

Piantanida Simone 1°G

Scopo dell'esperienza: Misura di grandezze vettoriali

Materiale utilizzato: Telaio (carrucole, supporto, filo), pesi, goniometro o foglio con goniometro stampato, righello

Premessa teorica:

Il telaio è una costruzione usata in fisica per studiare le forze vettoriali. È costituito da un supporto con base rettangolare su cui sono montate due carrucole che sorreggono un filo le cui estremità si concludono con un anello; il filo ha anche un nodo al centro che funge come terzo anello.

Su questi tre anelli vengono appese delle masse che, muovendo il filo, formeranno degli angoli facilmente misurabili grazie al goniometro appeso dietro il filo.

Il filo è un corpo filiforme, generalmente sottile, a sezione cilindrica e diametro costante, che ha solitamente le caratteristiche meccaniche di inestensibilità e di flessibilità.

Il goniometro o disco goniometrico è uno strumento per la misurazione degli angoli. Nella tipologia più semplice è costituito da un cerchio (o un semicerchio) con la circonferenza graduata e un puntatore sul centro di quest'ultima. Centrando il puntatore sull'origine dell'angolo, e facendo coincidere lo zero della gradazione su un lato, si può rilevare il valore dell'angolo leggendo la posizione dell'altro lato lungo la circonferenza graduata.

Nozioni Teoriche:

In fisica, un vettore è un elemento geometrico rappresentato da un segmento orientato, munito cioè di una freccia in una delle sue estremità, e caratterizzato da quattro elementi:

- modulo: rappresenta la lunghezza del vettore;
- direzione: è individuata dal fascio di rette parallele alla retta su cui giace il vettore;
- verso: il verso è descritto dalla punta e dalla coda del vettore stesso, rappresentato da un segmento orientato;
- punto di applicazione: il punto antecedente a tutti gli altri, ossia il punto iniziale.

