

**LICEO SCIENTIFICO LEONARDO DA VINCI DI GALLARATE**

**LICEO SCIENTIFICO DELLE SCIENZE APPLICATE**

**Sezione A**

**LA BELLEZZA  
NELL'IMPERFEZIONE**

**ASIMMETRIE**

**Giacomo Lorenzon**

**ESAME DI STATO ANNO SCOLASTICO 2017/2018**

## Indice

PREMESSA	3
1. “CON MISURA”	5
1.1 Uno strumento interpretativo e conoscitivo	5
1.2 L’armonia è questione di numeri	6
1.3 Trasformazioni e simmetrie	7
1.4 Variazioni Goldberg	8
2. INTRODUZIONE AL CONCETTO DI SIMMETRIA	10
2.1 Simmetrie e gruppi	10
2.2 Simmetrie continue e discrete	10
2.3 Leggi simmetriche	11
3. SIMMETRIA NEL MONDO FISICO	12
3.1 Teorema di Emmy Noether	12
3.2 Classi notevoli di trasformazioni	12
3.3 Validità incrollabile	13
3.4 Rottura spontanea di simmetria	14
4. SIMMETRIE C, P, T	15
5. PRIVILEGI NATURALI	15
5.1 C, P, T violati	15
5.2 Assoluto	16
6. ASIMMETRIE: ANTIMATERIA E MESONI	16
6.1 Antiparticelle	16
6.2 Asimmetria barionica	17
6.3 Mesoni	18
6.4 Asimmetria tra mesoni	18
6.5 Mesoni K	19
6.6 Mesoni B	20
7. UNO SGUARDO DALLA CHIMICA	21
7.1 Enantiomeri e chiralità	21
7.2 Attività ottica	21
7.3 Reattività	22
7.4 Diastereoisomeri	22
7.5 Composti meso	23
7.6 Chiralità a livello molecolare	23
7.7 Possibile origine della chiralità	24
8. CONCLUSIONI	24
BIBLIOGRAFIA	25

## **Premessa**

Al termine di questo ciclo di studi, da uno studente ci si aspettano maturità e abilità tecniche sufficienti per condurre con consapevolezza uno studio che approfondisca argomenti e temi altrimenti ignorati tra i banchi di scuola. Fondamentale, non solo in una ricerca, è l'atteggiamento critico con cui ci si pone davanti alla molteplicità di informazioni oggi disponibili: sapersi informare, saper scegliere, saper argomentare sono le prerogative essenziali per poter un domani mantenere un'autonomia di pensiero. La tesina non è quindi solo occasione di approfondimento di un argomento particolare, bensì momento di conoscenza di sé, di sintesi di un ciclo di studi, di conclusione di un ciclo di vita.

Il mio elaborato cerca di esprimere un approccio multidisciplinare caro ad una persona curiosa quale ritengo di essere, coinvolgendo, oltre alle materie scientifiche, anche il campo della musica di cui sono estimatore, in quanto appassionato esecutore del pianoforte. Il suo concepimento è nato in seguito al convegno Romanae Disputationes 2018 e agli stimoli offerti dal Campus INFN (Istituto Nazionale di Fisica Nucleare) a Bardonecchia, dalla Masterclass all'Università degli Studi di Pavia e dalle Lezioni Lincee al Politecnico di Milano.

Convinto di una razionalità che si dispiega nel reale, ho voluto approfondire uno dei temi, a mio avviso, più affascinanti della fisica: una teoria che è strumento descrittivo per una infinità di fenomeni e, allo stesso tempo, è anticipatrice di nuovi, mai osservati. La simmetria è uno strumento così potente da arrivare ad abbracciare l'assoluto, sfiorandone la sua comprensione più intima. Più si indaga, tuttavia, più ci si accorge che una struttura perfetta e compiuta come la simmetria, ideata nel nostro pensiero, non trova veri e completi riscontri in natura: sono infatti eccezioni i casi in cui la simmetria è rispettata. L'aspetto estetico, che ritroviamo nell'arte (e non solo), è quindi anche accompagnato da una riflessione gnoseologica che, prima attrae, poi guida nella scoperta della possibile trama matematica della natura: uno schematismo che, fino ad ora, ben si lascia descrivere dal Numero e dalle sue relazioni, ma che conserva un fascino misterioso, la rottura della simmetria. Essa apre un varco alla possibilità, non congela deterministicamente e necessariamente tutta la realtà. È una legge che, tramite le sue applicazioni e le risposte ad essa, potenzialmente riconduce a sé tutte le altre: una sola legge per tutto il molteplice di cui facciamo esperienza.

– Che fai? – mia moglie mi domandò, vedendomi insolitamente indugiare davanti allo specchio.  
– Niente, – le risposi, – mi guardo qua, dentro il naso, in questa narice.  
Premendo, avverto un certo dolorino. Mia moglie sorrise e disse: – Credevo ti guardassi da che parte ti pende.  
Mi voltai come un cane a cui qualcuno avesse pestato la coda: – Mi pende? A me? Il naso? E mia moglie,  
placidamente: – Ma sí, caro. Guàdatelo bene: ti pende verso destra.  
[...]  
La scoperta improvvisa e inattesa di quel difetto mi stizzí come un immeritato castigo.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Pirandello L. *Uno nessuno centomila*, 1926.

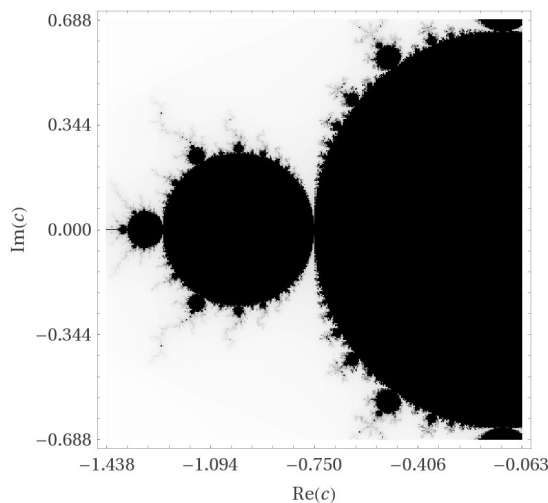
# 1. “Con misura”

## 1.1 Uno strumento interpretativo e conoscitivo

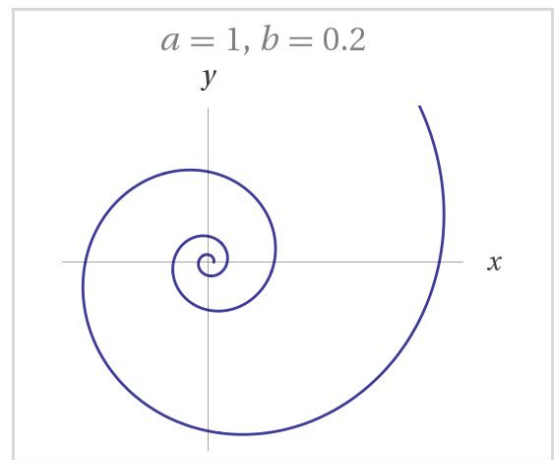
La simmetria riveste un ruolo fondamentale nella storia della conoscenza e, sebbene il suo senso ultimo ci sfugga irrimediabilmente, è evidente però il suo valore di strumento interpretativo della realtà. Se “altrove c’è l’altrove”<sup>2</sup>, a noi rimane solo possibile constatare come le scienze naturali, l’arte e persino il nostro quotidiano siano permeati dalla simmetria: una pura astrazione matematica che, tuttavia, sembra non essere limitata al solo mondo dei numeri.

Riprendendo l’etimologia del termine (dal greco *συμμετρία*, *σύν* «con» e *μέτρον* «misura»<sup>3</sup>), siamo immediatamente ricondotti all’idea di armonia e quindi, nota la lezione di Platone, di bellezza. Il filosofo greco giudica, infatti, “bello” il rapporto armonico fra parti, che può essere musicale così come scientifico, ma anche morale. Dirà poi Agostino che la bellezza è l’unità nella molteplicità, l’uno ideale che tiene insieme la complessità scomposta della materia. Il bello, dunque, non è altro che il segno della razionalità che è dentro le cose.

Il legame tra l’esperienza estetica e la simmetria è però più chiaro solo alla luce delle osservazioni di Plotino, rivolte al suo maestro: non è lecito pensare che il bello sia rapportabile solamente alla simmetria, poichè una simmetria, o un’armonia fra parti, presuppone delle parti e, dunque, se una cosa non ha parti non potrebbe essere definita bella<sup>4</sup>. La simmetria o l’armonia non sono dunque causa di bellezza, ne sono invece un sintomo. E’ bella la geometria perché crea un’esperienza simile a quella estetica: questa disciplina ci rende manifesta la ragione che vince sulla confusione degli oggetti materialmente più difficili<sup>5</sup>. Vitruvio nel suo *De Architectura*, 27 a.C., sottolinea come la bellezza di un’opera architettonica nasca dalla sua simmetria, intesa come “commensurabilità” delle singole parti che la costituiscono, stabilendo così una proporzione, un’armonia matematica in quanto due termini si possono dire commensurabili solo se multipli di una stessa grandezza. Particolari relazioni come la serie di Fibonacci, i frattali o ancora la sezione aurea sono strumenti matematici che fissano in leggi i rapporti che esistono in natura: esemplare in in tal senso è l’Uomo Vitruviano di Leonardo da Vinci.



$z_{n+1} = z_n^2 + c; z_0 = 0$   
Mandelbrot Set. Esempio di frattale generato con Wolfram Alpha



$x(t) = a e^{(bt)} \cos(t); y(t) = a e^{(bt)} \sin(t)$   
Esempio di spirale aurea. Generata con Wolfram Alpha

<sup>2</sup> Sorrentino P. *La grande bellezza*, Jep Gambardella.

<sup>3</sup> Treccani Enciclopedia Online, etimologia.

<sup>4</sup> Plotino. *Enneade* I, 6.

<sup>5</sup> Radice, Roberto. *La natura del bello nel platonismo greco classico*.

Il legame della percezione estetica con la fondazione dell'ontologia diventa quindi fondamentale per capire la potenza della simmetria: la sua valenza zetetica è stata capitale nella storia del pensiero così come nelle scienze e nell'arte.

