

Relazione di fisica 26

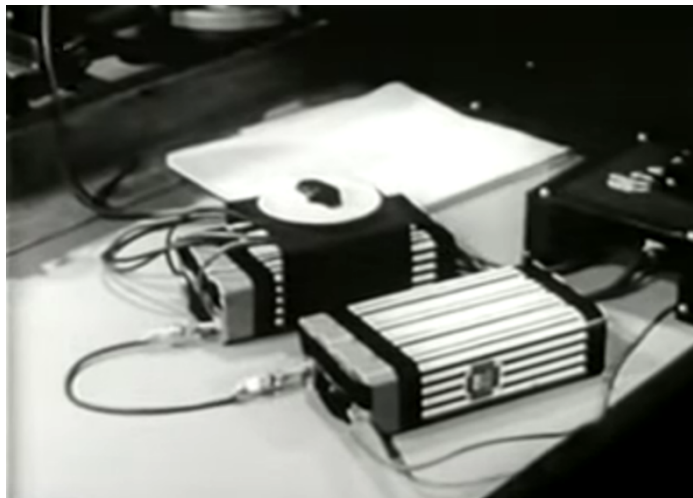
Tagliaferri Jordi e Alessio Calva

21/11/2023

L'esperienza di Millikan

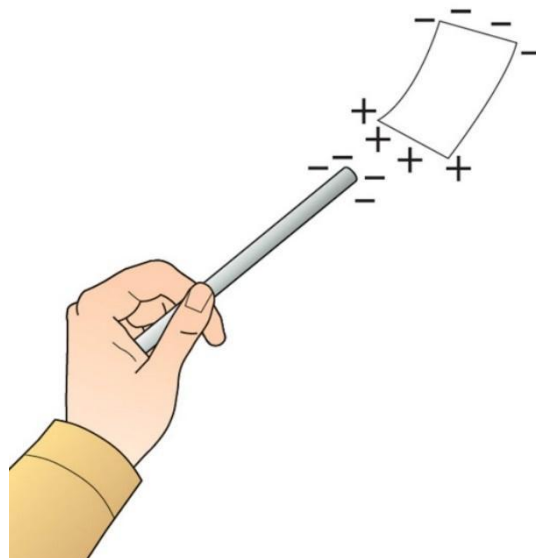
Dimostrazione della quantizzazione della carica.

Materiali: Condensatore munito di un cilindro, microscopio, scala graduata, sferette, spazzolino, batterie, tubo a raggi X, reticolo e commutatore.



Premessa teorica:

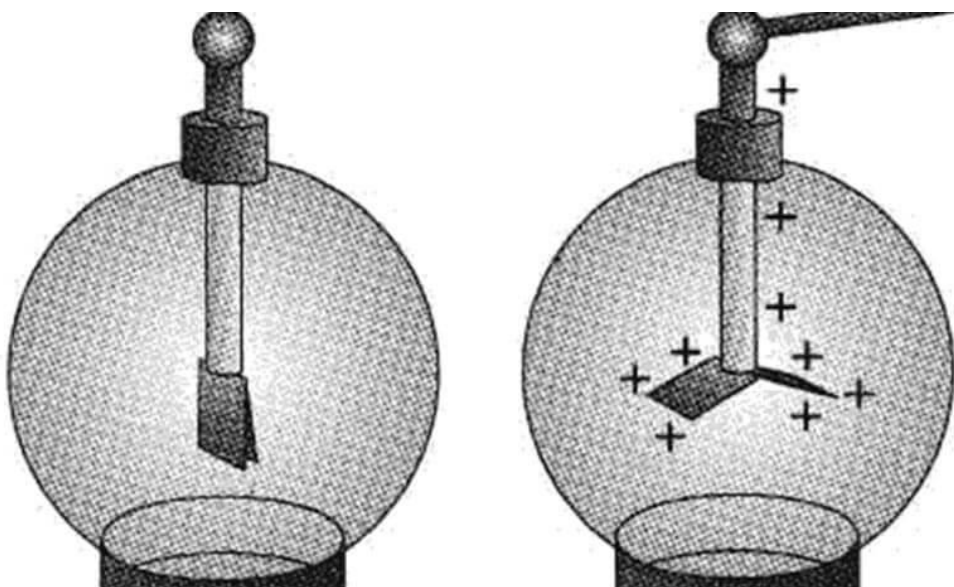
Talete fu il primo ad osservare la realtà in modo scientifico, e fu anche il primo che tentò di studiare il fenomeno dell'elettrizzazione: strofinando dell'ambra sulla lana vide che attirava dei pezzettini di legno. Questo fenomeno prese il proprio nome dall'ambra la quale, in greco, si scrive "ἤλεκτρον" (e si legge 'electron'). Il fenomeno dell'elettrizzazione consiste nel far acquistare ad un corpo neutro della carica sulla superficie esterna, la quale carica può essere positiva o negativa. Questa carica è fornita dal movimento degli elettroni.



