

UN EQUILIBRIO PERFETTO

L'equilibrio di Nash nei giochi strategici non cooperativi

Milan Filippo

Anno scolastico 2017/2018

OBBIETTIVO DELLA TEORIA

- GIOCO = situazione strategica che coinvolge due o più parti



- OBBIETTIVO = prevedere le strategie adottate e l'esito del gioco

RAZIONALITÀ e INTELLIGENZA

- RAZIONALITÀ = avere delle preferenze



Funzione di utilità: $u_i(s_1, \dots, s_i) \quad s_1 \in S_1$

- INTELLIGENZA = capacità di massimizzare i profitti

CONOSCENZA COMUNE

- Definita da Robert J. Aumann nel 1976
 1. Tutti sanno che tutti sono razionali
 2. Tutti sanno che tutti sanno che tutti sono razionali
 3. *ad infinitum*

ELIMINAZIONE ITERATA di STRATEGIE STRETTAMENTE DOMINATE

	sinistra	destra
alto	3, 2	2, 6
centro	4, 4	3, 3
basso	6, 5	1, 3

s_1^* è una STRATEGIA STRETTAMENTE DOMINATA se :

$$u_1(s_1^*, s_2 \dots s_n) < u_1(s_1, s_2 \dots s_n) \quad \forall s_1 \in S_1 \quad \text{e} \quad \forall s_n \in S_n$$

ELIMINAZIONE ITERATA di STRATEGIE STRETTAMENTE DOMINATE

	sinistra	destra
alto	3, 2	2, 6
centro	4, 4	3, 3
basso	6, 5	1, 3

s_1^* è una STRATEGIA STRETTAMENTE DOMINATA se :

$$u_1(s_1^*, s_2 \dots s_n) < u_1(s_1, s_2 \dots s_n) \quad \forall s_1 \in S_1 \text{ e } \forall s_n \in S_n$$

ELIMINAZIONE ITERATA di STRATEGIE STRETTAMENTE DOMINATE

	sinistra	destra
alto	3, 2	2, 6
centro	4, 4	3, 3
basso	6, 5	1, 3

s_1^* è una STRATEGIA STRETTAMENTE DOMINATA se :

$$u_1(s_1^*, s_2 \dots s_n) < u_1(s_1, s_2 \dots s_n) \quad \forall s_1 \in S_1 \quad \text{e} \quad \forall s_n \in S_n$$

ELIMINAZIONE ITERATA di STRATEGIE STRETTAMENTE DOMINATE

	sinistra	destra
alto	3, 2	2, 6
centro	4, 4	3, 3
basso	6, 5	1, 3

s_1^* è una STRATEGIA STRETTAMENTE DOMINATA se :

$$u_1(s_1^*, s_2 \dots s_n) < u_1(s_1, s_2 \dots s_n) \quad \forall s_1 \in S_1 \text{ e } \forall s_n \in S_n$$

ELIMINAZIONE ITERATA di STRATEGIE STRETTAMENTE DOMINATE

	sinistra	destra
alto	3, 2	2, 6
centro	4, 4	3, 3
basso	6, 5	1, 3

s_1^* è una STRATEGIA STRETTAMENTE DOMINATA se :


$$u_1(s_1^*, s_2, \dots, s_n) < u_1(s_1, s_2, \dots, s_n) \quad \forall s_1 \in S_1 \text{ e } \forall s_n \in S_n$$

ELIMINAZIONE ITERATA di STRATEGIE STRETTAMENTE DOMINATE

	A1	A2	A3	A4
B1	0,7	2,5	7,0	0,0
B2	5,2	3,3	5,2	0,1
B3	7,0	2,5	0,7	0,-1
B4	0,0	0,-2	0,0	10,-1

ELIMINAZIONE ITERATA di STRATEGIE STRETTAMENTE DOMINATE

	A1	A2	A3	A4
B1	0,7	2,5	7,0	0,0
B2	5,2	3,3	5,2	0,1
B3	7,0	2,5	0,7	0,-1
B4	0,0	0,-2	0,0	10,-1



ELIMINAZIONE ITERATA di STRATEGIE STRETTAMENTE DOMINATE

	A1	A2	A3	A4
B1	0,7	2,5	7,0	0,0
B2	5,2	3,3	5,2	0,1
B3	7,0	2,5	0,7	0,-1
B4	0,0	0,2	0,0	10,1

L' EQUILIBRIO DI NASH

EQUILIBRIO DI NASH = insieme di strategie tale che ogni giocatore gioca una risposta ottima alle strategie adottate dagli altri giocatori



