

LA LEGGE DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA TOTALE

Relazione di Laboratorio

SCOPO

Verificare la legge di conservazione dell'energia meccanica totale ($E_{mec. tot.} = E_C + E_P = \text{cost.}$) con l'utilizzo di un pendolo semplice.

MATERIALE UTILIZZATO

- Pendolo semplice (composto da treppiede con goniometro + piantana + 2 fili + perni)
- Palla da biliardo usata come massa del pendolo ($m = 112,76 \text{ g}$)
- Flessometro
- Calibro
- Sensore di velocità dotato di cellule fotoelettriche
- Supporto
- Bilancia



Calibro



Pendolo semplice



Sensore di velocità

PREMESSA TEORICA

L'energia è definita come la capacità di un corpo di compiere un lavoro. Esistono diversi tipi di energia, ma i più comuni sono l'energia cinetica (E_c oppure K), l'energia potenziale (E_p oppure U) e l'energia meccanica (E_{mec}).

L'energia cinetica è l'energia che un corpo possiede perché ha una massa e si muove con una certa velocità.

L'equazione dell'energia cinetica è $E_c = K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$

Sapendo questo e ricordando la formula del lavoro, è possibile effettuare una dimostrazione euristica (non rigorosa) per confermare quanto affermato fin qui e per scoprire il teorema dell'energia cinetica:

$$\begin{aligned} L &= \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta s} = F \cdot \Delta s = m \cdot a \cdot \Delta s = m \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t} \cdot \Delta s = m \cdot \Delta V \cdot \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) \approx m \cdot \Delta V \cdot V_m \\ &= m \cdot (V_2 - V_1) \cdot \left(\frac{V_2 + V_1}{2} \right) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_1^2 \\ &= E_{c_2} - E_{c_1} \end{aligned}$$

L'energia, proprio come il lavoro, si misura in joule (J), come dimostrato in questo modo:

$$\left[\frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 \right] = [m \cdot kg \cdot m/s^2] = [N \cdot m] = [J]$$

Come si può aver già dedotto, invece, il teorema dell'energia cinetica precedentemente citato è il seguente: $L = \Delta E_c$

L'energia potenziale è l'energia che un corpo possiede perché si trova in un punto di un campo di forze.

È, ora, necessario, prima di continuare, dare la definizione di forza conservativa.

Si dice che una forza è conservativa se il lavoro di tale forza non dipende dal percorso ma solo dal punto di partenza e dal punto di arrivo.

L'energia potenziale varia in base al campo di forze in cui si trova. Consideriamo ora quella gravitazionale (g): essa è data dalla formula $E_{p_g} = U_g = m \cdot g \cdot h$, dove h è l'altezza rispetto al livello di riferimento (in cui $E_p = 0$).

Se si considera il lavoro necessario per spostare il corpo da un'altezza ad un'altra ($h = h_A - h_B$), si può giungere a dimostrare che $L = -\Delta E_p$:

$$\begin{aligned} L_{A \rightarrow B} &= m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot (h_A - h_B) = m \cdot g \cdot h_A - m \cdot g \cdot h_B = E_{p_{gA}} - E_{p_{gB}} = E_{p_i} - E_{p_f} \\ &= -\Delta E_p \end{aligned}$$

Si può, così, giungere finalmente ad affermare la legge di conservazione dell'energia meccanica totale.