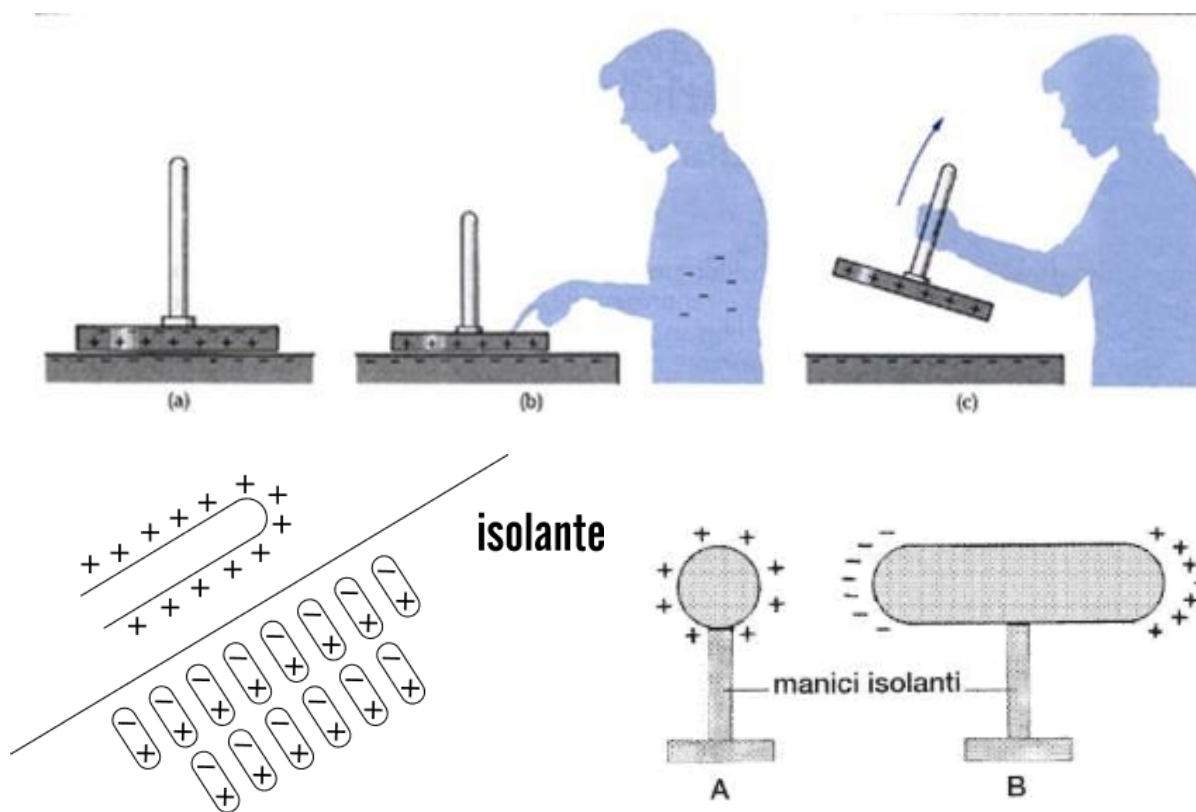
La prima macchina elettrostatica in grado di generare una scarica elettrica è la macchina di Wimshurst, formata da due dischi di plexiglas capaci di girare in senso opposto, inoltre ci sono delle spazzole di rame che poggiano sui dischi per trasportare la carica a due bottiglie di Leida (dei condensatori), le quali si caricano e, quando è sono alla loro capacità massima, si scaricano verso due elettrodi i quali, se avvicinati, generano una scarica elettrica. I dischi, girando in senso opposto, si caricano perché c'è attrito con lo strato d'aria tra i due dischi.