	A1	A2	A3
B1	0,7	2,5	7,0
B2	5,2	3,3	5,2
B3	7,0	2,5	0,7

L' EQUILIBRIO DI NASH

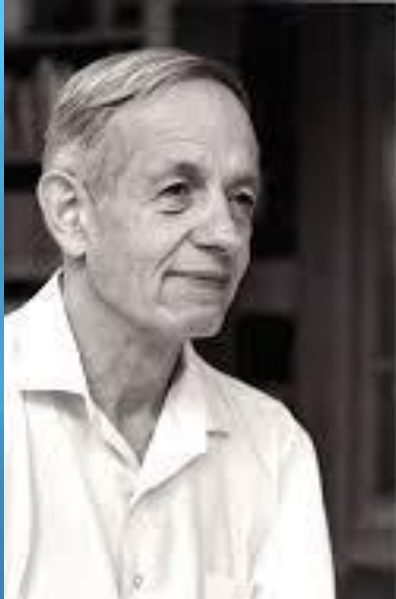
EQUILIBRIO DI NASH = insieme di strategie tale che ogni giocatore gioca una risposta ottima alle strategie adottate dagli altri giocatori



	A1	A2	A3
B1	0, 7	2, 5	<u>7, 0</u>
B2	5, 2	<u>3, 3</u>	5, 2
B3	<u>7, 0</u>	2, 5	0, 7

L' EQUILIBRIO DI NASH

EQUILIBRIO DI NASH = insieme di strategie tale che ogni giocatore gioca una risposta ottima alle strategie adottate dagli altri giocatori



	A1	A2	A3
B1	0, <u>7</u>	2, 5	<u>7</u> , 0
B2	5, 2	<u>3</u> , <u>3</u>	5, 2
B3	<u>7</u> , 0	2, 5	0, <u>7</u>

L' EQUILIBRIO DI NASH

EQUILIBRIO DI NASH = insieme di strategie tale che ogni giocatore gioca una risposta ottima alle strategie adottate dagli altri giocatori



	A1	A2	A3
B1	0, <u>7</u>	2, 5	<u>7</u> , 0
B2	5, 2	<u>3</u> , <u>3</u>	5, 2
B3	<u>7</u> , 0	2, 5	0, <u>7</u>

IL DILEMMA DEI PRIGIONIERI

Ad entrambi viene detto:

- se accusi il tuo compagno, sarai libero e lui passerà 25 in prigione
- se entrambi vi accusate, trascorrerete 10 anni in prigione
- se nessuno di voi parla, avrete 3 anni per reati minori

	Tace	Parla
Tace	-3 , -3	-25 , 0
Parla	0 , -25	-10 , -10

IL DILEMMA DEI PRIGIONIERI

Ad entrambi viene detto:

- se accusi il tuo compagno, sarai libero e lui passerà 25 in prigione
- se entrambi vi accusate, trascorrerete 10 anni in prigione
- se nessuno di voi parla, avrete 3 anni per reati minori

	Tace	Parla
Tace	-3 , -3	-25 , <u>0</u>
Parla	<u>0</u> , -25	<u>-10</u> , <u>-10</u>

OTTIMO DI PARETO

	Tace	Parla
Tace	-3 , -3	-25 , <u>0</u>
Parla	<u>0</u> , -25	<u>-10</u> , <u>-10</u>

OTTIMO DI PARETO

	Tace	Parla
Tace	-3, -3	-25, <u>0</u>
Parla	<u>0</u> , -25	-10, -10

OTTIMO DI PARETO

OTTIMO DI PARETO = non è possibile migliorare il benessere di un individuo senza peggiorare quello di un altro