Ogni presunzione scienziata, tuttavia, risulta inadeguata di fronte alla complessità della realtà che non si lascia inquadrare in uno schematismo perfetto: occorre saper accogliere quello scarto asimmetrico che rende reale ciò che è una costruzione ideale. Se la simmetria è uno strumento ermeneutico per autori come Dante o Escher, lo è anche per il mondo fisico e musicale che si lasciano piacevolmente accostare da tratti comuni, simmetrici. Tuttavia, come suggerito in Cézanne, la simmetria perfetta, rischia di diventare una chiave di lettura che irrigidisce il mondo: è la rottura della simmetria che, lasciando spazio ad una maggiore libertà, rende possibile il magnifico molteplice di cui facciamo esperienza, caratterizzando e indirizzando la ricerca estetico-speculativa delle scienze.



Cézanne P. *I giocatori di carte*, 1890 - 1895

## 1.2 L'armonia è questione di numeri

Trattando di numeri e rapporti armonici, è inevitabile parlare di musica e, in particolare, della musica di tradizione occidentale. Il nostro orecchio è abituato ad ascoltare note appartenenti alla scala temperata equabile, i cui suoni sono distinti per altezza  $f$  e per durata  $t$ . Entrambe sono grandezze discrete, multipli cioè di una grandezza fondamentale:

$$f_n = a^n f \quad \text{dove } a = 2^{1/12} \sim 1,059\dots$$

Si dice quindi intervallo musicale la distanza, in scala logaritmica, tra le frequenze di due suoni. L'intervallo di ottava, o multipli,  $2^n f$ , pone in relazione note così simili per l'orecchio che si è scelto di dare loro lo stesso nome. Segue che allora le note della scala temperata equabile sono 12.

Si definisce allora melodia una successione di suoni che, matematicamente, può essere rappresentata come una funzione che associa ad una frequenza  $f$  un tempo  $t$ . Quando due o più melodie sono sovrapposte, in prima approssimazione, per ottenere suoni consonanti occorre che due note simultanee siano multiple di una stessa fondamentale: questa relazione si chiama armonica. L'armonia è la disciplina che studia gli intervalli e i rapporti tra essi.

### 1.3 Trasformazioni e simmetrie

In matematica esistono tre tipi di trasformazioni isometriche: la traslazione, la riflessione e la rotazione. Esse hanno tutte il loro corrispettivo nei grafismi musicali, sia in altezza, sia nel tempo. Le combinazioni delle tre danno origine ad una varietà di trasformazioni<sup>6</sup>:

Trasformazione geometrica	Risultato musicale		
	Orizzontale	Verticale	Orizz. + Vert.
Traslazione	1.Ripetizione 2.Canone	Trasposizione	1.Ostinati 2.Canone alla 2 <sup>a</sup> , 4 <sup>a</sup> ...
Riflessione	Inversione	Retrogradazione	-
Rotazione (180°)	-	-	Inversione retrograda

*Ripetizione:* la ripetizione di una melodia o un frammento è la semplice riproduzione di un motivo nel tempo.



*Canone:* il canone è una struttura musicale in cui la melodia è riproposta da diverse voci simultaneamente ma trasposte nello spazio e nel tempo, garantendo però il corretto incastro tra le linee musicali. Se l'imitazione della prima voce è solamente traslata nel tempo si ha un canone all'unisono. Esempi di canone vanno dalla canzone per i bambini *Frère Jacques*, a componimenti di un virtuosismo assoluto come il suggestivo canone a 36 voci *Deo gratias* di Johannes Ockeghem.



*Trasposizione:* la trasformazione isometrica della traslazione verticale permette di ottenere la stessa melodia ma con un'intonazione più o meno acuta.



*Riflessione:* la riflessione rispetto all'asse verticale restituisce una melodia retrograda, una melodia cioè che ha una sequenza opposta all'originale: inizio e fine sono scambiati.

<sup>6</sup> Mondo matematico, *L'armonia è questione di numeri*, p. 71



La riflessione rispetto all'asse orizzontale, invece, restituisce una melodia inversa: le note sono ribaltate rispetto ad una frequenza scelta, mantenendo lo stesso intervallo di distanza.



*Rotazione*: una rotazione può semplicemente essere intesa come una doppia riflessione.



Combinazioni di queste trasformazioni danno origine ad un'infinità di possibilità. Continuando a leggere ci si accorgerà della straordinaria somiglianza tra queste trasformazioni e quelle del mondo della fisica delle particelle.

#### 1.4 Variazioni Goldberg

Le *Variazioni Goldberg* di J.S. Bach sono una magistrale antologia delle tecniche sopra brevemente illustrate.

In cattiva salute, il Conte<sup>7</sup> soffriva sovente d'insonnia, e Goldberg, che viveva in casa sua, doveva distrarlo, in simili occasioni, durante le ore notturne, suonando per lui in una stanza attigua alla sua. Una volta il Conte disse a Bach che gli sarebbe molto piaciuto avere da lui alcuni pezzi da far suonare al suo Goldberg, che fossero insieme delicati e spiritosi, così da poter distrarre le sue notti insonni. Bach concluse che il miglior modo di accontentare questo desiderio fosse scrivere Variazioni un genere che fino a allora aveva considerato con non grande favore, a causa dell'armonia di base, sempre uguale. Ma sotto le sue mani, anche queste Variazioni divennero modelli assolti dell'arte, come tutte le sue opere di questa epoca. Il Conte prese a chiamarle, da allora, le "sue" Variazioni. Non si stancò mai di ascoltarle, e per lungo tempo, quando gli capitava una notte insonne, chiamava: "Caro Goldberg, suonami un po' le mie Variazioni." Mai Bach fu ricompensato per un lavoro come per questo. Il Conte gli fece dono di un calice d'oro pieno di cento Luis d'or<sup>8</sup>.

Così Forkel, noto musicologo e biografo di Bach, descrive divertito la genesi delle *Variazioni Goldberg* datate fra il 1741 e il 1745.

L'opera è formalmente composta da un'Aria iniziale con basso ostinato a cui seguono 30 Variazioni, probabilmente sul modello della passacaglia<sup>9</sup>, chiuse dalla ripresa finale dell'aria. L'aria che precede le Variazioni è esemplare: il basso ostinato, un modulo ritmico che da sostegno alla melodia, accompagna tutta l'esecuzione. Su di esso si articola la melodia in 32 battute, 32 come le note del basso e così come 32 sono gli elementi dell'opera. Forte è inoltre la struttura dialettica che la melodia compone: microfasi si rispondono dando origine a quattro sezioni simmetriche di "domanda" e "risposta".

<sup>7</sup> Il conte di Dresda von Brühl presso il quale Goldberg era maestro di cappella.

<sup>8</sup> Forkel, IX, p. 51.

<sup>9</sup> La passacaglia era originariamente una danza spagnola in tempo ternario. Prevede una linea melodica enunciata in genere da sola che poi può fungere sia da basso, melodia o parte interna.



È bene non farsi trarre in inganno dal termine “variazioni” poiché ci si potrebbe aspettare un’opera che presenta un tema e, successivamente, trasformazioni armoniche o melodiche definite, come invece capita per esempio con le *Variazioni sopra di un tema di Paganini* di Brahms: le Variazioni in esame sono la proposizione di un basso che viene ripresentato costantemente in ogni variazione, come nella passacaglia<sup>10</sup>. Su questo basso dato viene costruita l’aria che, attraverso un percorso di tensioni, di botta e risposta, torna alla tonalità di impianto, definendo così i pilastri armonici, rispettati da tutte le successive Variazioni.

Tutte le Variazioni sono bipartite e, come l’aria, sono di 32 battute. La struttura dell’Aria si riflette quindi nella macrostruttura dell’opera intera che, sebbene pervasa da un certo gusto matematico, non si lascia inquadrare in una perfetta simmetria. La Variazione 16 è infatti di 48 battute, mentre la 3, la 9, la 21 e la 30 sono di 16. L’attenzione alla struttura e al numero è esplicita in Bach e, sebbene sia molto vicina alle moderne considerazioni di Mandelbrot<sup>11</sup>, è forse più accostabile al misticismo medievale dantesco.

Osserviamo, inoltre, che ogni 8 brani nella struttura dell’opera si trova una cesura, così come 8 sono le frasi dell’aria. L’ottavo brano è “al tempo di Giga”, cioè generalmente posto al tempo finale di danze. Il sedicesimo conclude la prima metà dell’opera e apre alla seconda, così come nell’aria alla sedicesima battuta si chiudeva la frase che tornava al ritornello. Queste considerazioni non sono peregrine: è infatti esplicita la scelta di Bach di inserire un’Overture. La cesura è sottolineata dal moto contrario con cui è costruita la XIV variazione.

La terza divisione dell’Aria è posta tra le battute 24 e 25, similmente la variazione 24 presenta una caratteristica importante: è un canone all’ottava, quindi all’unisono. Dopo l’Aria, infatti, Bach sceglie di inserire un canone ogni 3 Variazioni, allontanandosi ogni volta di più dalla nota di impianto. Se è vera l’equazione  $24 / 3 = 8$ , alla ventiquattresima Variazione l’intervallo formatosi sarà quello di un ottava.

L’Aria si ripropone dopo l’ultima Variazione dando così una struttura ciclica all’intera opera.

Le *Variazioni* ci offrono un perfetto esempio in cui il sapere teorico di un “calcolo aritmetico applicato all’invenzione canonica”<sup>12</sup> dà forma a una complessità che tuttavia rimane celata sotto un’estrema raffinatezza. Una “fantastica ora e mezza di musica che, dopo essersi inerpicata sulle pareti scagliese della matematica mensurale, del più impervio contrappunto, e tra gli strapiombi del virtuosismo più esigente, se ne viene fuori con la beceraggine tenerella delle canzonette popolari”<sup>13</sup>: cavoli e rape. L’ultima variazione, infatti, la numero 30, indicata da Bach come “Quodlibet”, ha nel basso due canzoni popolari: “Ich bin so lang nich bei dir gewest” (Sono stato per così tanto tempo lontano da te) e “Kraut und Rüben haben mich vertrieben” (Cavoli e rape mi hanno scacciato). L’origine del titolo è spiegata da Forkel: una volta all’anno la famiglia Bach si cimentava in un curioso gioco, detto appunto “Quodlibet”, dove canzoni popolari e corali venivano intonati contemporaneamente in modo tale da essere armonizzati. È quello che nel Medioevo veniva chiamato “mottetto politestuale”. Questa dialettica era sicuramente percepibile da un orecchio dell’epoca e il risultato non poteva non essere che un ascolto divertito e sorpreso e “quando, alla fine, dopo quella girandola di volate e diavolerie, l’Aria se ne torna fuori, con la sua gracilezza tenerezza, uguale a prima eppure maturata a forza e tutta pimpante dell’avventura appena trascorsa.”<sup>14</sup>

---

<sup>10</sup> Taluni argomentano invece che il modello di riferimento possa essere la ciaccona, formalmente molto simile alla passacaglia: un motivo per propendere per la seconda opzione sta nell’etimologia del termine “passare la strada”, con chiare allusioni cristologiche, care al compositore di Lipsia.