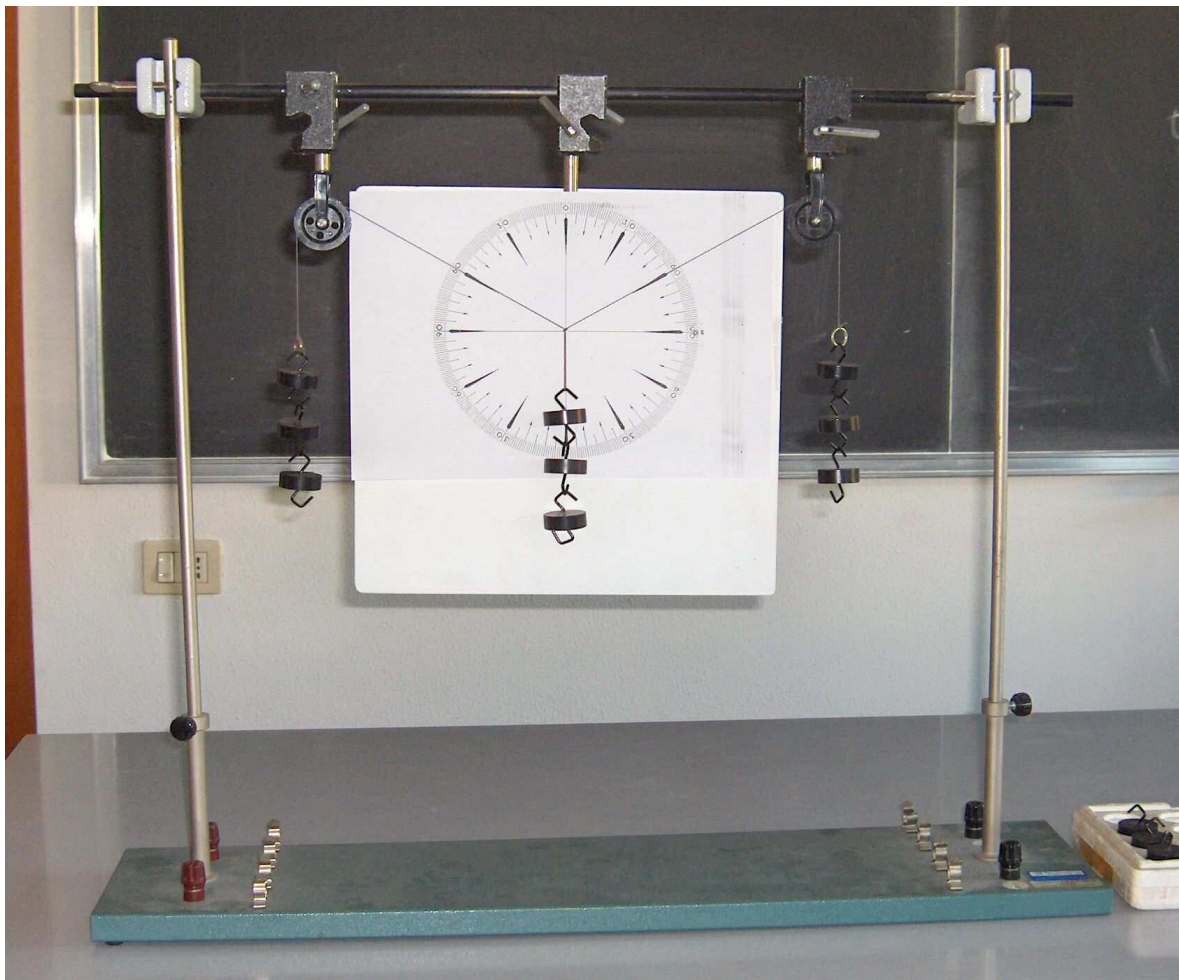


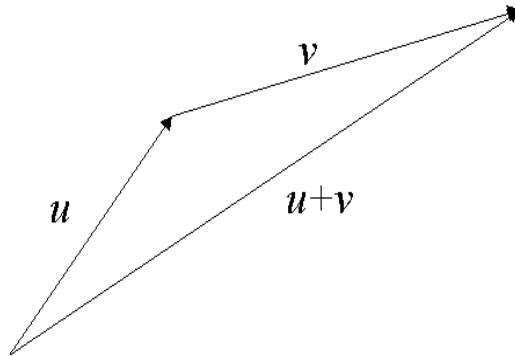
Illustrazione 1: Telaio

Un insieme di più vettori dà origine a un sistema di forze; un sistema di forze è in equilibrio quando la somma dei suoi vettori è 0 cioè si annullano a vicenda.

Esistono diverse operazioni possibili con i vettori.

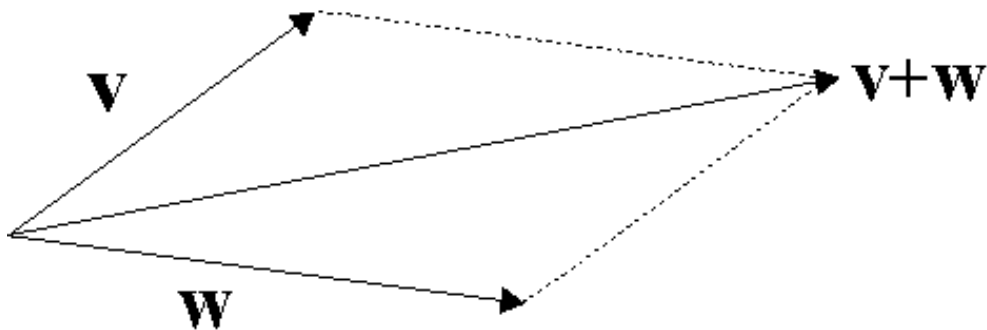
- Regola del triangolo

La somma di due vettori u e v si ottiene congiungendo la coda del segmento u con la punta del segmento v



- Regola del parallelogramma (o parallelogramma delle forze)

La somma di due vettori v e w è la diagonale del parallelogramma formato dai due vettori.



Il risultato di questa somma è ancora un vettore ma che può non avere lunghezza; due vettori che hanno la stessa direzione lo stesso modulo ma verso diverso infatti si definiscono opposti e la loro somma è uguale a 0.

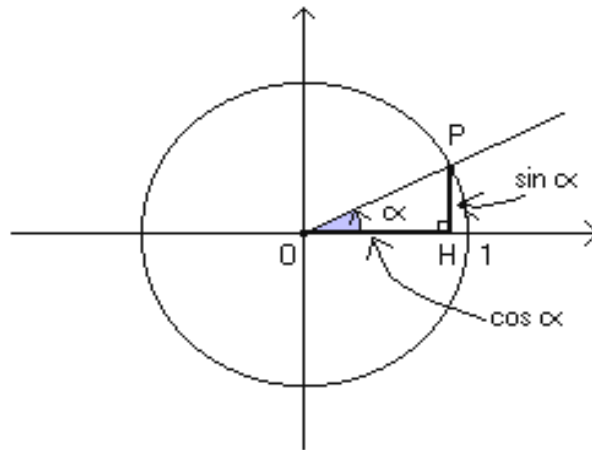
La definizione di opposto di un vettore permette di definire la differenza tra due vettori $a - b$ come somma di a con l'opposto di b .