	Tace	Parla
Tace	-3 , -3	-25 , <u>0</u>
Parla	<u>0</u> , -25	-10 , -10

VANTAGGI E PROBLEMATICHE DELLA COOPERAZIONE

VANTAGGIO



Miglior guadagno (non
assoluto) per entrambi

PROBLEMA



Esiste sempre l'incetivo
a non cooperare

POSSIBILE SOLUZIONE = sanzione da parte di terzi

ESEMPI e APPLICAZIONI



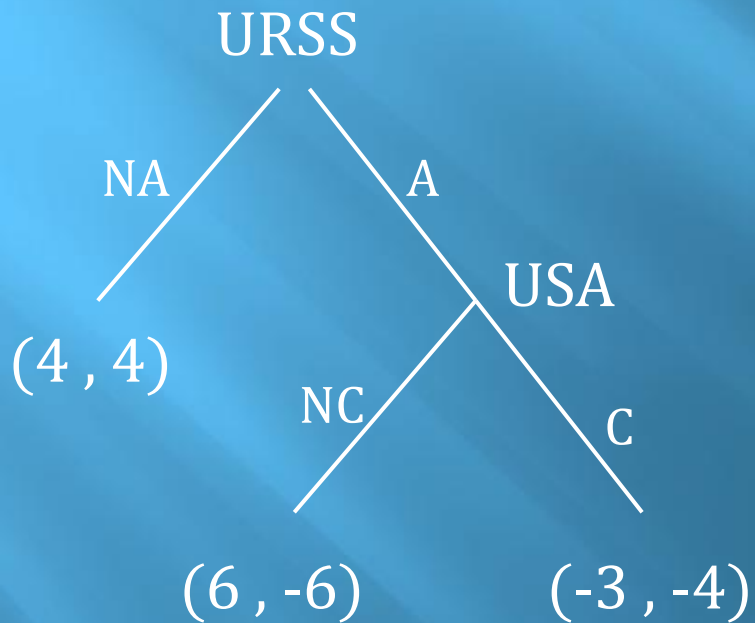
Inquinamento

Tasse

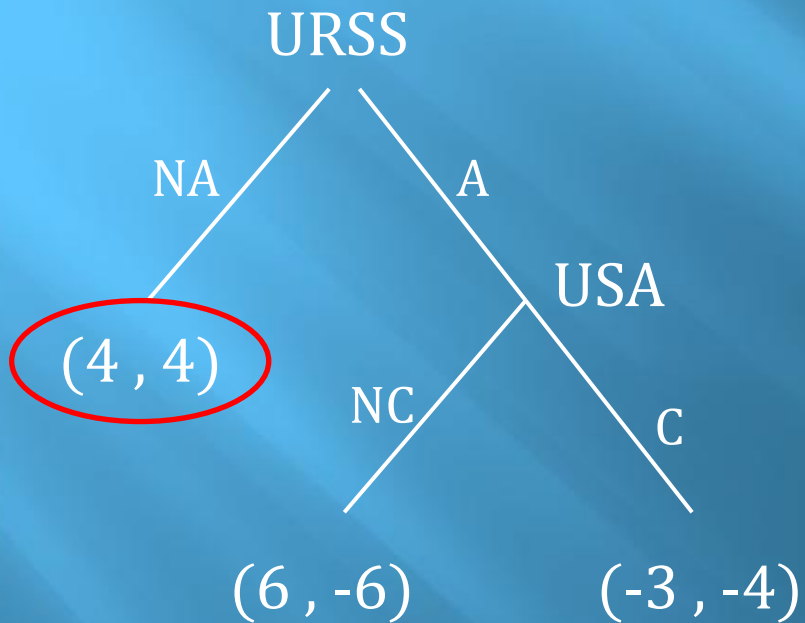


Iscrizioni ai sindacati

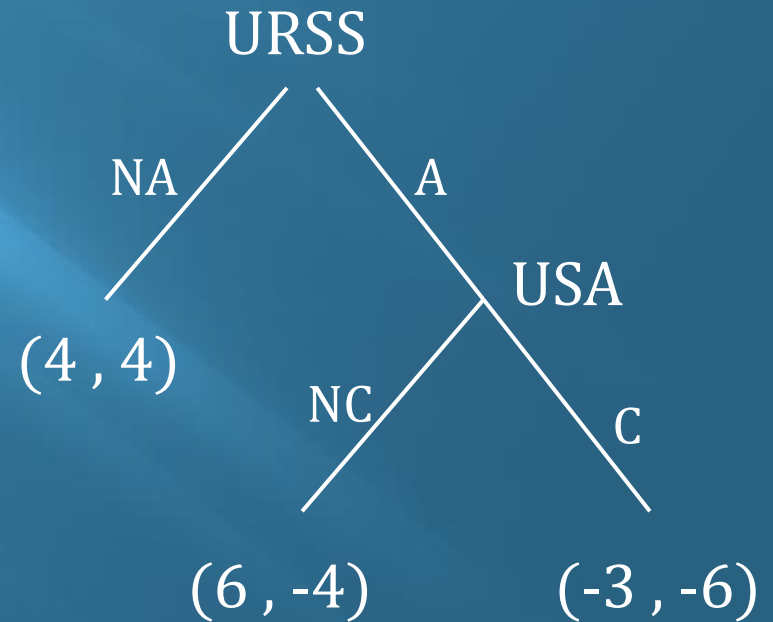
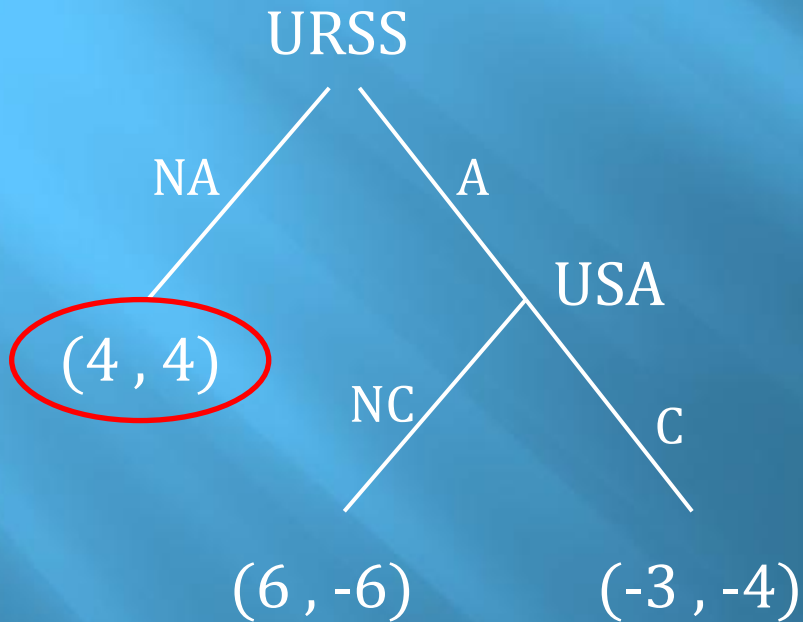
LA CRISI MISSILISTICA