<sup>11</sup> Matematico polacco che studiò la geometria frattale. Sono strutture con omotetia interna: la sua forma, cioè, si ripete su scale diverse.

<sup>12</sup> Piero Buscaroli, *Bach*, p. 1001.

<sup>13</sup> Forkel, *ibid.*

<sup>14</sup> *ibid.*

## 2. Introduzione al concetto di simmetria

### 2.1 Simmetrie e gruppi

Il concetto moderno di simmetria, intesa non più come sola armonia fra le parti, proviene dalla matematica e, in particolare dalla teoria dei gruppi di trasformazioni.

Un insieme  $G$  si dice gruppo se su di esso è definita una legge  $\circ$  tale per cui:

- $\forall g_1, g_2 \in G, \exists g = g_1 \circ g_2 \in G$ ;
- è associativa  $\forall g_1, g_2, g_3 \in G, (g_1 \circ g_2) \circ g_3 = g_1 \circ (g_2 \circ g_3)$ ;
- $\exists$  elemento neutro  $e \in G \mid \forall g \in G, e \circ g = g \circ e = g$ ;
- $\forall g \in G, \exists g^{-1}$  detto inverso di  $g \mid g \circ g^{-1} = g^{-1} \circ g = e$ .

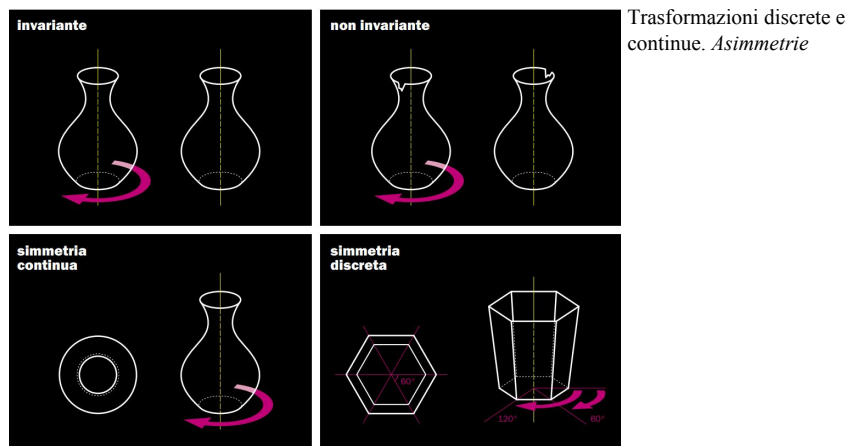
Le proprietà che fanno di un insieme di operazioni un gruppo sono quelle che definiscono una relazione di uguaglianza. I gruppi di simmetria sono, dunque, l'insieme di tutte le simmetrie che mandano un elemento in sé stesso.

### 2.2 Simmetrie continue e discrete

La simmetria, in ambito scientifico, è un potente strumento di indagine e descrizione. La sua importanza è ben espressa dalle parole di Steven Weinberg, fisico statunitense, che scrisse nel 1986: "At the Deepest level, all we find are symmetries and responses to symmetries."<sup>15</sup>

Introduciamo dunque il concetto di simmetria in fisica: la simmetria è una invarianza di un sistema fisico sottoposto ad un cambiamento, chiamato trasformazione di simmetria.

In altre parole, la simmetria si può definire come la corrispondenza che esiste tra due sistemi in un certo istante e in un certo luogo: uno stesso sistema, infatti, se confrontato in due istanti diversi, dopo aver applicato ad esso una trasformazione, si può dire simmetrico se mantiene le stesse caratteristiche di partenza e, in particolare, si dice invariante per la trasformazione applicata. Se invece la simmetria è violata, si dice che la simmetria è rotta.



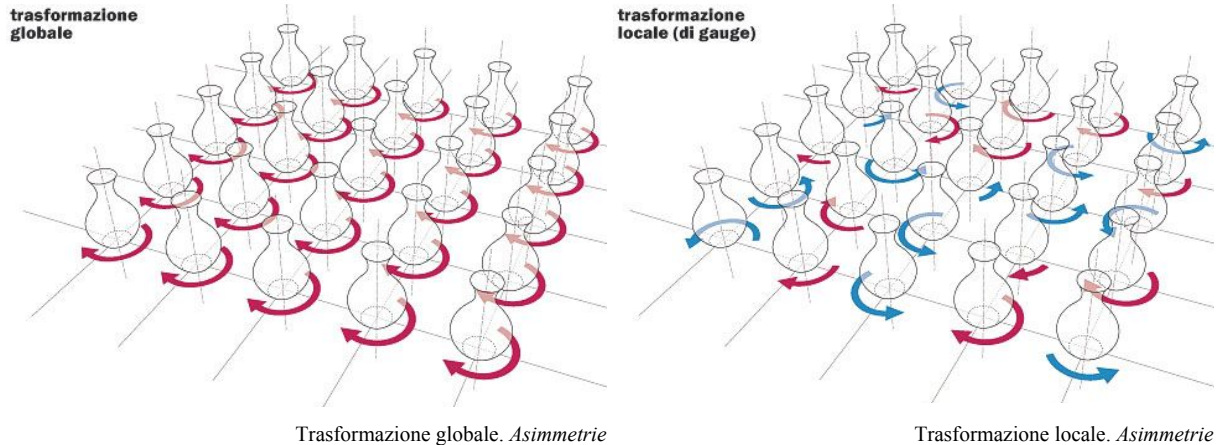
Riporto un esempio caro al nostro Istituto Nazionale di Fisica Nucleare per comprendere meglio il concetto di simmetria.

Consideriamo un vaso con superficie monocromatica e assolutamente levigata. Se ad esso applichiamo una rotazione attorno al suo asse, osserviamo che il vaso è invariante per questa trasformazione in

<sup>15</sup> Weinberg Steven, *Dirac Memorial lecture*, 1986.

quanto risulta indistinguibile prima e dopo la trasformazione. Se però il vaso presenta una decorazione o una crepa, la simmetria si rompe poiché allora si ci accorgeremo che è avvenuto un cambiamento.

Nel caso di un vaso a sezione circolare la simmetria è continua poiché per ogni valore di  $\theta$ , angolo di rotazione, la simmetria è conservata. Una simmetria si dice invece discreta quando, nel nostro caso, è valida solo per certi angoli di rotazione  $\theta$ , multipli di un valore  $\theta_k$  con  $k \in \mathbb{Z}$ . Rimanendo nell' analogia, immaginiamo di moltiplicare all'infinito i vasi e di applicare a tutti la stessa rotazione: questa trasformazione si dice globale. Se invece ruotiamo ogni vaso di un angolo differente, otteniamo sempre un "sistema vasi" invariante rispetto al precedente ma, questa volta, attraverso una trasformazione locale, o di gauge.



### 2.3 Leggi simmetriche

Se si applicano i principi di simmetria alle leggi fisiche, si ottengono invarianze rispetto a certe classi di trasformazioni. Celebre è il caso di Galileo: le sue trasformazioni stabiliscono come variano le coordinate spaziotemporali passando da un sistema di riferimento ad un altro, entrambi inerziali. Le leggi della meccanica classica si dicono dunque covarianti rispetto a traslazioni relative di moto rettilineo uniforme. Il principio di relatività galileiano è però solo un caso particolare di un principio di relatività ben più generale. A fine Ottocento, infatti, venne completata la teoria dell'elettromagnetismo della quale le quattro equazioni di Maxwell erano il perfetto compimento.

Da esse, tuttavia, sorgeva in modo naturale che la velocità delle onde elettromagnetiche nel vuoto era sempre la stessa, indipendentemente dalla velocità della sorgente. Questo significava che le equazioni di Maxwell non erano invarianti per le trasformazioni di Galileo. Esse permettono infatti di passare da un sistema  $S$  ad un altro  $S'$  con velocità  $v$  secondo le equazioni:

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ t' = t \end{cases}$$

Per risolvere il problema della non-invarianza delle lunghezze e del tempo delle equazioni di Maxwell, intervenne Lorentz: una correzione di un fattore  $\gamma = 1/\sqrt{1 - (v/c)^2}$  era sufficiente a salvare gli studi di Galileo che risultarono quindi un caso particolare con  $v \ll c$ .

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ ct' = \gamma(ct - \frac{v}{c}x) \end{cases}$$

Spazio e tempo risultano ora relativi, mentre invariante è la “linea di universo” definita come  $s^2 = c^2 t^2 - x^2$ .

Studiare quindi prima le simmetrie di un sistema è un modo meno dispendioso per poter formulare leggi e ridurre al minimo i gradi di libertà da analizzare. Se ne accorse Emmy Noether.

### 3. Simmetria nel mondo fisico

#### 3.1 Teorema di Emmy Noether

Nata nel 1882 a Erlagen in Germania donna ed ebrea, visse in un periodo storico infelice. Il suo assoluto genio fu notato solo dai pochi che compresero l'importanza epocale dei suoi studi:

Secondo il giudizio dei più competenti matematici viventi, Fräulein Noether è stata il genio creativo più importante da quando le donne hanno avuto accesso all'istruzione superiore.<sup>16</sup>

Nei miei anni passati a Göttingen, dal 1930 al 1933, lei è stata senza dubbio il fulcro dell'attività matematica, sia dal punto di vista della fecondità del suo programma di ricerca scientifica, sia riguardo la sua influenza su una vasta cerchia di allievi.<sup>17</sup>

Le considerazioni della Noether presero avvio nel 1915 quando David Hilbert stava giungendo alle stesse conclusioni di Albert Einstein in modo indipendente. Egli tuttavia non sapeva come affrontare un ultimo problema, che risolse solo con l'aiuto della matematica tedesca. Questa collaborazione risultò poi indispensabile per la formulazione, nel 1918, del teorema che la onora portando il suo nome. Una enunciazione possibile può essere la seguente: in corrispondenza a ogni simmetria continua delle leggi fisiche vi è una legge di conservazione e una corrispondente quantità conservata che rimane invariata qualunque siano le trasformazioni a cui essa va incontro.

