di misura

Competenze attese

- Allestire un semplice sistema ottico.
- Misurare distanze e ripetere le misure.
- Applicare la legge delle lenti sottili.
- Calcolare una differenza tra distanze focali.
- Valutare l'incertezza sperimentale e interpretare i risultati.

Obiettivo e ipotesi

Una lente convergente rifrange la luce. Il suo indice di rifrazione dipende generalmente dalla lunghezza d'onda: per questo la luce di colori diversi può essere focalizzata a distanze differenti. Questo fenomeno si chiama aberrazione cromatica.
Prima di iniziare, rispondete individualmente:

- Vi aspettate che la distanza focale sia uguale per tutti i colori?
- Secondo voi, quale colore sarà focalizzato più vicino alla lente: il rosso o il blu?
- Come potete distinguere una differenza fisica reale da un errore di misura?

Materiali

- Banco ottico con scala graduata.
- Lente convergente, preferibilmente in vetro.
- Sorgente luminosa bianca oppure LED rossi e blu.
- Oggetto luminoso di dimensioni contenute, ad esempio una fenditura.
- Schermo bianco mobile.
- Righello millimetrato, se necessario.
- Diaframma per limitare l'apertura della lente, se disponibile.
- Calcolatrice o foglio di calcolo.

Condizione fondamentale: la luce dei due colori deve provenire, per quanto possibile, dallo stesso punto e illuminare lo stesso oggetto. Se si usano due LED separati, bisogna evitare che lo spostamento della sorgente venga confuso con lo spostamento del fuoco.

Premessa teorica

Per una lente sottile, in condizioni paraassiali, vale la relazione:

$$\mathbf{1/f = 1/p + 1/q}$$

dove f è la distanza focale, p la distanza tra oggetto e centro ottico della lente e q la distanza tra centro ottico della lente e immagine reale sullo schermo.

Ricavando la distanza focale:

$$f = (p \cdot q) / (p + q)$$

A parità di posizione dell'oggetto e della lente, una variazione della posizione dello schermo necessaria per ottenere la migliore messa a fuoco indica una possibile differenza di comportamento ottico.
Per il confronto tra rosso e blu, definiamo l'aberrazione cromatica longitudinale misurata:

$$\Delta f = |f_r - f_\beta|$$

La differenza percentuale rispetto alla focale media è:

$$\varepsilon = |f_r - f_\beta| / [(f_r + f_\beta)/2] \times 100$$

Il risultato va interpretato insieme all'incertezza: non basta ottenere una differenza numerica per dimostrare che l'aberrazione è stata rilevata.

Procedura sperimentale

Fase 1 — Preparazione dell'apparato

- Disponete sorgente, lente e schermo sul banco ottico, lungo lo stesso asse.
- Scegliete una distanza oggetto-lente p maggiore della focale prevista.
- Verificate che il supporto della lente sia verticale e che l'immagine possa essere raccolta interamente sullo schermo.
- Registrate la posizione dell'oggetto e quella del centro ottico della lente.

Fase 2 — Misura con luce rossa

- Illuminate l'oggetto con il LED rosso.
- Spostate lentamente lo schermo fino a ottenere l'immagine più nitida possibile.
- Leggete la posizione dello schermo e calcolate q_r, sottraendo la posizione del centro ottico.
- Ripetete la messa a fuoco almeno tre volte, registrando ogni misura senza cancellare i valori precedenti.

Fase 3 — Misura con luce blu

- Sostituite il rosso con il blu, mantenendo invariata la posizione dell'oggetto e della lente.
- Ripetete la procedura di messa a fuoco e registrate q_β.
- Eseguite almeno tre misure indipendenti.
- Mantenete costanti, per quanto possibile, illuminazione, apertura della lente e criterio di valutazione della nitidezza.

Fase 4 — Elaborazione

- Calcolate la media delle distanze immagine per ogni colore.
- Calcolate f_r e f_β con la legge delle lenti.

- Determinate Δf e la differenza percentuale.
- Valutate l'incertezza e discutete se la differenza è distinguibile dagli errori sperimentali.

Accorgimenti per ottenere misure attendibili

- Misurate le distanze dal centro ottico della lente, non dal bordo del supporto.
- Non spostate la lente tra le misure dei due colori.
- Con luce bianca, non identificate automaticamente il fuoco osservato con quello del rosso o del blu: possono comparire frange colorate o un fuoco complessivo non ben definito.
- I LED colorati emettono una banda di lunghezze d'onda, non una sola lunghezza d'onda perfettamente definita.
- Se la nitidezza cambia poco al variare della posizione dello schermo, registrate l'intervallo di posizioni compatibili con la migliore messa a fuoco.