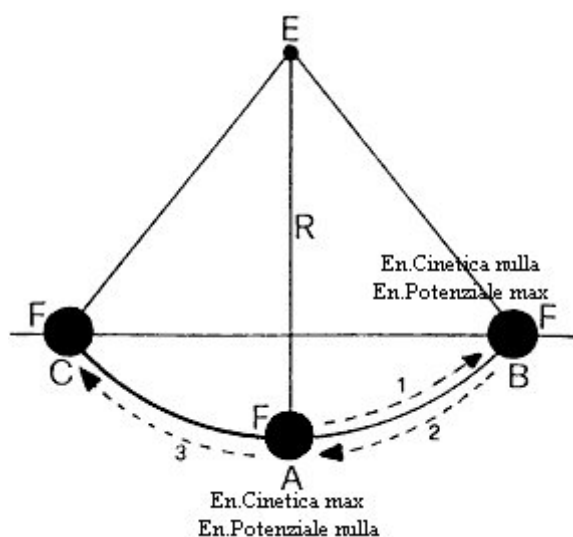
In ogni istante di tempo, la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale è costante ($E_C + E_P = \text{cost}$).

Scritta in relazione alle energie iniziali e finali, appare così: $E_{C_i} + E_{P_i} = E_{C_f} + E_{P_f}$

Questa legge, però, vale solamente nei sistemi conservativi (sistemi in cui agiscono solo forze conservative).

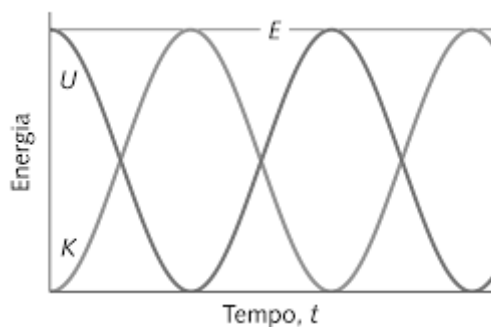
L'energia meccanica totale ($E_{\text{mec. tot.}}$), dunque, è la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale di un corpo o di un sistema. La sua formula è $E_{\text{mec. tot.}} = E_C + E_P = \text{cost}$.

Consideriamo, ora, la legge di conservazione dell'energia meccanica applicata ad un pendolo (trascurando l'attrito dell'aria). Si osservi la figura sottostante:



Si nota che in C e in B l'energia potenziale è massima, mentre, l'energia cinetica è nulla. In A , invece, l'energia cinetica è massima, mentre l'energia potenziale è nulla.

In un grafico, le due energie sarebbero così rappresentate:



Si nota, infine, che la somma delle due energie ($E_{\text{mec. tot.}}$), è sempre costante.

ESECUZIONE DELL'ESPERIENZA

Innanzitutto, abbiamo scelto come livello di riferimento per l'energia potenziale gravitazionale il valore $E_p = 0$ corrispondente al baricentro della palla da biliardo quando il pendolo si trova nella posizione di equilibrio.

Successivamente, utilizzando un flessometro, abbiamo misurato la lunghezza del pendolo (l), definita come la distanza tra il punto di sospensione e il centro della sfera. La misura ottenuta è risultata pari a 28,7 cm.



Il sistema è stato realizzato con due fili paralleli, in modo da evitare rotazioni indesiderate e mantenere l'oscillazione confinata nel piano verticale.

La massa della sfera, rilevata tramite una bilancia digitale, è risultata pari a $m = 112,76$ g.

Per determinare l'altezza iniziale raggiunta dalla palla abbiamo utilizzato la formula $h_{max} = l - l \cdot \cos \alpha$, dove α è l'angolo iniziale del pendolo, misurato mediante il goniometro montato sulla struttura. Questa relazione deriva dal fatto che il filo inclinato, quello verticale e il dislivello formano un triangolo rettangolo. Nella prima serie di misurazioni abbiamo portato la sfera a un angolo di 30° , sostenendola con un supporto.

Successivamente abbiamo posizionato il sensore fotoelettrico nel punto più basso della traiettoria, così da registrare la velocità istantanea della sfera quando attraversava il fascio di luce. Dopo aver attivato il sensore, abbiamo rimosso il supporto e lasciato oscillare la sfera, riprendendola dal lato opposto. L'operazione è stata ripetuta tre volte e abbiamo calcolato la velocità finale come media dei tre valori rilevati.