La straordinaria potenza del teorema è che, quasi sempre, è vero anche il contrario: se misuriamo quantità che si conservano allora è verosimile che esista una simmetria continua corrispondente. Queste speculazioni di gusto matematico sarebbero rimaste tali se non fosse intervenuta la Noether che, in questo modo, ha portato il carattere estetico puro della matematica in ambito fisico.

#### 3.2 Classi notevoli di trasformazioni

In natura esistono tre grandi classi di trasformazioni che garantiscono la conservazione dell'energia, della quantità di moto e del momento angolare. Di queste siamo certi in modo quasi assoluto: esse sono le traslazioni nel tempo, le traslazioni nello spazio e le rotazioni. Assieme ci assicurano che se ripetiamo un medesimo esperimento in due istanti o luoghi differenti il risultato non cambia. Lo stesso accade se ruotiamo l'apparato strumentale.

Queste tre leggi di conservazione ci assicurano l'omogeneità e la continuità del tempo nonché dell'isotropia dello spazio.

Sebbene già prima della Noether Leibniz, Cartesio e Newton avessero fatto considerazioni sulla conservazione della quantità di moto

$$m_i v_i = m_f v_f \quad (\text{Cartesio})$$

$$m_i v_i^2 = m_f v_f^2 \quad (\text{Leibniz})$$

i metodi analitici sorsero solo decenni più tardi, ma bisogna attendere il 1918 per avere una lettura così ampia e capace di generalizzare un concetto così fondamentale: associando il concetto matematico di “simmetria” al principio fisico di “conservazione”, E. Noether ha portato all'attenzione una

---

<sup>16</sup> Albert Einstein, *lettera al New York Times*, 1935.

<sup>17</sup> Hermann Weyl, “Interview”.

fondamentale chiave di lettura del mondo che ha condotto a risultati straordinari che vanno dalla comprensione dell'elettrodinamica alla relatività ristretta, fino alla fisica delle particelle elementari.

### 3.3 Validità incrollabile

L'affidabilità del teorema è tale per cui diversi sono stati i casi in cui si è cercato di modificare teorie, apparentemente corrette, pur di non violare i principi di conservazione di energia, impulso e momento angolare.

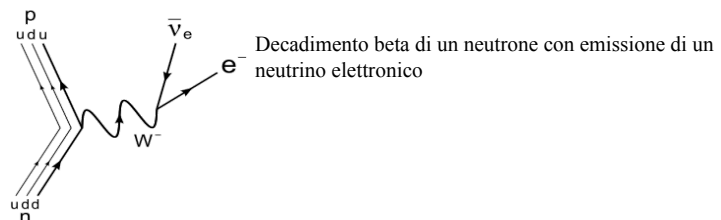
Cito il caso di Wolfgang Pauli il quale predisse l'esistenza di una particella, il neutrino elettronico, onde evitare di violare la conservazione dell'energia nel decadimento beta:

Cari Signore e Signori Radioattivi, a causa dello spettro continuo del decadimento beta, ho pensato a un possibile disperato rimedio per salvare le statistiche e il principio di conservazione dell'energia.

Si tratta della possibilità che esista nel nucleo una particella elettricamente neutra, che chiamerò neutrone, con spin 1/2, che rispetti il principio di esclusione, ma che sia diversa dai fotoni, in quanto non viaggia alla velocità della luce.

La massa del neutrone dovrebbe essere simile a quella dell'elettrone e comunque non maggiore dell'1% della massa del protone. Potremmo così spiegare lo spettro continuo assumendo che nel decadimento beta è emesso un neutrone assieme all'elettrone in maniera tale che la somma delle energie del neutrone e dell'elettrone sia costante.

Concordo sul fatto che tale rimedio possa sembrare incredibile poiché avremmo già dovuto osservare tali neutroni. Ma solo chi osa può vincere e la situazione difficile in cui ci troviamo è ben illustrata da una frase che il mio illustre predecessore, il Sig. Debye, mi disse recentemente a Bruxelles: ..., è meglio non pensarci per nulla ...proprio come per nuove tasse... D'ora in avanti ogni soluzione merita di essere considerata. Sfortunatamente non potrò raccontarvi personalmente le mie idee a Tubinga in quanto dovrò restare qui a Zurigo a causa di una festa da ballo la notte tra il 6 e il 7 Dicembre...<sup>18</sup>



E' chiaro, e allo stesso tempo magnifico, come una teoria da descrittiva diventi artefice di nuove leggi, particelle e forze: è la straordinaria capacità del numero di descrivere quell'universo scritto in caratteri matematici di Galileo, è il sogno pitagorico realizzato.

In elettrodinamica quantistica, l'elettrone è descritto dalla funzione d'onda  $\Psi(x, y, z, t)$  il cui modulo quadrato ci indica la probabilità di trovarlo in un determinato punto dello spazio  $P(x, y, z)$  in un istante  $t$ . Se applichiamo una trasformazione di gauge alla funzione, complessi calcoli mostrano che la frequenza dell'onda cambia. Questa trasformazione di gauge si verifica, per esempio, quando l'elettrone è deviato da una particella carica o da un campo magnetico con conseguente emissione di radiazione di bremsstrahlung (o di frenamento). La variazione della frequenza, per la nota relazione di Planck

$$E = hf$$

comporta una variazione di energia: ciò sarebbe in contrasto con il principio di conservazione della quantità di moto (o di energia).

<sup>18</sup> Pauli W., lettera inviata ai partecipanti di un congresso di fisica a Tubinga, 4 dicembre 1930.

Se assumiamo dunque questi principi come “veri” dobbiamo ipotizzare, e poi verificare, l’esistenza di una particella di massa nulla, senza carica elettrica ma con spin: il fotone. “When She invented gauge symmetry, God said: ‘Let there be light.’”<sup>19</sup>

### 3.4 Rottura spontanea di simmetria

“Non conosco nessuna risposta ragionevole del perchè Iddio debba essere talvolta mancino, mentre si dimostra ambidestro quando si esprime fortemente”.<sup>20</sup>

Intorno al 1954 Chen Ning Yang e Robert Mills applicarono per primi l’idea della Noether alla Fisica Quantistica, basandosi sul principio di invarianza di un numero quantico appositamente creato per descrivere la forza nucleare forte: l’isospin. Erano infatti convinti che neutrone e protone fossero due stati della stessa particella che differivano solo per questa caratteristica. Dalle loro equazioni emerse che i mediatori della fnf dovessero avere massa nulla, quindi raggio d’azione infinito (come accade per i fotoni). La forza nucleare forte è tuttavia una *threshold force* che agisce in modo efficace solo entro il femtometro ( $1 \times 10^{-15}$  m). Segue che dunque i mediatori di tale forza debbano essere molto massivi. Con Jeffrey Goldstone venne introdotto il concetto di rottura spontanea della simmetria.

Si consideri una matita in equilibrio sulla punta: essa possiede una simmetria per rotazione attorno al suo asse verticale. In pochi istanti, però, anche una minima perturbazione porta al collasso del sistema e quindi alla caduta della matita in una delle infinite direzioni possibili. Il nostro sistema dunque possiede teoricamente una simmetria che, tuttavia, non riscontriamo in natura poiché esso tende ad evolvere per minimizzare l’energia interna, variando quindi le sue proprietà iniziali.

Altro esempio, forse più adeguato, è quello della calamita. E’ noto che la magnetite possiede una struttura microscopica costituita dai “domini di Weiß” i quali sono allineati tutti lungo una direzione privilegiata a temperature inferiori alla soglia critica, chiamata temperatura di Curie. Oltre questo valore tutti i domini si dispongono in direzioni e versi casuali, facendo perdere al sistema la direzione “privilegiata”: la calamita è ora quindi invariante per rotazioni attorno al suo asse. Se però abbassiamo la temperatura, la simmetria è rotta.

E ciò probabilmente accadde al nostro universo nei primi istanti di vita: qualcosa ruppe spontaneamente la simmetria assoluta iniziale a causa del progressivo raffreddamento “dell’esplosione” del big bang. Potremmo allora argomentare che, all’aumentare della temperatura, quindi avvicinandoci ai primi istanti dell’universo, forza di gravità, forza elettromagnetica, forza forte e debole, fossero unificate in una forza unica. Dunque il grado di simmetria del sistema crescerebbe finchè all’istante  $t = 0$  forse accadde ciò che Einstein cercava: “Non sono interessato a capire questo o quel dettaglio, ma a capire quelli che erano i pensieri di Dio quando creò il mondo” .

Tuttavia, la ricerca di questa simmetria onnicomprensiva è solo una speculazione matematica, in quanto non abbiamo ancora avuto evidenze scientifiche della teoria chiamata “supersimmetria”, la quale prevede particelle supersimmetriche per ogni particella esistente.

“Il matematico è impegnato in un gioco di cui si scrive da solo le regole, mentre il fisico gioca con le regole fornite dalla natura. Ma con il passare del tempo appare sempre più evidente che le regole che un matematico trova interessanti sono proprio le stesse scelte dalla natura”.<sup>21</sup>

---

<sup>19</sup> Lederman L. M., *Symmetry and the Beautiful Universe*, 2004.

<sup>20</sup> Wolfgang Pauli, “Interview”.

<sup>21</sup> Dirac Paul, “Interview”.

## 4. Simmetrie C, P, T

La simmetria è un potente mezzo di indagine, tuttavia se fosse sempre rispettata, il mondo che conosciamo non sarebbe certamente così vario: a renderlo interessante sono le rotture spontanee, le violazioni.

Le simmetrie fondamentali fino ad ora più di frequente incontrate nella fisica delle particelle sono tre: le trasformazioni discrete di parità, tempo e carica, rispettivamente indicate con le sigle P, T e C.