- Calcolo delle componenti

Per spiegare il calcolo delle componenti bisogna introdurre i termini matematici del seno e del coseno.

Considerando un piano cartesiano costruiamo una circonferenza con centro "o" (origine) e di raggio 1. Considerando P un punto sulla circonferenza con relativo raggio chiamiamo α l'angolo formato dal raggio di P con la parte positiva dell'asse delle x. Consideriamo ora

l'ordinata PH del punto P: si definisce seno ($\sin \alpha$) di α il rapporto fra l'ordinata di P e il suo raggio. Si definisce coseno ($\cos \alpha$) invece il rapporto fra l'ascissa del punto P e del suo raggio.



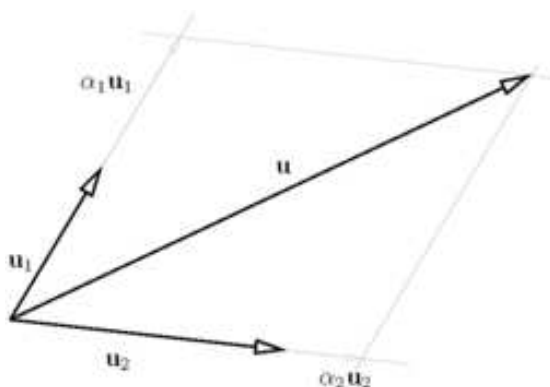
A seconda dell'ampiezza dell'angolo α i valori di seno e coseno possono variare.

α	$\text{Cos } \alpha$	$\text{Sin } \alpha$
0°	1	0
90°	0	1
180°	-1	0
270°	0	-1
360°	1	0

Dalle definizioni di seno e coseno deriva il teorema di Al-Tusi:
 In un triangolo rettangolo un cateto è uguale all'ipotenusa per il coseno dell'angolo ad esso adiacente oppure all'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto.
 Questo teorema è molto utile perchè consente di calcolare il valore dei vettori.

- Scomposizione di un vettore

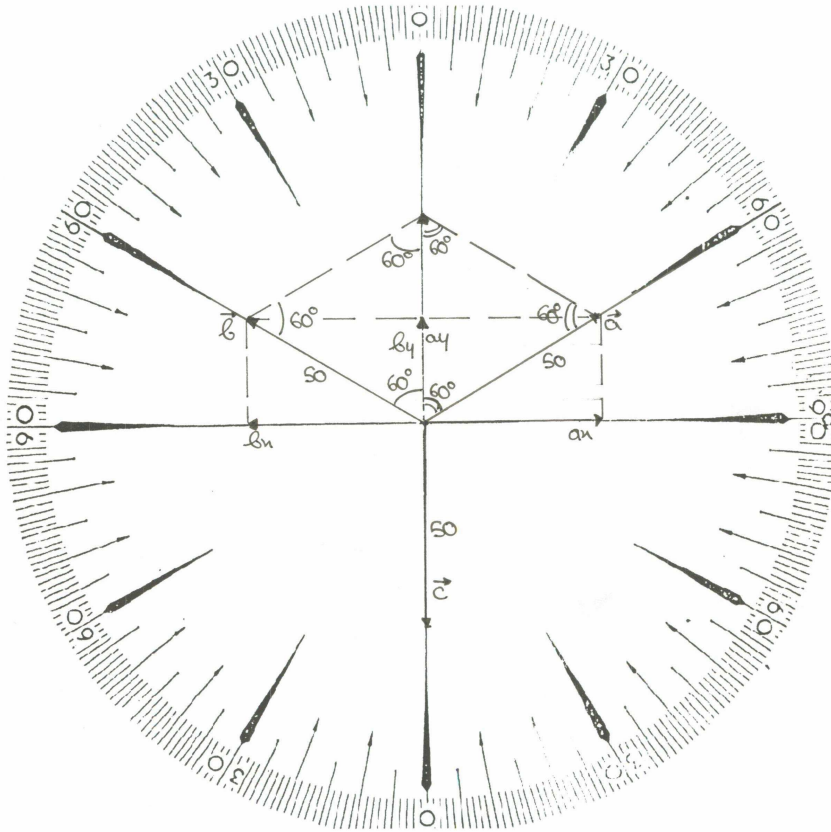
Un'altra operazione importante per quelle che sono le applicazioni alla fisica è la scomposizione di vettori rispetto a due assi. Noi ci limiteremo in questa sezione alla scomposizione di un vettore rispetto a due assi perpendicolari tra loro, ad esempio i due assi cartesiani x e y. La scomposizione di un vettore è l'operazione inversa rispetto alla somma: assegnato un vettore, si tratta di trovare due vettori, uno di direzione orizzontale e l'altro verticale, la cui somma riproduca il vettore di partenza. La procedura che dobbiamo seguire è quella della proiezione geometrica del vettore lungo gli assi: partendo dalla punta del vettore dobbiamo tracciare una linea orizzontale e una linea verticale come nella figura sottostante. Queste due linee intersecano gli assi cartesiani in due punti, che diventano le punte dei due vettori richiesti.