L'elettroscopio è un oggetto con cui si può identificare il verso della carica di un corpo. L'elettroscopio è formato da un recipiente chiuso; l'interno e l'esterno sono messi in comunicazione da un cilindro fatto di materiale conduttore, al quale sono attaccate due foglie d'oro. Inizialmente si carica il cilindro positivamente utilizzando la macchina di Wimshurst, le due foglie (avendo la medesima carica) si respingono; ora posiziono il corpo carico sul cilindro e posso notare due effetti delle foglie d'oro, nel caso in cui divergono maggiormente o rimangono nella loro posizione, posso dedurre che il corpo è caricato positivamente; invece se il corpo era caricato negativamente le foglie si avvicineranno fino a divergere nuovamente, questo succede perché prima gli viene fornita una carica negativa per annullare quella positiva delle foglie, e quando la carica delle foglie è diventata pari a 0, allora iniziano a divergere perché non viene iniettata carica per annullare quella già preesistente, ma per fornirla.



L'elettroforo, ideato da Alessandro Volta veniva utilizzato per portare della carica. È formato da un disco di metallo con un manico isolante ed una base di plexiglas. Strofinando il disco sulla base, la base si carica negativamente e il disco positivamente. Togliendo il disco dalla base, le cariche si ridispongono in modo tale da neutralizzare la carica totale. Se invece metto a massa la parte superiore del disco quando questo sta ancora poggiando sulla base, la parte superiore si scarica, mentre quella che poggia sul disco no, potendo portare carica. Questo succede per il fenomeno dell'induzione: Se avvicinano un corpo neutro ed un corpo carico, le cariche con ugual segno si distribuiranno sulla superficie esterna diametralmente opposta, mentre quelle con segno opposto si distribuiranno sulla superficie esterna più vicina. Questo sembrerebbe normale per un conduttore ma non per un isolante però, anche in un isolante le cariche attratte si dispongono sulla superficie esterno. Le cariche non si muovono all'interno di un isolante, però se vi avvicino un corpo carico positivamente, gli elettroni all'interno degli atomi verranno attirati ed i protoni respinti, formando un dipolo (per ogni atomo). Sembrerebbe che anche all'interno dell'isolante ci siano delle cariche, però queste si annullano tra di loro (ogni carica positiva ha di fianco una carica negativa e viceversa). Le uniche cariche che non hanno di fianco una carica a controbilanciarle sono proprio le cariche sulla superficie esterna.



Abbiamo parlato di cariche elettriche, ma non ne abbiamo ancora fornito un'unità di misura. Il primo a farlo fu Augustin Coulomb, un illuminista, il quale diede il nome a questa unità di misura. Il Coulomb è la carica elettrica che posta nel vuoto ad un metro di distanza da una carica uguale, la respinge con una forza di 9×10^9 N. Questa definizione deriva dalla legge di Coulomb:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{d^2} \quad (1.1)$$

Dove q_1 e q_2 sono le cariche elettriche nel vuoto, d è la distanza, F è la forza e K è una costante che vale $9 \times 10^9 \left[\frac{Nm^2}{C^2} \right]$, dove C è l'unità di misura della carica elettrica: il Coulomb.

La formula (1.1) vale solamente se la carica è immersa nel vuoto. Nel caso in cui questa sia in un mezzo la formula diventa:

$$F = \frac{K}{\epsilon_r} \frac{q_1 q_2}{d^2} \quad (1.2)$$

Prima di spiegare il nuovo fattore che abbiamo aggiunto alla nostra formula, dobbiamo riscrivere la costante K come:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (1.3)$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi K} \quad (1.4)$$

La costante ϵ_0 è chiamata costante dielettrica nel vuoto. Quando siamo in un mezzo possiamo invece introdurre la costante dielettrica relativa:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \quad (1.5)$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

Passando per la costante dielettrica relativa possiamo mantenere invariata la costante K e aggiungere soltanto la costante dielettrica relativa a denominatore. Aggiungendo le costanti dielettriche si possono semplificare le equazioni di Maxwell. Per cui possiamo riscrivere la formula (1.2) come:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q_1 q_2}{d^2} \quad (1.6)$$