- *Parità*. La parità, o inversione spaziale, consiste nell'invertire il segno delle coordinate spaziali di un oggetto. Analiticamente è come effettuare una simmetria rispetto all'origine degli assi. E' evidente che questa configurazione non è raggiungibile solo tramite rotazioni: è necessaria anche la riflessione speculare. Equazioni di Maxwell, interazioni gravitazionali e i tre principi della dinamica rimangono invariati.
- *Carica*. La coniugazione di carica consiste nell'invertire i segni di tutte le cariche, scambiando quindi idealmente segni - e +. Vedremo poi che esistono diversi tipi di cariche, oltre a quella elettromagnetica. Mentre le interazioni elettromagnetiche e quelle governate dalla forza nucleare forte sono invarianti per la coniugazione di carica C, le interazioni deboli violano tale legge.
- *Tempo*. L'inversione del tempo (reversibilità meccanica microscopica) consiste nell'invertire il segno del tempo: questo concetto è di difficile applicazione mentale ad un sistema macroscopico come un vaso che cade e si rompe ma, se pensiamo ad un sistema semplice, significa che, per esempio, il moto di una particella è visto a ritroso. Non è tuttavia impossibile che un vaso si ricostituisca da solo e torni alla sua posizione iniziale per casuale moto browniano: è semplicemente altamente improbabile.
- *P, T, C combinati*. Il fisico italiano B. Zumino formulò il teorema CPT: qualsiasi fenomeno è invariante rispetto alle tre operazioni C P e T applicate successivamente in qualsiasi ordine. Una sua violazione implicherebbe infatti la rottura della simmetria di Lorentz per la quale le stesse equazioni danno lo stesso risultato in qualsiasi sistema di riferimento inerziale.

## 5. Privilegi naturali

### 5.1 C, P, T violati

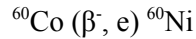
Nulla, fino al 1956, sembrava osare sfidare la simmetria di parità, carica e tempo. Evidenze sperimentali, tuttavia mostrarono il contrario segnando profondamente la comunità scientifica poiché ciò significava che la natura privilegia “una delle due possibilità”.

Per noi uomini, la sinistra è la metà che ospita il cuore. E' un dato di fatto perché è sempre così, o meglio, nella maggior parte dei casi è così. Esiste infatti una patologia detta “situs inversus” che ha come sintomi lo sviluppo di un corpo speculare “al normale”: la proteina dineina, determinante per la lateralizzazione, costituisce i flagelli che creano nello stadio embrionale le correnti che direzionano gli ormoni. La normalità di cui si parla, in termini matematici significa il 99,999%: la natura privilegia il cuore a sinistra e, dunque, la simmetria P è violata. Possiamo allora distinguere in modo assoluto la sinistra dalla destra, senza dover cadere nell'indeterminazione che la definizione “destra = non sinistra” ci porterebbe.

Tornando alla fisica, Tsung-Dao Lee e Chen Ning Yang nel 1957 vinse il premio Nobel per aver evidenziato tramite esperimenti che i decadimenti deboli, mediati dai mesoni K, non sono invarianti per parità e, in lieve misura, anche per CP.

$$\begin{array}{lll}
K_L^+ \rightarrow 2\pi & (p = +1) & 998\% \\
\rightarrow 3\pi & (p = -1) & 2\%
\end{array}$$

La scoperta fu avvalorata dalle evidenze sperimentali del decadimento beta del  $^{60}\text{Co}$  ad opera di C.S. Wu. Il cobalto-60 decade beta meno secondo la reazione



L'esperimento ideato fu tanto semplice quanto efficace: Wu immerse un campione di cobalto-60 portato a pochi millesimi di Kelvin in un campo magnetico orientato parallelamente all'asse del solenoide che lo generava. In questo modo, orientati i nuclei di cobalto, osservò che gli elettroni venivano emessi preferibilmente secondo il verso del campo magnetico. Dedusse che se avesse ripetuto l'esperimento "allo specchio" avrebbe ottenuto un'immagine non speculare: gli spin dell'elettrone non sarebbero stati simmetrici. Lo verificò semplicemente invertendo la corrente nel solenoide.

## 5.2 Assoluto

Il risultato della variazione di CP da parte dei mesoni  $K_L$  può essere utilizzato per definire la chiralità assoluta, il segno assoluto della carica e del tempo.

$$freq. (K_L \rightarrow e^- + \pi^- + \nu_e) / freq. (K_L \rightarrow e^- + \pi^- + \bar{\nu}_e) = 1,00648 \pm 0,00035$$

Si definisce sinistra la chiralità dei neutrini prodotti in maggior numero nel decadimento semileptonico dei kaoni neutri a vita lunga.

Si definisce carica positiva la carica elettrica dei positroni prodotti in maggior numero nel decadimento semileptonico dei kaoni neutri a vita lunga.

$$freq. (\overline{K^0} \rightarrow K^0) - (K^0 \rightarrow \overline{K^0}) / freq. ((\overline{K^0} \rightarrow K^0) + (K^0 \rightarrow \overline{K^0})) = 6,6 \cdot 10^{-3}$$

Si definisce positivo il verso del tempo in cui gli anti-kaoni neutri tendono a decadere in kaoni neutri più di quanto i kaoni neutri tendano a decadere in anti-kaoni neutri.

## 6. Asimmetrie: antimateria e mesoni

### 6.1 Antiparticelle

Per ogni particella costituente della materia esiste una corrispondente particella di antimateria, identica per struttura e proprietà, fatta eccezione per il segno della carica e del momento magnetico. A scoprire l'antimateria fu il fisico teorico Paul Dirac nel 1927 quando capì che l'equazione che aveva ideato per conciliare la meccanica quantistica con la teoria della relatività ristretta per poter descrivere il moto relativistico dell'elettrone, poteva essere applicata ad ogni genere di particella. Dall'equazione di Dirac sorgono in modo naturale soluzioni con energia positiva ma anche soluzione con energia negativa.

L'equazione relativistica che lega energia, massa e quantità di moto è infatti:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

Per le masse a riposo vale l'uguaglianza

$$E = \pm mc^2$$

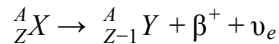
Già Einstein era arrivato a questo risultato, scartando però le soluzioni negative perché ritenute senza significato.

Dirac suppose che il vuoto fosse riempito da un mare di elettroni di energia negativa, il mare di Dirac. Trasferendo sufficiente energia ad un elettrone del mare, esso è in grado di passare ad un livello di energia positiva: la lacuna creata ha così carica positiva e si comporta come una particella. Herman Weyl calcolò in seguito che non poteva trattarsi di un protone in quanto la lacuna ha la stessa massa dell'elettrone. Nel 1932, dal Cavendish Laboratory, arrivò la conferma sperimentale dell'osservazione



di tracce di raggi cosmici in una camera a nebbia di una particella, poi chiamata positrone con le caratteristiche sopra descritte.

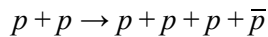
Si comprende inoltre che i positroni sono emessi nel decadimento beta più:



I positroni possono anche essere prodotti in laboratorio bombardando lamine metalliche con raggi gamma duri. L'energia dei fotoni si materializza in un fenomeno chiamato creazione di coppie, secondo l'equazione  $E = mc^2$  ( $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$  Kg;  $E = 2 \cdot 9 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16}$  J = 1,022 MeV).

Il fenomeno inverso è chiamato annichilazione e fu sfruttato da Emilio Segrè e O. Chamberlain per produrre l'antiprotone, scoperta che valse loro il Nobel nel 1959.

La reazione oggi più utilizzata per creare anti protoni è la seguente:



dove l'energia cinetica iniziale deve essere  $E_c > 2m_p c^2$ . Nella creazione di coppie si conserva l'energia e la carica elettrica. L'energia eccedente si trasforma in diverse forme tra cui energia cinetica nelle nuove particelle.

Il principio di Heisenberg, al di sotto di un intervallo  $\Delta t$ , molto piccolo, permette una temporanea violazione della conservazione dell'energia. Tanto più breve è l'intervallo, tanto meno l'energia è definita secondo la relazione

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

Così, coppie di particelle e antiparticelle possono crearsi spontaneamente e annichilirsi in pochi istanti: segue che il vuoto è instabile. Esso infatti si polarizza costantemente dando vita ad un'infinità di particelle virtuali che, se investite da energia sufficiente (superiore alla somma delle due masse), divengono reali.

Per calcolare il tempo di sopravvivenza di una coppia elettrone positrone basta applicare la formula appena mostrata.

$$\Delta t = \hbar / 2m_e c^2 \sim 6 \cdot 10^{-21} s$$

L'antimateria in natura si osserva solamente sotto forma di antiprotoni e positroni come prodotti secondari delle collisioni di materia ordinaria con la nostra atmosfera, oppure sotto forma di positroni nei decadimenti  $\beta^+$ . In tutto l'universo osservato non abbiamo trovato evidenze sperimentali di antimateria: l'esperimento AMS, in particolare, da anni è alla ricerca di nuclei di antielio nel nostro universo, ma senza ottenere alcun risultato. Eventuali domini di spazio formati da antimateria dovrebbero dunque essere a distanze superiori alla scala dell'orizzonte visibile, circa 1 Gpc (1 pc =  $3,06 \cdot 10^{16}$  m = 3,26 l.y.). Questo scenario è tuttavia improbabile poiché dovrebbero esistere dei fronti in cui materia e antimateria si annichilano, dando origine a una enorme quantità di energia, osservabile dai nostri strumenti. Nessuna teoria inoltre prevede una tale evoluzione dello spazio.

## 6.2 Asimmetria barionica

Il big bang, la singolarità che diede origine al nostro universo, si pensa abbia goduto del massimo grado di simmetria. Ci si aspetterebbe dunque che materia ed antimateria siano state create in egual misura per il principio di conservazione di carica elettrica e non. Tuttavia, se così fosse, o tutte le particelle si sarebbero annichilite vicendevolmente producendo grande energia ma lasciando un universo vuoto, oppure antimateria e materia si sarebbero allontanate prima di venire a contatto.

Purtroppo nessuna di queste due spiegazioni è corretta poiché né abbiamo trovato domini di antimateria, né osserviamo un universo senza materia.