Scomposizione del vettore u

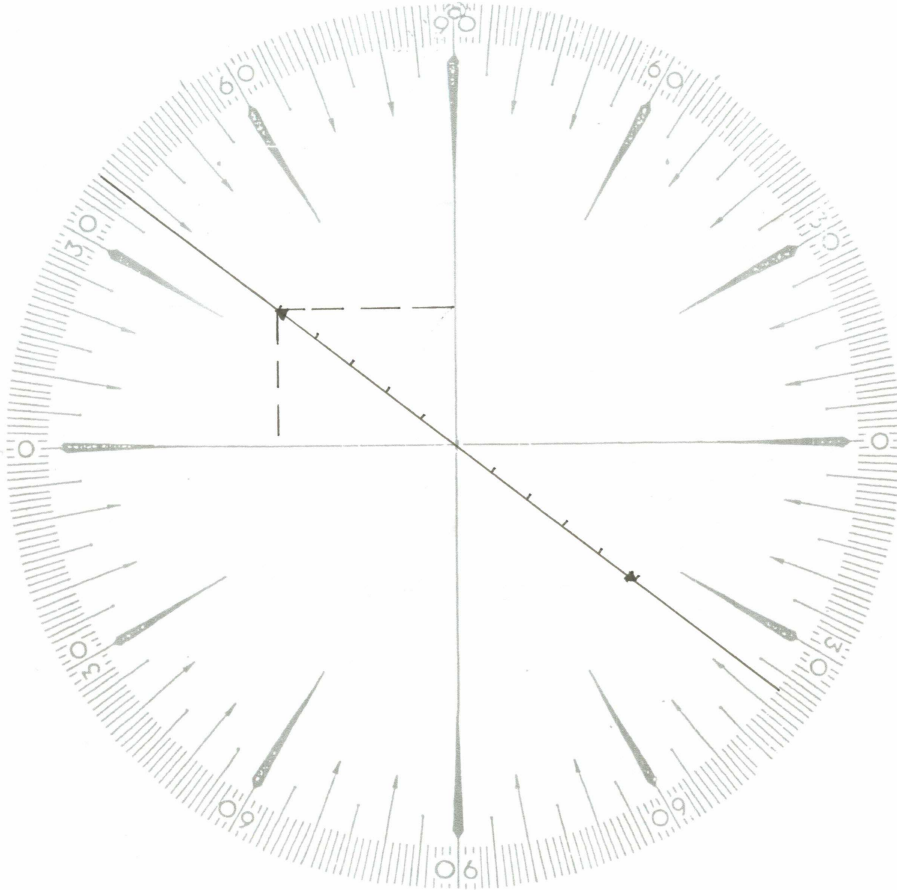
Esecuzione dell'esperienza

- Agganciare alle 2 carrucole e al nodo al centro del filo, 3 pesi tutti con la stessa massa (50g)
- posizionare il centro del goniometro dietro al nodo del filo
- ricalcare sul goniometro i fili
- osservare gli angoli formati dal filo
- misurare la lunghezza dei moduli dei vettori



Come possiamo notare gli angoli formati dal filo sono tutti di 120° . Inoltre facendo la somma delle lunghezze dei due vettori (costruendo il parallelogramma delle forze) che vanno verso l'altro si ottiene un valore che equivale alla lunghezza del vettore che va verso il basso; ciò ci dimostra che questo sistema di forze è in equilibrio.