Faraday introdusse il concetto di campo elettrico, poiché stava cercando di dare una spiegazione all'interazione tra due cariche: per cui utilizzò una carica generica Q ed una carica campione q (cioè una carica positiva e piccola rispetto alla carica generica), e tentò di riscrivere la legge di Coulomb in funzione della sola carica Q. Riscriviamo la formula (1.2) in forma vettoriale:

$$\vec{F} = \frac{K}{\epsilon_r} \frac{Qq}{d^2} \vec{u} \quad (2.1)$$

Con \vec{u} indichiamo il versore che indica la direzione della forza (che è parallela alla congiungente delle cariche). Osservando che la carica campione è uno scalare, posso dividerlo in ambo i membri ottenendo:

$$\frac{\vec{F}}{q} = \frac{K}{\epsilon_r} \frac{Q}{d^2} \vec{u} \quad (2.2)$$

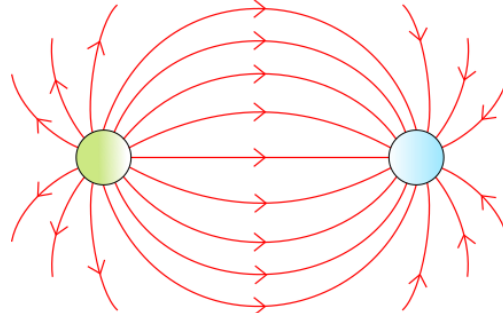
Ponendo:

$$\frac{\vec{F}}{q} = \vec{E} \quad (2.3)$$

Possiamo definire \vec{E} come il vettore campo elettrico, e lo possiamo sostituire all'interno della (2.2), ottenendo una formula che tiene in considerazione esclusivamente la carica Q ed è indipendente dalla carica q:

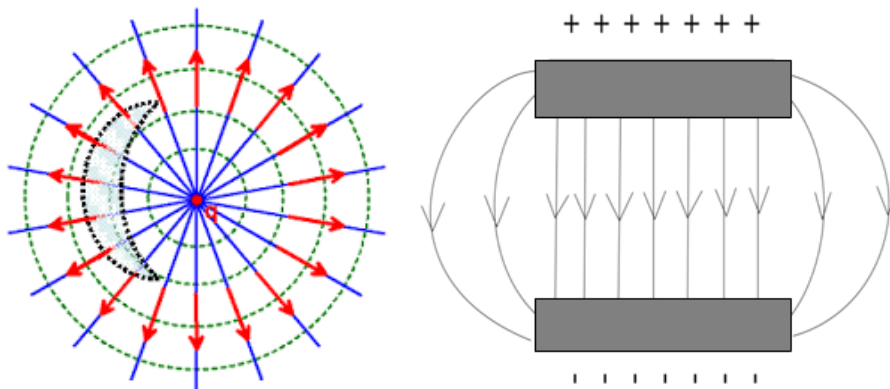
$$\vec{E} = \frac{K}{\epsilon_r} \frac{Q}{d^2} \vec{u} \quad (2.4)$$

Il campo elettrico ha come unità di misura $[\frac{N}{C}] = [\frac{V}{m}]$. Fu proprio Faraday ad introdurre il concetto di campo: una regione di spazio tale che ad ogni suo punto è associato un vettore.



Esistono infinite tipologie di campi: radiale, uniforme...

Un campo radiale viene generato da una sola carica, se questa è positiva le linee di forza sono uscenti, se la carica è negativa sono entranti. Le linee di forza sono le linee che ad ogni punto del campo sono tangenti al vettore campo elettrico. Se le linee di forza convergono in alcuni punti, questi vengono chiamati pozzi (ad esempio la carica negativa che genera un campo radiale è un pozzo), mentre se le linee di forza escono tutti da alcuni punti, questi vengono chiamati sorgenti (ad esempio la carica positiva che genera un campo radiale è una sorgente). Invece un campo uniforme viene generato da due superfici parallele, una caricata positivamente, ed una caricata negativamente (trascorrendo gli effetti di bordo in cui il campo viene deformato).