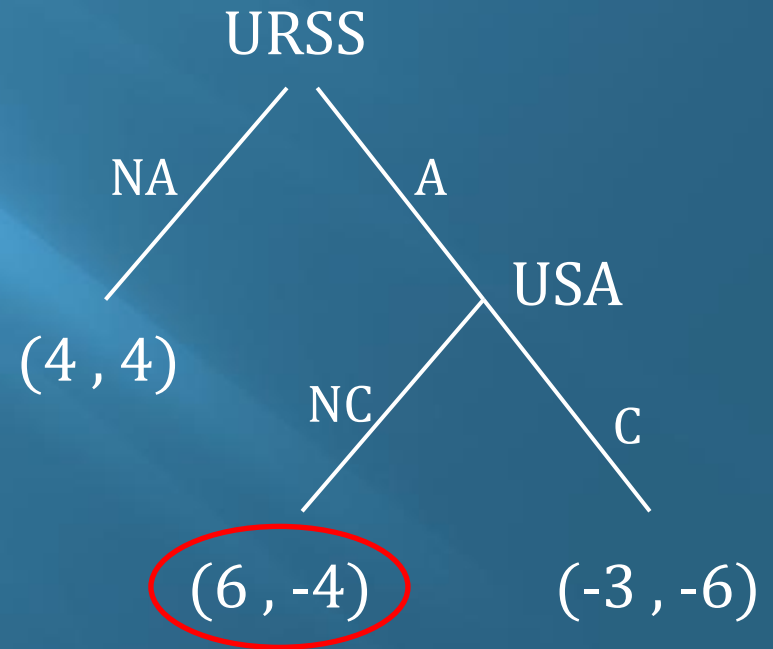
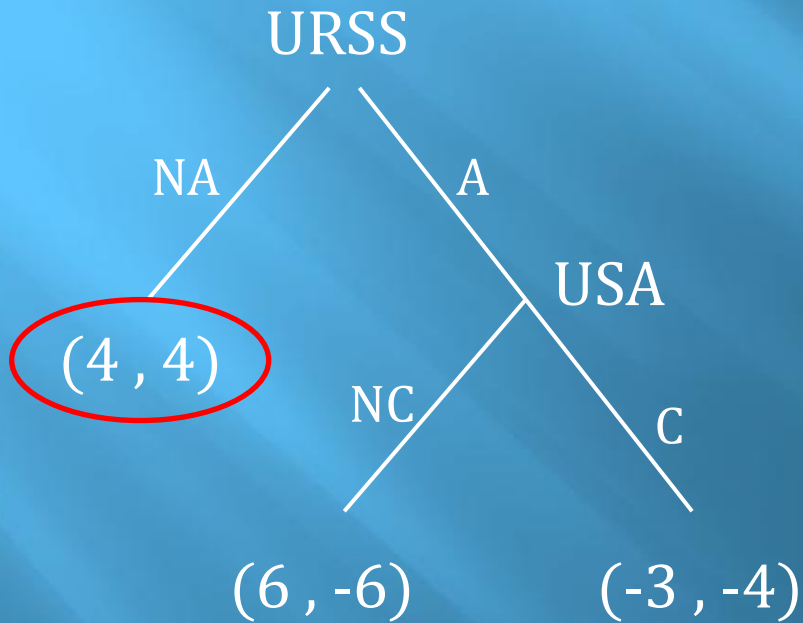
LA CRISI MISSILISTICA



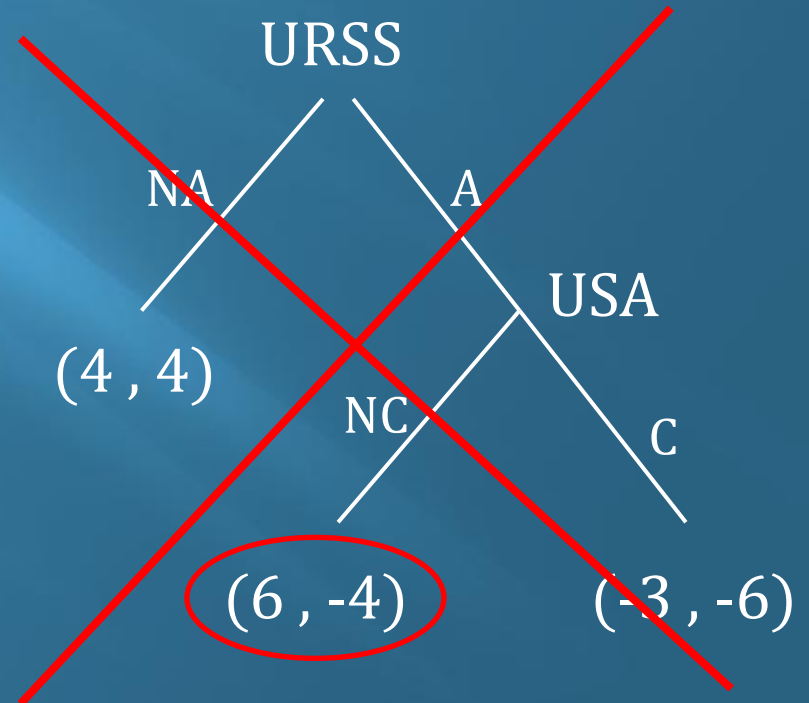
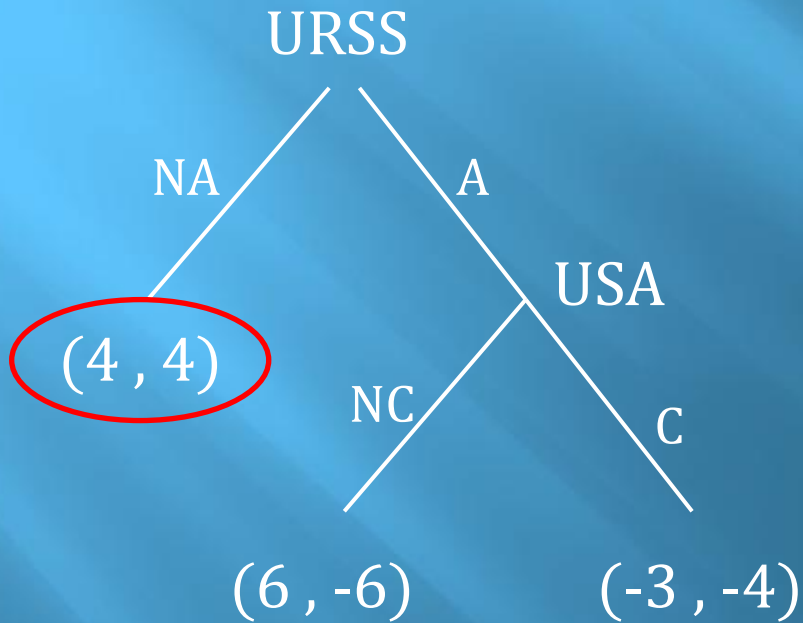
LA CRISI MISSILISTICA