Tabelle per la raccolta dei dati

Tabella 1 — Posizioni dell'apparato

Grandezza	Simbolo	Valore	Incertezza
Posizione dell'oggetto	x_O	… cm	… cm
Posizione della lente	x_L	… cm	… cm
Distanza oggetto-lente	p	… cm	… cm

La distanza oggetto-lente si calcola con $p = x_L - x_O$.

Tabella 2 — Messa a fuoco

Prova	$x_{S,R}$ (cm)	q_R (cm)	$x_{S,B}$ (cm)	q_B (cm)
1	…	…	…	…
2	…	…	…	…
3	…	…	…	…
Media	…	…	…	…

$x_{S,R}$ e $x_{S,B}$ sono le posizioni dello schermo per il rosso e il blu. Le distanze immagine sono:

$$q_R = x_{S,R} - x_L \; ; \; q_B = x_{S,B} - x_L$$

Se le distanze variano tra le prove, calcolate le medie separatamente per i due colori.

Tabella 3 — Elaborazione finale

Grandezza	Rosso	Blu
p (cm)	…	…
q medio (cm)	…	…
f = p·q/(p+q) (cm)	…	…
Incertezza u(f) (cm)	…	…

Risultato conclusivo	Valore
Aberrazione longitudinale Δf	… cm
Focale media $\bar{f}$	… cm
Aberrazione relativa ε	… %
Incertezza della differenza u(Δf)	… cm

Formule e trattamento delle incertezze

È opportuno distinguere l'incertezza dovuta alla lettura degli strumenti dalla variabilità delle ripetizioni.

Incertezza sulla distanza immagine

Se lo schermo è letto su una scala graduata, indicate la risoluzione dello strumento. Per esempio, una scala con tacche ogni millimetro ha una divisione minima di 0,1 cm; l'incertezza di lettura effettiva dipende dalla convenzione adottata e dalla difficoltà di individuare il fuoco.

Per le posizioni dello schermo e della lente, se le incertezze sono indipendenti:

$$u(q) = \sqrt{[u(x_S)^2 + u(x_L)^2]}$$

$$u(p) = \sqrt{[u(x_L)^2 + u(x_O)^2]}$$

Queste espressioni sono appropriate se le incertezze sono stimate come incertezze standard indipendenti. Se si adotta una stima massima dell'errore di lettura, bisogna mantenere coerente il criterio nel calcolo successivo.

Incertezza sulla distanza focale

Partendo da f = p·q/(p+q) e assumendo p e q indipendenti, la propagazione delle incertezze dà:

$$u(f) = \sqrt{\{ [q^2/(p+q)^2 \cdot u(p)]^2 + [p^2/(p+q)^2 \cdot u(q)]^2 \}}$$

Questa formula è adatta al calcolo quantitativo; in classe si può anche usare una stima più semplice, purché venga esplicitata.

Incertezza sulla differenza tra le focali

Se le due misure sono indipendenti:

$$u(\Delta f) \approx \sqrt{[u(f_r)^2 + u(f_\beta)^2]}$$

Il valore assoluto nella definizione di Δf non modifica questa stima dell'incertezza, lontano dal caso in cui la differenza sia indistinguibile da zero.

Criterio di interpretazione

- Se Δf è molto maggiore di u(Δf), la differenza è compatibile con un effetto misurabile.
- Se Δf è confrontabile con u(Δf), il risultato è inconcludente con la precisione raggiunta.
- Se Δf è inferiore a u(Δf), non potete affermare di aver rilevato l'aberrazione.

Come criterio didattico orientativo, un rapporto Δf/u(Δf) superiore a circa 2 indica una differenza più convincente, ma non costituisce da solo una dimostrazione rigorosa.

Parte B — Domande per gli studenti

Rispondete facendo riferimento ai dati raccolti, non soltanto alle conoscenze teoriche.