Possiamo generalizzare il concetto di lavoro con la circuitazione. Prendendo un tratto rettilineo, il lavoro è pari a:

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \alpha \quad (3.1)$$

Dove F è la forza, s è lo spostamento e α è l'angolo che si forma tra il vettore F e il vettore s . Prendendo una curva e dividendola in infiniti segmenti per cui è possibile approssimare la curva ad un tratto rettilineo, il lavoro lo possiamo definire come:

$$L = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \cdot \vec{s}_i = \sum_{i=1}^N F_i s_i \cos \alpha_i \quad (3.2)$$

Ponendo al posto della forza un vettore qualunque, si definisce circuitazione del vettore \vec{v} :

$$C(\vec{v}) = \sum_{i=1}^N \vec{v}_i \cdot \vec{s}_i = \sum_{i=1}^N v_i s_i \cos \alpha_i = \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{s} \quad (3.3)$$

Nello specifico caso del campo elettrico:

$$C(\vec{E}) = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (3.4)$$

Un campo si definisce conservativo se non dipende dal percorso ma soltanto dal punto iniziale e quello finale. La circuitazione lungo una linea chiusa è nulla:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (3.5)$$

Possiamo quindi introdurre il concetto di energia potenziale di un campo radiale:

$$E_p = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Qq}{r} \quad (3.6)$$

Però, in questo modo, l'energia potenziale dipenderebbe dalla carica campione, per cui dividiamo ambo i membri per q:

$$\frac{E_p}{q} = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q}{r} \quad [\frac{J}{C} = V] \quad (3.7)$$

Introduciamo quindi il potenziale elettrico:

$$V = \frac{E_p}{q} \quad (3.8)$$

Come per l'energia potenziale, anche per il potenziale elettrico ciò che ci interessa è la differenza di potenziale elettrico (d.d.p.):

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q} \quad (3.9)$$

Ma questo vale soltanto in un campo radiale. Invece, per l'esperienza ci servirà l'energia potenziale di un campo uniforme. Sapendo che il campo elettrico è il rapporto tra la forza elettrica e la carica campione, e che il lavoro è il prodotto tra la forza e lo spostamento (essendo in un campo uniforme, lo spostamento sarà la distanza tra le due superfici). Di conseguenza il lavoro è il prodotto tra la distanza delle due superfici, il campo elettrico e la carica campione:

$$L = qEd \quad (3.10)$$

Di conseguenza l'energia potenziale sarà:

$$E_p = qEx \quad (3.11)$$

Dove x è la distanza tra la carica campione e la superficie caricata positivamente. Anche in questo caso possiamo introdurre il concetto di potenziale elettrico:

$$V = Ex \quad (3.12)$$

Ma anche in questo caso dobbiamo utilizzare la differenza di potenziale elettrico:

$$\Delta V = Ed \quad (3.13)$$

Abbiamo inserito nuovamente il termine d perché è la differenza di potenziale elettrico tra le due armature.

Un corpo che cade nel vuoto segue la legge:

$$F = ma \quad (4.1)$$

Dove m è la massa del corpo ed a è l'accelerazione. Invece, un corpo immerso in un fluido percepisce la forza di attrito (viscoso, che si è formata tra il fluido e il corpo). Quindi una sfera in caduta libera, dopo un certo tempo, si muove di moto rettilineo uniforme (e non di moto accelerato), di conseguenza segue la legge:

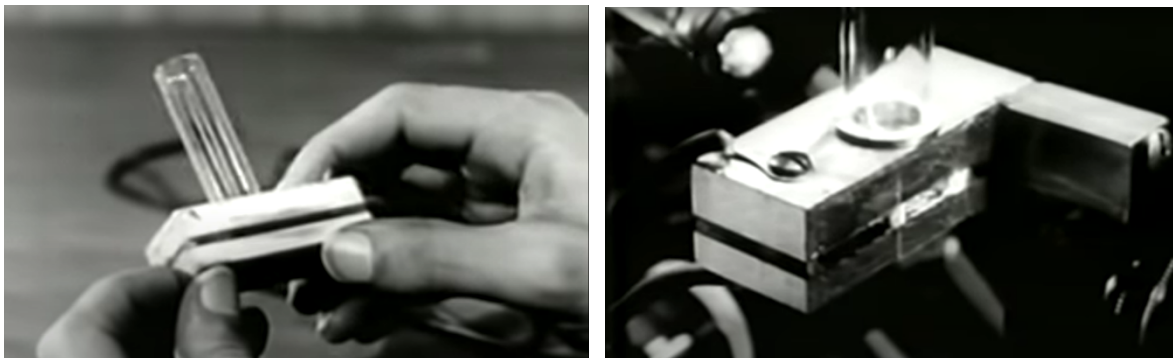
$$F = 6\pi\eta Rv \quad (4.2)$$

Dove η è il coefficiente di attrito viscoso, R è il raggio della sfera, e v la velocità, per cui:

$$F \propto v \quad (4.3)$$

Esecuzione dell'esperienza:

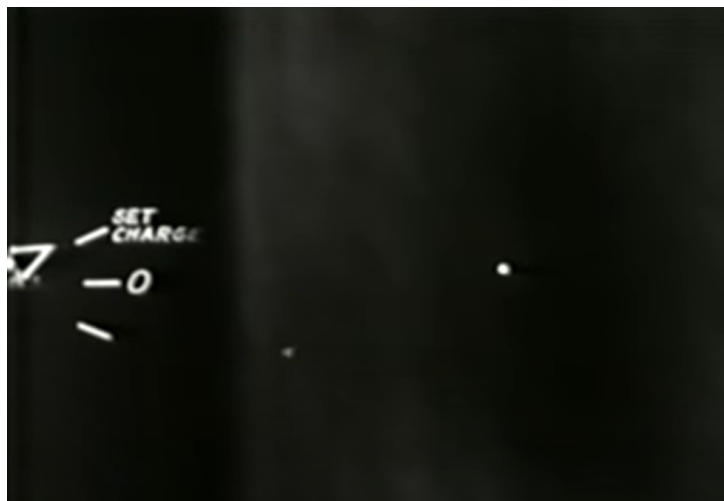
Abbiamo utilizzato un condensatore, e su una armatura del condensatore vi era un foro con un cilindro, il quale serviva per mostrare, con l'uso di un microscopio, l'interno delle armature. Inizialmente misuriamo la distanza tra le due armature con una cala graduata, la quale distanza è pari a 3,1 mm.



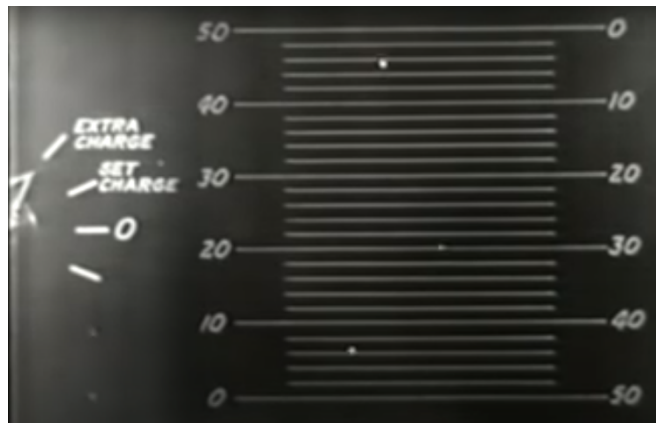
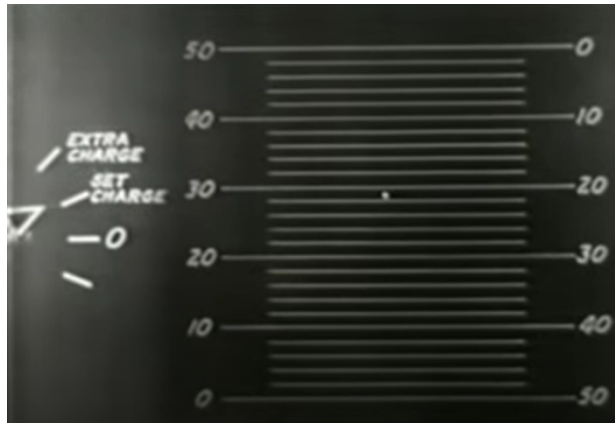
Abbiamo puntato il microscopio sul condensatore e controllato con precisione il campo visivo del microscopio inserendo una scala graduata nel foro del cilindro, il quale misurava 1 mm. Successivamente, abbiamo ricollocato il cilindro e abbiamo utilizzato le setole (bagnate) di uno spazzolino per far cadere particelle d'acqua. Mentre stavano cadendo tra le due armature, abbiamo caricato le armature per far rallentare le particelle. Abbiamo caricato le armature sfruttando delle batterie.