Una rottura spontanea di simmetria deve quindi essere intervenuta negli istanti dopo il big bang, in particolare un eccesso di materia rispetto all'antimateria potrebbe aver garantito alla prima di sopravvivere: è bastata 1 parte per 10 miliardi

$$N_p / N_{\bar{p}} = 1 + 10^{-10} = 1,000\,000\,000\,1$$

L'universo, espandendosi, si raffredda, dunque i processi di annichilazione diminuiscono, anche a causa del maggior spazio disponibile. Il tempo guadagnato, secondo l'ipotesi di Sacharov, ha permesso ad una particella X vettore di una forza supersimmetrica, di andare incontro a decadimenti che violano la conservazione del numero barionico o le simmetrie C e CP creando prevalenza di materia sull'antimateria. Dopo circa  $10^{-3}$  s dall'inizio di tutto i protoni in eccesso sono i soli superstiti della annichilazione generale. Ecco forse spiegata la presenza di un miliardo di fotoni per particella di materia esistente nella radiazione cosmica di fondo.

### 6.3 Mesoni

Fermi, nei suoi studi sul nucleo, ipotizzò che neutroni e protoni fossero tenuti assieme da una forza mediata da una particella in continuo scambio: l'elettrone. Tuttavia, il fisico H. Yukawa stimò a livello teorico la massa che avrebbe dovuto avere questa particella:  $132 \text{ MeV}/c^2$ , 260 volte l'elettrone. Assunto che il tempo di mediazione della particella sia finito, per il principio di indeterminazione di Heisenberg, non è possibile determinare l'energia e il tempo con una approssimazione migliore della seguente:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

Stimando  $\Delta E$  e  $\Delta t$  come

$$\Delta E = mc^2$$

$$\Delta t = R/c \quad \text{con R come raggio d'azione della f.n.f.}$$

Sostituendo otteniamo

$$mc^2 \cdot R/c \geq \hbar$$

Ricaviamo m

$$m = \hbar / (Rc)$$

Ponendo  $R = 1,5$  Fermi, Yukawa ottenne un valore di  $2,3 \cdot 10^{-28}$  Kg.

La massa in analisi è troppo piccola per essere un barione (dal greco "βαρύς", "pesante") e quella dei leptoni (dal greco "λεπτός", "leggero") come l'elettrone. Il nome mesotrone, attribuito da Yukawa, fu poi corretto da Heisenberg, che aveva studiato greco, in mesone.

### 6.4 Asimmetria tra mesoni

La simmetria CP è stata a lungo considerata esatta. La sua violazione tuttavia è stata riscontrata nei decadimenti del mesone  $K_0$  nel 1964 presso il Brookhaven National Laboratory: ci si aspettava infatti che i mesoni  $K_0$  sarebbero decaduti in tre pioni. Accadde tuttavia che eccezionalmente i mesoni  $K_0$  decadde in due pioni, violando la simmetria CP.

Una seconda manifestazione della simmetria CP fu riscontrata nel 2001 al CERN e al Fermilab: si osservò che tra i prodotti finali del decadimento di  $K_0$  e anti  $K_0$  compariva o un elettrone o un positrone. Se CP fosse inviolata la probabilità dei due decadimenti dovrebbe essere uguale: accade invece che in 1000 casi si ottenga un elettrone e in 1006 un positrone. I decadimenti deboli sono dunque non invarianti per CP.

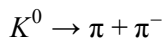
Se CP infatti si conservasse le probabilità di decadimento dei K con un elettrone o un positrone nei prodotti finali dovrebbero essere uguali. Siccome inoltre CP è violata, per conservare CPT, deve essere violata anche T.

## 6.5 Mesoni K

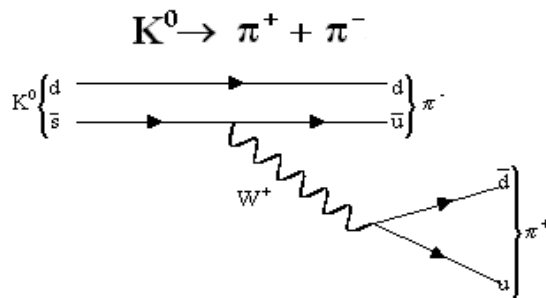
I mesoni K sono particelle composte da un quark down e un antiquark strange e fanno parte della famiglia degli adroni. Esistono tre forme:  $K^0$ ,  $K^+$ ,  $K^-$  con rispettivamente carica 0, +1 e -1. Il mesone  $K^0$  è quello che più ci interessa poichè, a differenza degli altri mesoni non neutri, non coincide con l'anti  $K^0$ . Questa sua singolare proprietà è stata chiamata "stranezza". La sua massa di  $497,7 \text{ MeV}/c^2$  è il frutto di una sovrapposizione quantistica di due particelle con tempi di decadimento differenti:  $5,1E-8 \text{ s}$  e  $8,9E-11 \text{ s}$ .

Ci si accorse che il tempo di decadimento era troppo lungo per essere confrontato con l'interazione forte. L'unica spiegazione era che i prodotti decadevano beta. La discrepanza tra previsione teoriche e dati sperimentali era di oltre 12 ordini di grandezza: in questo senso si definirono "strane". Abraham Pais si rese conto che la produzione delle particelle strane avveniva sempre in coppia: sembrava che questa carica, chiamata stranezza, si conservasse, un po' come la carica elettrica, nelle interazioni forti ma non in quelle deboli. Se protoni, neutroni e pioni furono supposti a stranezza nulla, allora la loro interazione poteva originare particelle a S diversa da 0, ma solo a coppie opposte, in modo tale da non violarne la conservazione. Dato che la stranezza interessa solo il decadimento beta, la particella con  $S \neq 0$  non può raggiungere stadi a stranezza nulla tramite interazioni forti o elettromagnetiche, dunque può solo decidere attraverso l'interazione debole con tempi lunghi.

Analizziamo il decadimento del kaone zero. Esso è formato da un quark down e un anti quark strange, il quale si trasforma in antiquark up con l'emissione di un bosone W positivo. Quest'ultimo è soggetto alla forza nucleare debole e decade in un quark up u e in un antiquark down d. Il bilancio complessivo è dato dalla reazione



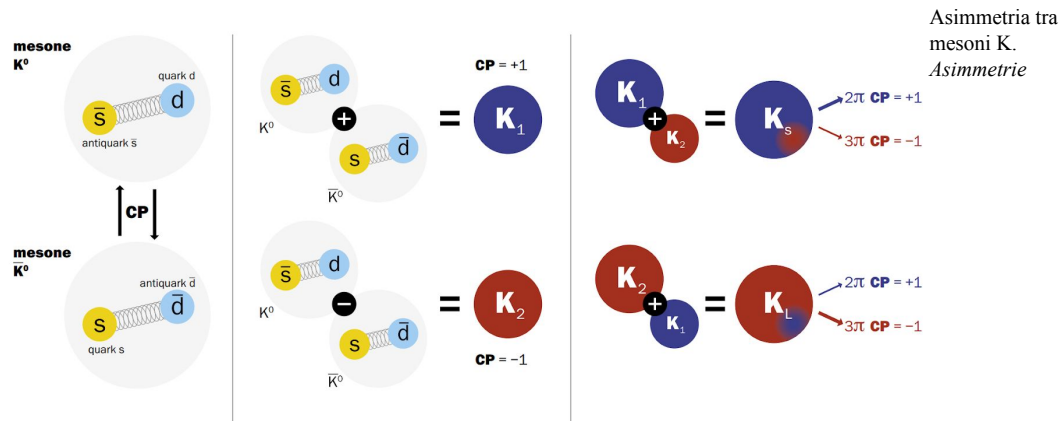
ed esprimibile con il seguente diagramma di Feynman.



La vera stranezza, tuttavia, risiede nel fatto che  $K^0$  e anti  $K^0$  non sono invarianti per CP.

Costruiamo le loro combinazioni lineari simmetrica  $K_1$  e antisimmetrica  $K_2$  (somma e differenza). La prima è CP pari ( $CP = +1$ ), mentre la seconda non è invariante rispetto a CP quindi si dice CP dispari ( $CP = -1$ ). Se CP fosse una simmetria esatta, come allora era ritenuto,  $K_1$  può decadere solo in due pioni, mentre il  $K_2$  può farlo solo in tre pioni. Questo comporta che il  $K_1$  debba avere una vita media inferiore a  $K_2$ . Ciò sembrava confermare le evidenze sperimentali: si era infatti a conoscenza di un K short ( $K_S$ ) e un K long ( $K_L$ ) con masse simili ma vite medie molto diverse.  $K_1$  e  $K_S$ ,  $K_2$  e  $K_L$  tuttavia non coincidono. Il mesone  $K_L$  infatti si osservò sperimentalmente che lo 0,2% dei casi decade in due pioni. La violazione di questa simmetria fu giustificata solo nel 1960 dal Nobel Fitch:  $K_L$  era una sovrapposizione quantistica con una piccola contaminazione di  $K_1$ . In questo modo  $K_L$  non ha una CP definita, dunque può decadere sia in tre sia in due pioni, ma con probabilità differenti. Il mescolamento di questi stati quantici fu spiegato solo nel 1973 dall'estensione a sei del modello a quark e

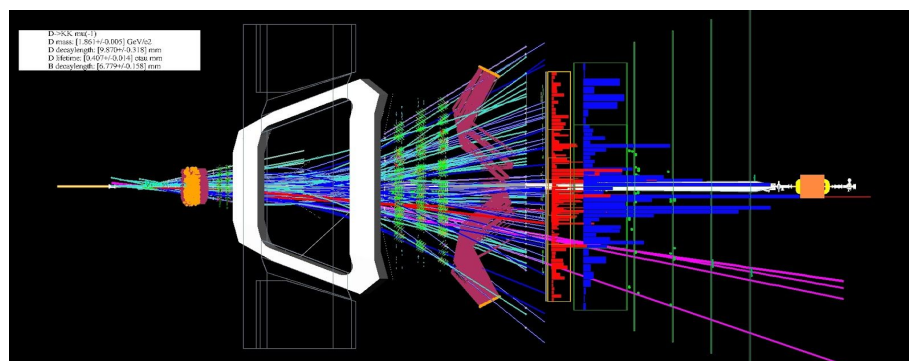
dall'introduzione della matrice CKM, secondo cui tutti i quark possono acquisire qualsiasi nuovo sapore secondo definite probabilità.<sup>22</sup>



## 6.6 Mesoni B

Dopo il 1964, trascorsi 37 anni, venne trovata una seconda manifestazione della rottura della simmetria CP. Protagonista è questa volta il mesone neutro  $B^0$ , particella 5 volte più pesante del protone e composta da un quark down ( $-\frac{1}{3}$ ) e un antiquark beauty ( $+\frac{1}{3}$ ).

