

ENERGIA MECCANICA

Scopo:

Verifica sperimentale del principio di conservazione dell'energia meccanica totale

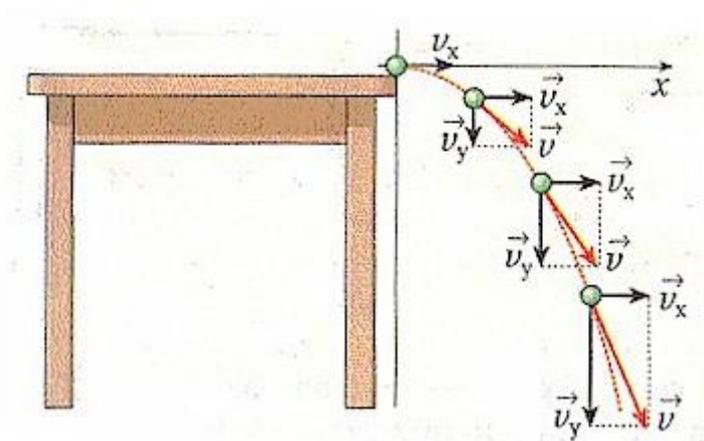
Materiale:

- treppiede con morsa
- asta millimetrata
- treppiede senza morsa con due masse da 5 kg
- pallina
- carta carbone

Premessa teorica:

Il moto parabolico è il moto descritto da un proiettile lanciato in direzione orizzontale oppure da un proiettile lanciato da terra verso l'alto, inclinato rispetto alla verticale.

Nel primo caso possiamo usare una biglia di vetro lanciata ad una certa velocità su una superficie orizzontale, ad esempio un tavolo; arrivata al bordo del tavolo la pallina cade, descrivendo una traiettoria parabolica.



Come vediamo dal disegno, il moto parabolico del proiettile deriva dalla composizione di due moti: il moto orizzontale rettilineo uniforme, che la pallina mantiene per inerzia, e il moto verticale uniformemente accelerato, di caduta libera.

La velocità di caduta aumenta mano a mano che la pallina si avvicina al suolo (a causa della forza di gravità), mentre il moto orizzontale della biglia resta costante.

Per ottenere la traiettoria del moto occorre conoscere la posizione del corpo in ogni istante, sapendo che la sua posizione lungo l'asse x si trova utilizzando la legge del moto rettilineo uniforme:

$$x = v_x \cdot t \quad (\text{ovvero} \quad s = v \cdot t)$$

dove x è lo spazio percorso, v_x la velocità e t il tempo

Se invece consideriamo l'asse y, per individuare la posizione la posizione del corpo possiamo utilizzare la legge del moto di caduta:

$$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

ricavando t dalla formula $x = v_x \cdot t$ otteniamo $t = \frac{x}{v_x}$;

sostituendo il suo valore nella formula del moto di caduta libera otteniamo la legge del moto circolare:

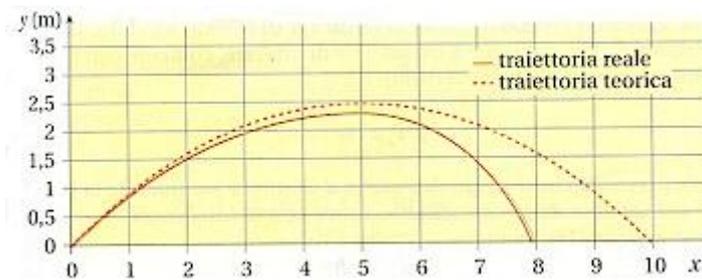
$$y = \frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v_x^2} + v_y \cdot \frac{x}{v_x}$$

Nel caso del proiettile lanciato da terra verso l'alto invece, possiamo dimostrare, con un analogo ragionamento, che un corpo lanciato con un'inclinazione rispetto alla verticale disegna una traiettoria parabolica.

Essendo la velocità inerziale del proiettile e le componenti cartesiane, otteniamo un moto orizzontale rettilineo e uniforme.

In verticale, lungo l'asse y, il moto del proiettile sarà uniformemente accelerato verso il basso, con accelerazione pari a quella di gravità.

Nella realtà però non si ottiene una parabola perfetta, perchè il moto, soprattutto quello orizzontale, è frenato dall'attrito dell'aria.



Un corpo in un campo gravitazionale (conservativo) è dotato di una certa energia potenziale dipendente unicamente dall'altezza rispetto ad un punto di riferimento. Se lo lasciamo libero, in assenza di forze dissipative come l'attrito con l'aria, l'energia potenziale iniziale, a mano a mano che cade, si trasforma in energia cinetica (cresce la velocità) mentre la somma delle due energie rimane la stessa. Chiamando $h(t) = h$ e $v(t) = v$ rispettivamente la quota rispetto ad un riferimento fisso e la velocità di un corpo all'istante t , e $h(0) = h_0$ e $v(0) = v_0$ le stesse quantità all'istante iniziale $t=0$, abbiamo:

$$\Delta T = -\Delta U$$

ovvero

$$\frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = -mg(h - h_0)$$

che possiamo scrivere come

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0.$$

Il primo membro della precedente esprime l'energia meccanica totale $T + U$ del sistema al tempo t , che è costante ed uguale all'energia meccanica $(T + U)_0$ del sistema all'istante $t=0$. Quindi:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = (T + U)(t) = (T + U)_0 \quad (= \text{cost.})$$

Alla fine della caduta, quando il corpo urta il pavimento ed è di nuovo fermo, l'energia cinetica è nuovamente nulla, e poiché anche l'energia potenziale è diminuita, concludiamo che in questo evento l'energia meccanica si sia dissipata.