Si osservano la formazione di due gruppi di particelle: uno attratto da una delle armature e l'altro respinto, viceversa se consideriamo l'altra armatura. Passando poi alle sferette, di diametro $1,8 \mu\text{m}$ e con una forza peso di $2,8 \times 10^{-14} \text{ N}$, si utilizza un aerostato per spostarle fino a trovare la carica di equilibrio cioè, quando le particelle rimangono ferme (per cui quando la forza elettrica è pari alla forza di attrazione gravitazionale). Si segna il punto e si applicano tre batterie per questa carica specifica.

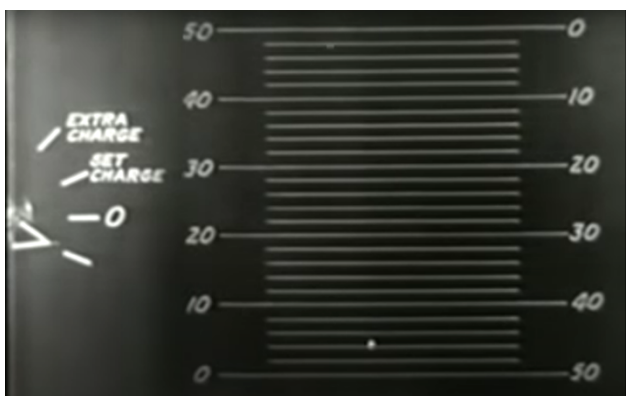
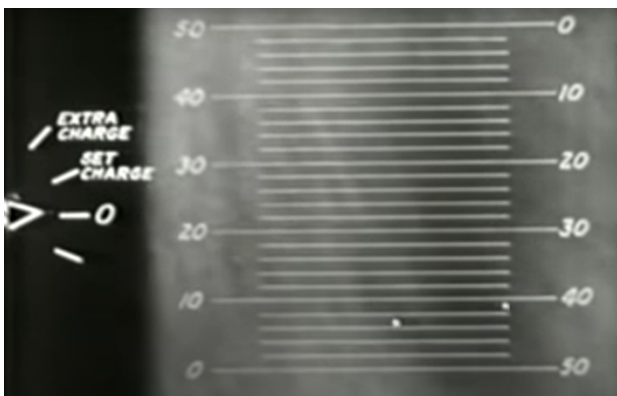


Senza carica, la particella cade per gravità a una velocità costante. Aggiungendo una batteria, si osserva un aumento della carica, notando che la particella si solleva grazie a una forza efficace addizionale. A questo punto cerchiamo di controllare che la relazione (4.3) sia valida. Posizionando sullo sfondo un reticolo, possiamo misurare la velocità di una particella (prendendo come unità di spazio la distanza tra una tacca e l'altra del reticolo; in particolare tutte le tacche del reticolo attraversate da una particella in 5 secondi). Mantenendo la sfera nel campo visibile del microscopio, la particella viene fatta cadere, e viene misurata la sua velocità. Caricando le due armature portiamo la particella ad uno stato di equilibrio e, con l'aiuto di un commutatore, si inverte la carica: essendo allo stato di equilibrio la forza di gravità è pari a quella elettrica, se inverto la carica, il segno della forza cambia, per cui la forza di gravità si somma con quella elettrica. La forza elettrica e quella di gravità, in questo specifico caso, sono uguali (sia in modulo, che in direzione, che in verso) per cui, se sommate, la forza risultante è pari al doppio delle due forze prese singolarmente; possiamo quindi controllare se raddoppiando la forza, si raddoppia la velocità, cioè se la relazione (4.3) viene rispettata.



Lasciando la particella libera di cadere, abbiamo ottenuto le seguenti misurazioni: 23 sezioni attraversate nella prima prova e 24 nella seconda. Provando con il doppio della forza, abbiamo osservato che la particella ha attraversato per due volte 48 sezioni. Si nota che la velocità raddoppia al raddoppiare della carica. Per cui la relazione (4.3) è valida.

Successivamente, inserendo un tubo a raggi X tra le due armature per ionizzare le particelle e invertire la loro carica, le misurazioni sono prese considerando il tempo di salita. Possiamo osservare come varia la velocità, e quindi la forza al variare della carica. Le prime prove mostrano 12 divisioni, 22 divisioni, 46 divisioni, 34 divisioni, 13 divisioni e infine 11 divisioni.