- Agganciare alle 2 carrucole un peso da 40g e uno da 30g e al nodo al centro del filo, un peso da 50g
- posizionare il centro del goniometro dietro al nodo del filo
- ricalcare sul goniometro i fili
- osservare gli angoli formati dal filo
- misurare la lunghezza dei moduli dei vettori

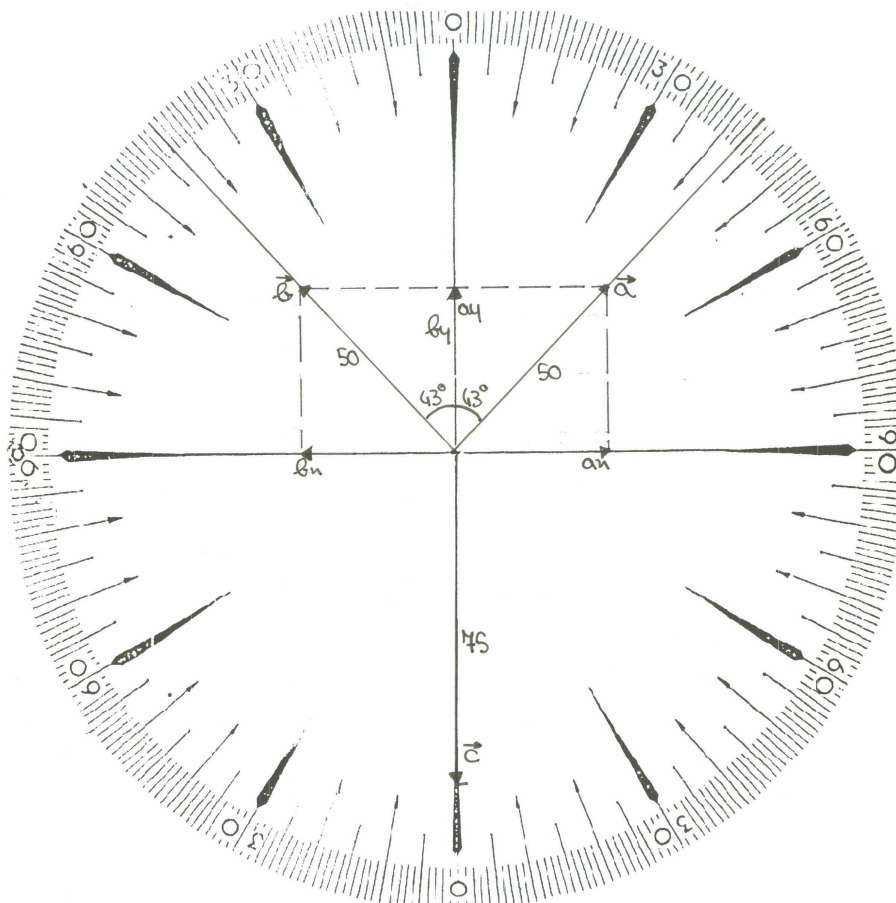


Come possiamo osservare l'angolo che si viene a formare è un angolo di 90° .
 Ciò dimostra che i pesi da 30g ,40g e 50g formano una **terna pitagorica**.
 Applicando infatti il teorema di Pitagora si nota che:

- $\sqrt{(30)^2+(40)^2}=50$
- $\sqrt{(50)^2-(30)^2}=40$
- $\sqrt{(50)^2-(40)^2}=30$

La terna pitagorica implica anche che il sistema è in equilibrio.

- Agganciare alle 2 carrucole due pesi congruenti (50g), e al nodo al centro del filo un peso di 75g
- posizionare il centro del goniometro dietro al nodo del filo
- ricalcare sul goniometro i fili
- osservare gli angoli formati dal filo
- misurare la lunghezza dei moduli dei vettori



Ora, dopo aver misurato gli angoli possiamo applicare il teorema di Al-Tusi.

Prendiamo ad esempio il vettore **b** che misura 5; possiamo considerarlo come l'ipotenusa del triangolo formato da **b**, **by** e dalla **proiezione di b su by** (che misura 3,5).

Applicando le regole di seno e coseno moltiplichiamo l'ipotenusa **b** per il **coseno dell'angolo di 43°** per trovare **by**:

$$=5,000 * (\cos\alpha 43) =$$

$$=5,000 * 3,656 = 3,7$$

3,7 misura confermata dal righello.

Inoltre facendo la somma (col parallelogramma delle forze) dei due vettori che vanno verso l'alto che misurano 5 si ottiene 7,5 che è la stessa misura del vettore che punta verso il basso. Il sistema di forze è in equilibrio

Conclusione: Abbiamo dimostrato che un sistema di forze è in equilibrio quando la somma delle sue forze è 0 e che il teorema di Al-Tusi è vero.