Svolgimento:

- 1) Utilizzo i treppiedi per creare un sistema di lancio. La giuda ha quindi una parte orizzontale e una parte verticale.
- 2) Poggio un foglio di carta carbone a circa 20-30 cm dal tavolo su cui poggia il sistema di lancio.
- 3) Faccio scivolare la pallina dall'alto del sistema di lancio.

4) Determiniamo la velocità in v_2 usando la carta carbone:

quando la pallina esce dalla guida ha moto parabolico, misuro quindi l'altezza e la gittata

5) Misuro la gittata usando il segno che lascia la pallina una volta caduta sulla carta carbone.

6) Eseguo il procedimento per un'altra volta.

7) Faccio la media delle due gittate misurate.

8) Misuro con l'asta millimetrata h , h_1 e h_2 .

9) Calcolo con le seguenti formule la velocità della pallina in b usando la media delle gittate.

$$\{x = vb \times t \quad \text{MRU} \quad \}$$

$$\{y = \frac{1}{2}g \times t^2 \quad \text{MRUA} \quad \}$$

$$t = \frac{x}{vb}$$

$$y = \frac{1}{2}g \times \frac{x}{vb^2} = \frac{g}{2vb^2}x$$

$$y = h$$

$$h = \frac{g}{2vb^2} \times G^2$$

$$vb = \sqrt{\frac{g \times G^2}{2h}}$$

10) Scrivo l'equazione dell'energia in A e dell'energia in B.

$$E_a = E_b$$

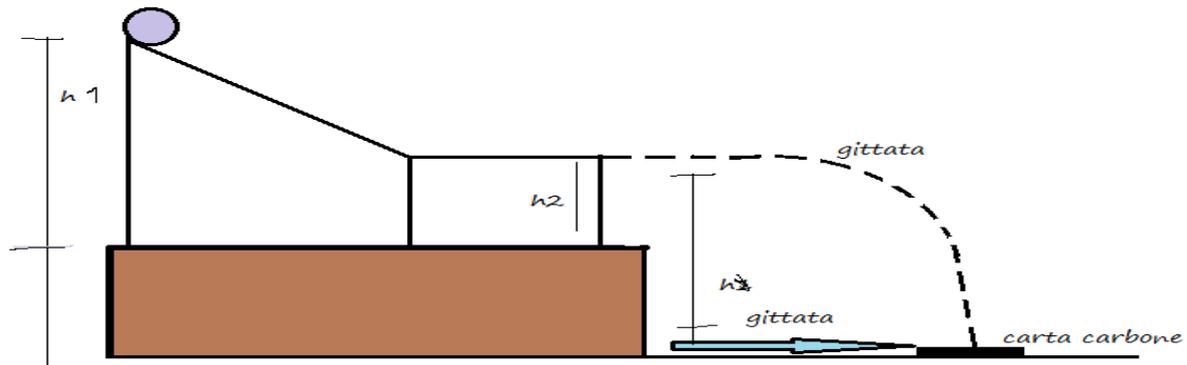
$$E_{c_a} + E_{p_a} = E_{c_b} + E_{p_b}$$

$$mgh_1 = \frac{1}{2} \times mvb^2 + mgh_2$$

$$gh_1 = \frac{1}{2} \times vb^2 + gh_2$$

11) Calcolo lo scarto percentuale.

$$\text{scarto}\% = \frac{M - m}{M} \times 100$$

**Dati:**

$$h_2 = 359 \text{ mm}$$

$$h_1 = 800 \text{ mm}$$

$$h = 1037 \text{ mm}$$

$$G_1 = 1068 + 29$$

$$G_2 = 1068 + 29$$

$$G = G_1 + G_2 = 1068 + 19 + 1068 + 29$$

Calcoli:

$$G_1 = 1068 + 29$$

$$G_2 = 1068 + 29$$

$$G = 1068 + 29 + 1068 + 29 = 1097 \text{ mm} = 1,09 \text{ m}$$

$$vb = \sqrt{\frac{g \times G^2}{2h}} = \sqrt{\frac{9,8 \times 1,20}{2 \times 0,8}} = \sqrt{7,37} = 2,71 \text{ m/s}$$

$$gh_1 = \frac{1}{2} \times vb^2 + gh_2$$

$$9,8 \times 0,8 = \frac{1}{2} \times 7,37 + 9,8 \times 1,04$$

$$7,84 = 7,11$$

$$\text{scarto}\% = \frac{M - m}{M} \times 100 = \frac{7,84 - 7,11}{7,84} \times 100 = 8\%$$

Osservazioni e conclusioni:

Possiamo considerare l'esperienza riuscita, in quanto nonostante l'alto tasso di errore determinato dall'attrito radente, lo scarto percentuale è dell'8% e quindi basso.

Osservando anche l'equazione $7,84 = 7,11$ abbiamo dimostrato come l'energia meccanica totale si conservi.