LA CRISI MISSILISTICA



LA CRISI MISSILISTICA



PUNTO FOCALE DI SCHELLING

	B1	A2
A1	1, 1	0, 0
A2	0, 0	1, 1

PUNTO FOCALE DI SCHELLING

	B1	A2
A1	<u>1, 1</u>	0, 0
A2	0, 0	<u>1, 1</u>

PUNTO FOCALE = ogni giocatore agisce in accordo a ciò che ritiene che l'altro faccia, che a sua volta agisce in accordo a ciò che ritiene l'altro faccia....
ad infinitum

STRATEGIE MISTE

	B1	A2
A1	<u>1, 0</u>	0, <u>1</u>
A2	0, <u>1</u>	<u>1, 0</u>

STRATEGIE MISTE

	B1	A2
A1	<u>1, 0</u>	0, <u>1</u>
A2	0, <u>1</u>	<u>1, 0</u>

	q	1 - q
p	pq	P(1 - q)
1 - p	(1 - p)q	(1 - p)(1 - q)

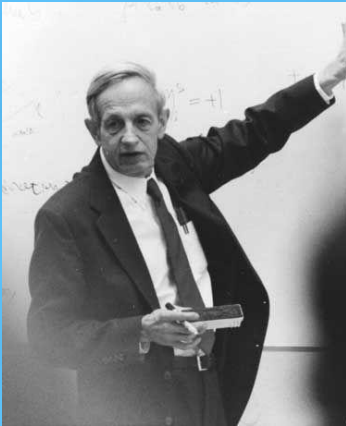
STRATEGIE MISTE

	B1	A2
A1	<u>1, 0</u>	0, <u>1</u>
A2	0, <u>1</u>	<u>1, 0</u>

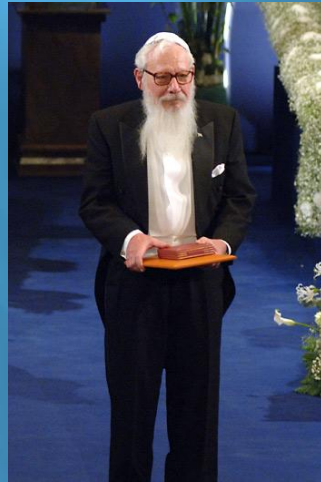
	q	1 - q
p	pq	P(1 - q)
1 - p	(1 - p)q	(1 - p)(1 - q)

VALORE ATTESO : $u_1(p, q) = 2pq + 1 - p - q$

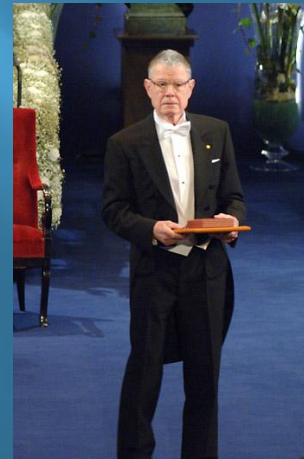
CONCLUSIONE



John Forbes Nash 1994



Robert J. Aumann 2005



Thomas C. Shelling
2005

Qualsiasi interazione tra individui è analizzabile con la
teoria dei giochi