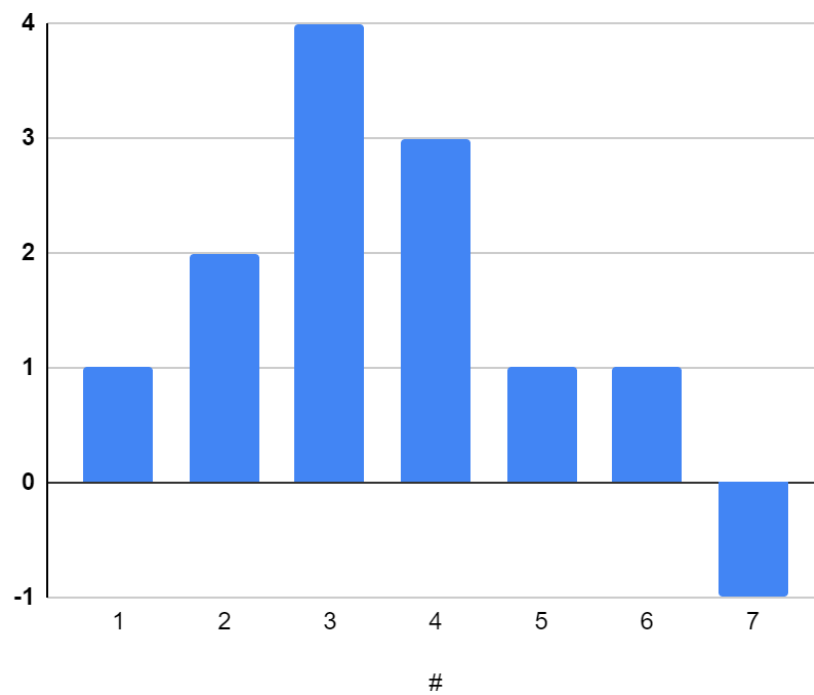


Si nota che la quinta e la sesta serie hanno la stessa carica. Diminuendo la carica rispetto a quella di equilibrio, si lascia scendere la particella e si osserva che nella settima prova scende di 12 divisioni. Nell'ottava prova, la forza elettrica esercitata dalla sferetta non è più in grado di tenerla in equilibrio e quindi cade.

In seguito, si ottengono dati per la creazione di un grafico basato su queste misurazioni.

Dati:

#	tacche/5 s	quanti
1	12	1
2	22	2
3	46	4
4	34	3
5	13	1
6	11	1
7	-12	-1

**Calcoli:**

Inseriamo nuovamente i dati che abbiamo scritto all'interno dell'esecuzione dell'esperienza.

$$d = 1,8 \mu m$$

$$r = 900 \text{ nm}$$

I quali dati sono rispettivamente il diametro ed il raggio delle sferette.

$$d' = 3,1 \text{ mm}$$

Che sarebbe la distanza tra le due armature.

$$P = 2,8 \times 10^{-14} \text{ N}$$

Che è il peso delle sferette, e corrisponde alla forza elettrica delle sferette quando erano in sospensione. Introduciamo ora la differenza di potenziale elettrico, supponendolo di 300V. Essendo in un campo uniforme (perché siamo tra le due armature di un condensatore), possiamo riscrivere la (3.13):

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{300 \text{ V}}{0,0031 \text{ m}} = 96774 \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

All'inizio vi erano due quanti di carica, per cui la carica di riferimento non è P, ma $\frac{P}{2}$. Inoltre, riscriviamo la (2.3) come:

$$q = \frac{F}{E} = \frac{P}{2E} = \frac{2,8 \times 10^{-14} \text{ N}}{2 \times 96774 \frac{\text{V}}{\text{m}}} = 1,45 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Questo sarebbe il quanto fondamentale, che corrisponde a quello dell'elettrone. La carica dell'elettrone calcolata con strumenti più precisi è:

$$q_e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Calcoliamo lo scarto percentuale (quando lo scarto percentuale è inferiore al 20% l'esperimento è riuscito, se è superiore al 20% l'esperimento non è riuscito):

:

$$\text{Scarto}\% = \frac{A-B}{A} \times 100 = \frac{1,6-1,45}{1,6} \times 100 = 9,38\%$$

Conclusioni:

Essendo lo scarto percentuale minore del 20% possiamo considerare l'esperimento riuscito. Di conseguenza abbiamo dimostrato che esiste una carica più piccola rispetto alle altre, e che questa è proprio la carica dell'elettrone.