Il principale esperimento interessato nella ricerca è attualmente Babar a Stanford. Questa macchina è appositamente costruita per far scontrare elettroni a 9,0 GeV e positroni a 3,1 GeV, l'energia ottimale per creare particelle il cui decadimento prevede, tra gli altri, una coppia di mesoni  $B_0$  *entangled* che viaggiano nel verso dell'elettrone prima dell'urto, in quanto gli elettroni hanno  $E_e \gg E_{e^+}$ . La macchina ha una struttura, curiosamente, asimmetrica. Analoga è la struttura di LHCb al CERN.



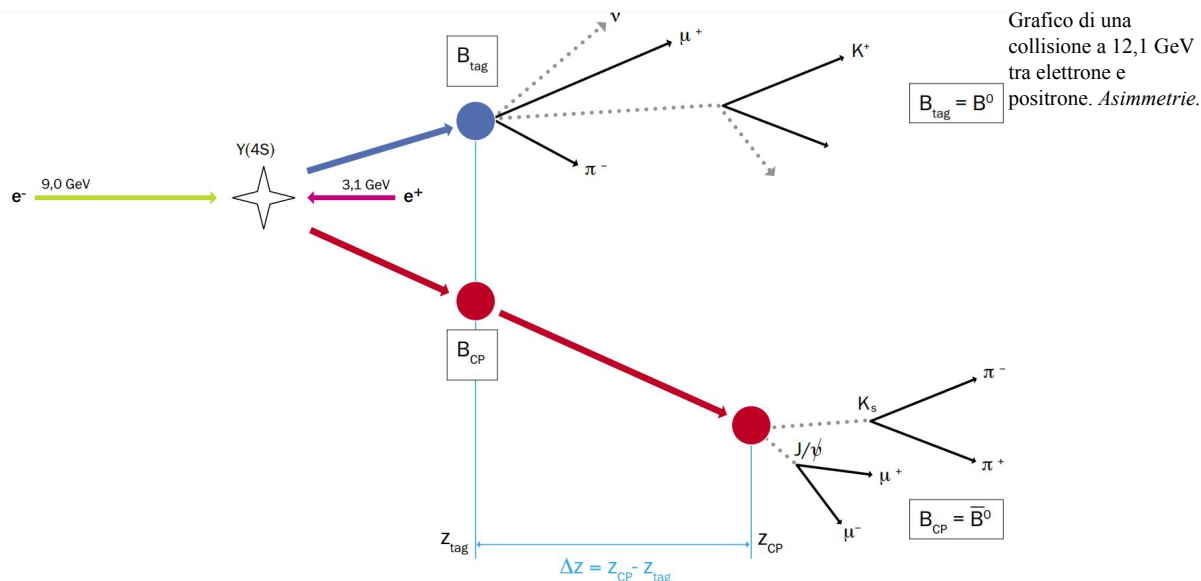
Ricostruzione di un evento a LHCb, LHCb CERN.

Si propone lo studio concreto effettuato in laboratorio per la ricerca di queste particelle.

Uno dei due  $B_0$  decade in (mediamente) 1,5 picosecondi in  $J/\psi$  (coppia di quark e antiquark di tipo charm) assieme ad un  $K_0$  short. La coppia di mesoni  $B_0$  è legata da una relazione chiamata *entanglement* per la quale ogni trasformazione su di una particella, interessa anche l'altra, allo stesso istante, anche a distanze e tempo enormi. Il primo  $B_0$  che decade viene etichettato come  $B_{TAG}$  e, in base ai segni delle cariche elettriche dei suoi prodotti di decadimento, si può stabilire se si tratta di un  $B_0$  o di un anti  $B_0$ . L'altra particella, non ancora decaduta, sappiamo che è CP simmetrica rispetto a  $B_{TAG}$  e la chiamiamo  $B_{CP}$ . Anch'essa decade rapidamente, e in diversi modi: il solo che interessa è quello prima descritto poiché ben si presta ad essere rilevato. Una volta raccolti centinaia di eventi in cui  $B_{TAG}$  è un  $B_0$  e altrettanti per anti  $B_0$ , si registra la distanza tra i due punti di decadimento ( $\Delta z$ ) di  $B_{TAG}$  e  $B_{CP}$  e,

<sup>22</sup> Asimmetrie, no 11.

essendo nota la velocità, circa  $c/2$ , si ricava la differenza temporale ( $\Delta t$ ). Confrontando i due eventi in funzione di  $\Delta t$ , se c'è violazione CP, i risultati devono essere diversi, ed effettivamente così è stato rilevato.



## 7. Uno sguardo dalla chimica

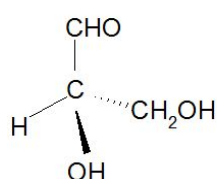
La natura sembra lontana dal possedere un'ideale simmetria, anche se studiata dal punto di vista della chimica organica.

### 7.1 Enantiomeri e chiralità

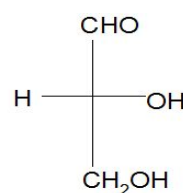
Un enantiomero, dal greco “enantios” (opposto) e “meros” (parte), è uno dei due composti che sono l'uno l'immagine speculare dell'altro, dunque non sovrapponibili.

In chimica organica se ad un atomo di carbonio ibridato  $sp^3$  sono legati quattro gruppi di atomi diversi, la molecola si presenta in due enantiomeri nei quali l'atomo C viene detto stereocentro (o asimmetrico). Una molecola che presenta uno stereocentro si dice chirale, dal greco “cheri” (mano). Esiste infatti la stessa specularità riscontrabile tra mano destra e mano sinistra.

I composti sono rappresentati con formule prospettiche per evidenziare la struttura tridimensionale. I legami tratteggiati penetrano il piano del foglio. Nelle proiezioni di Fischer, invece, sono i legami verticali a stare sotto il piano del foglio.



Formula prospettica della D-Gliceraldeide.



Proiezione di Fischer della D-Gliceraldeide.

Si dicono proprietà achirali le proprietà fisico-chimiche che sono invarianti a seconda dell'enantiomero considerato. Esse sono per esempio il punto di fusione, la solubilità o la velocità di reazione. Le proprietà chirali, invece, come la reattività e l'attività ottica, variano.

### 7.2 Attività ottica

L'attività ottica è una caratteristica di ogni enantiomero e definisce la variazione dell'angolo del piano di vibrazione della luce polarizzata che attraversa una soluzione contenente l'enantiomero.

L'attività ottica si misura con un polarimetro che permette di evidenziare se il piano viene ruotato verso destra o verso sinistra. Nel primo caso si dice che la sostanza è destrorotatoria (+), nel secondo levorotatoria (-). La rotazione misurata è detta specifica:

$$[\alpha]_{\lambda}^t = \frac{\alpha}{l \cdot c}$$

dove  $t$  è la temperatura,  $\lambda$  è la lunghezza d'onda della luce,  $\alpha$  è l'angolo di rotazione,  $l$  è la lunghezza del portacampione [dm] e  $c$  è la concentrazione della soluzione [g/mL].

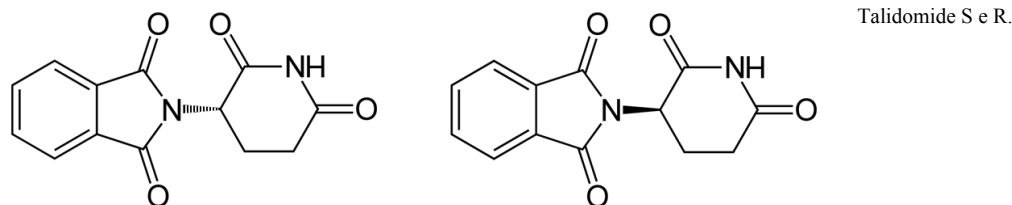
Una miscela racemica è una soluzione che contiene il 50% di entrambi gli enantiomeri. L'attività ottica risultante è dunque nulla.

### 7.3 Reattività

La reattività di due enantiomeri è simile, se non identica, in ambiente achirale o racemico. Varia però di molto nei confronti di un altro enantiomero. Un esempio è dato dall'enzima acido lattico deidrogenasi, presente in muscoli e fegato, che ossida solo l'acido(+)-lattico in acido piruvico. La specificità è data dalla diversa disposizione spaziale dei gruppi legati allo stereocentro che implica una differente affinità con il sito attivo dell'enzima. Altri due casi notevoli sono l'ibuprofene e la talidomide.

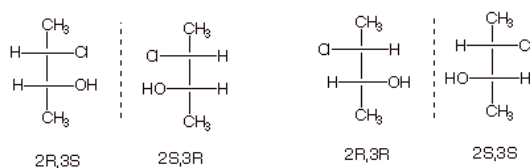
Il primo è un FANS con attività antinfiammatoria il cui enantiomero S è significativamente più efficace della forma R<sup>23</sup>. Quest'ultimo tuttavia isomerizza in modo permanente nella forma S.

La talidomide, invece, sintetizzata negli anni '60 dall'industria tedesca Gruenthal come farmaco sedativo e antinausea per le donne in gravidanza, venne distribuita sotto forma di racemo. Fu presto ritirata dal mercato poiché, sebbene l'enantiomero R sia un sedativo innocuo, l'enantiomero S è teratogeno. In particolare causa amelia o focomelia nei neonati.



### 7.4 Diastereoisomeri

I diastereoisomeri sono composti che hanno più di uno stereocentro. In chimica organica, il numero di enantiomeri è pari a  $2^n$ , dove  $n$  esprime il numero di carboni chirali presenti nella molecola. I diastereoisomeri, o diastereomeri, sono molecole simili per caratteristiche agli enantiomeri di cui si è trattato sopra: possiedono proprietà chirali e achirali, tuttavia, pur contenendo più di uno stereocentro, non sono immagini speculari del rispettivo diastereoisomero.