Dunque, abbiamo impostato l'equazione $E_{CA} + E_{PA} = E_{CB} + E_{PB}$ in modo da verificare che l'energia si fosse effettivamente conservata.

Elidendo, perché nulli, E_{CA} ed E_{PB} , e sapendo che $E_C = \frac{1}{2} m \cdot V^2$ e che $E_p = mgh$, la formula è stata semplificata e ridotta alla seguente forma: $mgh_{max} = \frac{1}{2} m \cdot V_B^2$. Teoricamente, quindi, il valore di destra avrebbe dovuto coincidere con quello di sinistra, ma, a causa di errori commessi durante lo svolgimento dell'esperienza, sono risultati differenti. Di conseguenza, abbiamo eseguito lo scarto percentuale fra questi due valori, che è risultato pari al 29%.

Poi, abbiamo ripetuto tutto daccapo, con l'unica differenza che questa volta l'angolo di inclinazione α era pari a 45° (anziché 30°). Qui lo scarto percentuale fra i due valori di energia è risultato pari al 2,5%.



DATI E LORO ELABORAZIONE

PRIMA PROVA

$$l = 28,7 \text{ cm}$$

$$m = 112,76 \text{ g}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$h_{max} = l - l \cdot \cos \alpha = 28,7 \text{ cm} - (28,7 \text{ cm}) \cdot \cos 30^\circ = 3,85 \text{ cm}$$

$$V_{B1} = 1,06 \text{ m/s}$$

$$V_{B2} = 1,04 \text{ m/s}$$

$$V_{B3} = 1,01 \text{ m/s}$$

$$V_B = 1,04 \text{ m/s}$$

$$\cancel{E_{C_A}} + E_{P_A} = E_{C_B} + \cancel{E_{P_B}}$$

$$mgh_{max} = \frac{1}{2} m \cdot V_B^2 \quad 0,13 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,04 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 0,13 \text{ kg} \cdot 1,04 \text{ m/s}$$

$$0,05 = 0,07$$

$$\Delta\% = \frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max}} \cdot 100\% = \frac{0,07 - 0,05}{0,07} \cdot 100\% = 29\%$$

SECONDA PROVA

$$l = 28,7 \text{ cm}$$

$$m = 112,76 \text{ g}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$h_{max} = l - l \cdot \cos \alpha = 28,7 \text{ cm} - (28,7 \text{ cm}) \cdot \cos 45^\circ = 8,41 \text{ cm}$$

$$V_{B1} = 1,46 \text{ m/s}$$

$$V_{B2} = 1,46 \text{ m/s}$$

$$V_{B3} = 1,46 \text{ m/s}$$

$$V_B = 1,46 \text{ m/s}$$

$$\cancel{E_{C_A}} + E_{P_A} = E_{C_B} + \cancel{E_{P_B}}$$

$$mgh_{max} = \frac{1}{2} m \cdot V_B^2 \qquad 0,13 \, kg \cdot 9,8 \, m/s^2 \cdot 0,08 \, m = \frac{1}{2} \cdot 0,13 \, kg \cdot 1,46 \, m/s$$

$$0,10 = 0,09$$

$$\Delta_{\%} = \frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max}} \cdot 100\% = \frac{0,10 - 0,09}{0,10} \cdot 100\% = 2,5\%$$

CONCLUSIONI

Nella prima prova, lo scarto percentuale fra i valori delle due energie è risultato piuttosto elevato (29%). Questo perché durante l'esperimento sono stati compiuti diversi errori, come un possibile errore di parallasse nella lettura del goniometro e un'oscillazione non perfetta della massa del pendolo. Ciò ha portato all'impossibilità di verificare la conservazione dell'energia meccanica totale.

Nella seconda prova, però, lo scarto percentuale è risultato nettamente più basso (2,5%): ciò significa che l'esperienza è stata svolta con più cura e, pertanto, questa volta è stato possibile verificare la legge di conservazione dell'energia meccanica totale.