- Legge delle lenti: perché è necessario misurare sia p sia q per calcolare la distanza focale?
- Confronto dei colori: le distanze focali calcolate per il rosso e per il blu sono uguali entro le incertezze sperimentali?
- Interpretazione fisica: se la focale per il blu risulta minore di quella per il rosso, che cosa potete concludere sul comportamento della lente?
- Errori sperimentali: quali fattori possono rendere difficile individuare la posizione di massima nitidezza?
- Ripetibilità: perché è utile effettuare tre o più misure per ciascun colore?
- Limiti della misura: se le due focali risultano uguali entro le incertezze, significa che la lente non presenta aberrazione cromatica?
- Miglioramento dell'esperimento: come modifichereste l'apparato o il metodo per aumentare la precisione della misura?
- Luce bianca: perché un'immagine prodotta da luce bianca può apparire meno nitida o presentare bordi colorati?

Parte C — Soluzioni e guida per il docente

Legge delle lenti. La focale dipende sia dalla distanza dell'oggetto sia da quella dell' immagine. Misurare soltanto q non basta, a meno che si conosca una condizione particolare, come la configurazione con oggetto e immagine alla stessa distanza dalla lente.

Confronto dei colori. Occorre calcolare f_R, f_B e le rispettive incertezze. Una differenza numerica è significativa solo se risulta sufficientemente grande rispetto all'incertezza della differenza.

Interpretazione fisica. Per una lente convergente comune in vetro, in condizioni normali di dispersione, l'indice di rifrazione è generalmente maggiore per la luce blu che per la luce rossa. Di conseguenza, il blu viene normalmente focalizzato più vicino alla lente: $f_B < f_R$. È una previsione teorica da verificare, non un risultato da imporre ai dati.

Errori sperimentali. Tra le cause principali vi sono l'allineamento imperfetto, la risoluzione della scala, la difficoltà di stabilire la migliore messa a fuoco, le dimensioni della sorgente e le aberrazioni diverse da quella cromatica.

Ripetibilità. Le ripetizioni consentono di stimare la variabilità delle misure, ridurre l'influenza delle fluttuazioni casuali attraverso la media e identificare eventuali misure anomale da esaminare.

Limiti della misura. Significa che l'eventuale differenza non è stata risolta con la precisione disponibile. Un'aberrazione può esistere anche se l'apparato non consente di misurarla.

Miglioramenti. Si possono aumentare le ripetizioni, utilizzare una scala più precisa, ridurre l'estensione della sorgente, migliorare l'allineamento e impiegare LED con emissione spettrale relativamente stretta. Un diaframma può ridurre alcune aberrazioni, ma diminuisce anche la quantità di luce e può rendere meno agevole la messa a fuoco.

Luce bianca. La luce bianca contiene diverse lunghezze d'onda. Poiché la lente non le focalizza tutte alla stessa distanza, l'immagine risultante può presentare una sfocatura cromatica o frange colorate.

Esempio numerico svolto

I seguenti dati sono ipotetici e servono esclusivamente a mostrare i calcoli.

$$p = (30{,}0 \pm 0{,}1)\ \text{cm}$$

Supponiamo che le distanze immagine medie siano:

$$q_R = 30{,}0\ \text{cm} \; ; \; q_B = 29{,}0\ \text{cm}$$

Le distanze focali risultano quindi:

$$f_R = (30{,}0 \cdot 30{,}0)/(30{,}0 + 30{,}0) = 15{,}00\ \text{cm}\quad fB = (30{,}0 \cdot 29{,}0)/(30{,}0 +$$

$$29{,}0) \approx 14{,}75\ \text{cm}$$

$$\Delta f \approx 0{,}25\ \text{cm}$$

La focale media è circa 14,87 cm, per cui l'aberrazione relativa vale:

$$\varepsilon \approx (0{,}25/14{,}87) \cdot 100 \approx 1{,}7\%$$

Il valore ottenuto è compatibile con una differenza tra le focali, ma per concludere che sia stata effettivamente misurata bisogna ancora calcolare l'incertezza. Se, ad esempio,

l’incertezza sulla differenza fosse 0,30 cm, il risultato non sarebbe sufficientemente preciso per distinguere con sicurezza l’effetto dagli errori sperimentali.

Nota pratica per il docente

La difficoltà maggiore sarà probabilmente la messa a fuoco, non il calcolo. Se disponi soltanto di LED colorati, una lente comune e uno schermo, esegui una prova preliminare: l’aberrazione cromatica può essere inferiore alla precisione del banco ottico. In tal caso, è didatticamente corretto presentare l’attività come una misura con sensibilità limitata, anziché garantire che gli studenti osservino necessariamente una differenza.

Rev.	Data
0	22.10.2026

Prof. Ing. Franco Maria Boschetto
franco.boschetto@tin.it
www.fmboschetto.it