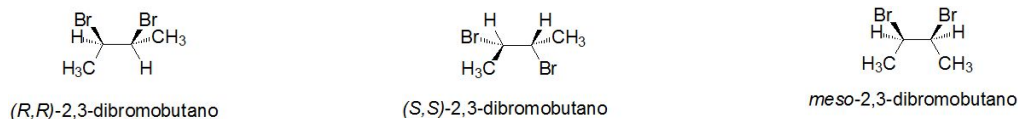
Il 3-cloro-2-butanolo ha  $2^2$  isomeri. Le coppie in figura sono enantiomeri. 2R,3S e 2R,3R, invece, sono una coppia di diastereoisomeri così come, per esempio, 2S,3R e 2S,3S.

<sup>23</sup> R = "rectus", S = "sinister": sono le denominazioni CIP (Chan-Ingold-Prelog), dedotte secondo l'ordine di priorità dei gruppi legati allo stereocentro assegnati in base al numero atomico. Non ha nulla a che vedere con le proprietà ottiche.

## 7.5 Composti meso

Due isomeri speculari e sovrapponibili per la presenza di un piano di simmetria interno costituiscono uno stesso composto detto “meso”: i due isomeri, infatti, sono identici. Per questo motivo il composto è achirale e otticamente inattivo. Un composto meso è quindi un diastereoisomero che, pur possedendo più stereocentri, è achirale. Diverso è il caso del racemo che invece è otticamente neutro ma per “compensazione esterna” (nei composti meso la compensazione è interna).

Si consideri il 2,3-diclorobutano.



Gli isomeri 2*R*, 3*R* e 2*S*, 3*S* sono immagini speculari e non sovrapponibili. Tuttavia, 2*R*, 3*S* e 2*S*, 3*R* sono speculari e sovrapponibili: sono cioè il composto meso.

## 7.6 Chiralità a livello molecolare

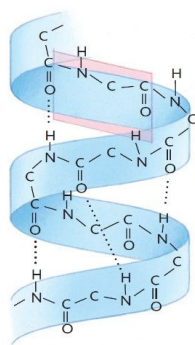
Gli aspetti chimici della chiralità furono evidenziati per la prima volta dal chimico Louis Pasteur che, studiando un campione di acido tartarico naturale, si accorse che in soluzione ruotava il piano della luce polarizzata.



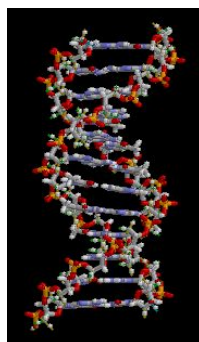
Notò inoltre che se posto in fermentazione per azione di muffe, come *Penicillium*, assieme ad acido tartarico sintetizzato, gli angoli dei piani di rotazione variavano. Nella soluzione naturale la rotazione a destra era calante poiché l'unico enantiomero presente era consumato, mentre nella soluzione artificiale, racemica, viene consumato solo l'enantiomero destrorso, dunque la rotazione a sinistra è crescente. La naturale conclusione a cui giunse Pasteur fu che la chimica degli organismi viventi è chirale. Citando le sue parole, “la vita quale ci si manifesta è funzione dell'asimmetria dell'universo e delle conseguenze di questo fatto”.

In natura quasi tutti gli amminoacidi presenti, eccetto la glicina che è achirale, sono enantiomeri L<sup>24</sup>, mentre quasi tutti i monosaccaridi sono enantiomeri D. Questa caratteristica è determinante per la struttura di macromolecole come il DNA che risulta sempre essere un'elica destrorsa, così come per l' $\alpha$ -elica delle proteine, anch'essa destrorsa.

<sup>24</sup> Le molecole di interesse biochimico sono contrassegnate dalle lettere D o L, rispettivamente Destrogiro e Levogiro, a seconda che i sostituenti legati al C chirale abbiano disposizione simile alla D-gliceraldeide o alla L-gliceraldeide.



Alfa elica. Zanichelli



DNA. Zanichelli

La ragione di questa asimmetria potrebbe essere trovata nell'alta specificità degli enzimi: due enantiomeri infatti non hanno la stessa reattività nei confronti di una molecola chirale. Occorrerebbero dunque il doppio degli enzimi per catalizzare le reazioni che coinvolgono composti D ed L.

### 7.7 Possibile origine della chiralità

L'assorbimento di luce ad alta energia polarizzata da parte di un racemo, può rompere selettivamente i legami di un enantiomero della molecola rispetto all'altro. La luce del Sole è parzialmente polarizzata a causa delle riflessioni causate da nubi ma, soprattutto, dal campo magnetico. Esistono però anche casi, come le stelle di neutroni, in cui la radiazione è polarizzata già nel momento dell'emissione. Tali emissioni tuttavia non sembrano essere energeticamente sufficienti per indurre reazioni chimiche che selezionino un enantiomero rispetto ad un altro. Nel 1986 è stato però calcolato che tra amminoacidi L e D c'è una differenza energetica che, seppur piccola, è apprezzabile:  $10^{-38}$  J: l'enantiomero L risulta quindi più stabile e, assieme a meccanismi di amplificazione come la catalizzazione di chiralità da parte di un enantiomero, in un tempo dell'ordine delle centinaia di migliaia di anni può portare ad un significativo dominio di una delle due forme.

## 8. Conclusioni

La tradizione Navaho vuole che i tessitori di tappeti inseriscano volutamente delle imperfezioni nelle trame dei loro capolavori: temono infatti che dentro una simmetria rigorosa le loro anime potrebbero rimanere imprigionate per l'eternità. Allo stesso modo, la simmetria, come legge delle leggi, acquista forse il suo vero valore solo nella sua violazione: noi viviamo infatti in un universo apparentemente memore di una simmetria perfetta, che presenta oggi qualche crepa e imperfezione, imperfezioni che rendono possibile il molteplice di cui facciamo esperienza. È forse però errato chiamare "imperfezioni" delle discrepanze tra le nostre previsioni teoriche e il comportamento della natura. L'eleganza e la bellezza cercate sono probabilmente solo una costruzione che gli esseri umani creano nell'illusione di trovare un ordine, in fondo ancora convinti che "Dio non gioca a dadi con il mondo"<sup>25</sup>.

<sup>25</sup> Einstein. *Congresso Solvay*. 1927



## Bibliografia

- AA. VV., Riviaccio Giorgio, cur. *L'armonia è questione di numeri*. Vol. di *Mondo matematico*. Rodesa: RBA Italia, 2011.
- Baldi Guido, Giusso Silvia, Razetti Mario, Zaccaria Giuseppe. *Dall'età postunitaria al primo Novecento*. Vol. 5 di *Il piacere dei testi*. Varese: Pearson Italia, 2012.
- Barone, Vincenzo. "Leggi ed equazioni per tutti i gusti". *Asimmetrie*, semestrale, anno 10, no 19 (2015): 7.
- Bergia, Silvio. "Emmy Noether, simmetrie e leggi di conservazione." *Asimmetrie*, trimestrale, anno 6, no 11 (2011): 14-15.
- Bonolis Luisa. *Fisica e teoria dei gruppi: dal teorema di Noether alla Gruppenpest*. Piacenza: Scuola di Storia della Fisica Piacenza, 2013. PDF.
- Boschetto Franco M. *Le frontiere della fisica*. <http://www.fmboschetto.it/tde4/frame.htm> Ultimo accesso 3 marzo 2018.
- Buscaroli Piero. *Bach*. Cles: Arnoldo Mondadori Editore, 1998
- Crisostomo, Sciacca. "Bellezza asimmetrica." *Asimmetrie*, trimestrale, anno 6, no 11 (2011): 35-36.
- Cutnell John D., Johnson Kenneth W., Young David, Stadler Shane. Romeni Claudio cur. *Induzione e onde elettromagnetiche. Relatività, atomi e nuclei*. Vol. 3 di *I problemi della fisica*. Bologna: Zanichelli editore S.p.A., 2016.
- Forkel, Johann Nikolaus. *Über Johann Sebastian Bachs leben, kunst und kunstwerke*. Axel: Fischer, 1999. Ristampa della prima edizione di Leipzig, 1802.
- Galli Domenico. *Introduzione alla Violazione della Simmetria CP*. Bologna: Università di Bologna, 2012. PDF.
- Iacopini Enrico, Scianitti Francesca. "Lo strano caso dei mesoni K." *Asimmetrie*, trimestrale, anno 6, no 11 (2011): 28-30.
- Jalongo, Valerio. *Il senso della bellezza. Arte e scienza al CERN*. DVD. Diretto da Jalongo Valerio. Svizzera, Italia: Rai Cinema, Amka Films Production, RSI-Radiotelevisione Svizzera, 2017.
- Masiero, Antonio. "Il mistero della simmetria." *Asimmetrie*, trimestrale, anno 6, no 11 (2011): 4-8.
- Morico, M. *Simmetria e asimmetria nel mondo della natura*. Tesi di laurea. Padova: Università degli Studi di Padova, 2016. PDF.
- Pirandello, Luigi. *Uno, nessuno e centomila*. Milano: Einaudi, 2005. Ristampa della prima edizione, 1926.
- Sadava David, Hillis David M., Heller H. Craig, Berenbaum May R., Posca Vito. *Il carbonio, gli enzimi, il DNA. Chimica organica, biochimica e biotecnologie*. Bologna: Zanichelli editore S.p.A., 2016
- Radice, Roberto. *La natura del bello nel platonismo greco classico*. Milano: Università Cattolica del Sacro Cuore, 2017. Romanae Disputationes. <https://www.youtube.com/watch?v=m3Gp0ppgRu0&t=61s> Ultimo accesso 25 novembre 2017.
- Sozzi, Marco S.. "Elogio delle imperfezioni." *Asimmetrie*, trimestrale, anno 6, no 11 (2011): 16-19.
- Stanford University. *Babar. Slac national accelerator laboratory*. [www-public.slac.stanford.edu/babar/](http://www-public.slac.stanford.edu/babar/) Ultimo accesso 31 maggio 2018.
- Zanichelli. *Chiralità a livello macroscopico*. Torino: Zanichelli, 2008. PPT.
- Zecchi, Stefano. *La bellezza*. II ed. Torino: Bollati Boringhieri Editore, 2013 (1990).