

# **“La Meccanica Quantistica: Applicazioni Tecnologiche e Relazioni Matematiche”**

*Lorenzo Ciorra*

In fisica esistono oggi due grandi teorie comunemente considerate “vere”, perché in grado di descrivere una grande varietà di fenomeni fisici in maniera precisa e coerente: la Teoria della Relatività e la Meccanica quantistica. Della prima sappiamo che descrive bene il comportamento dei corpi e della materia ad alte energie: ci permette di studiare il moto di pianeti e stelle, di lanciare satelliti e navicelle spaziali, di comprendere il funzionamento dell’universo.

Eppure ci sono ambiti dove la Relatività fallisce: se si studiano i processi nucleari o subnucleari, il comportamento microscopico delle molecole, le interazioni tra le particelle, la struttura della materia, la Relatività è muta. A queste scale entra in gioco la Meccanica quantistica. A livelli subatomici, infatti, ogni cosa che sappiamo sulla fisica classica si rompe, non solo per un piccolo margine, ma su larga scala. Prima di iniziare a parlare di Quantum Computing, dobbiamo avere una buona conoscenza di ciò che è la Meccanica Quantistica, di ciò che è speciale al riguardo e di come i fenomeni di meccanica quantistica ci aiutano a eseguire calcoli avanzati.

## **Cos’è la Meccanica Quantistica**

La Meccanica quantistica è una teoria dell’infinitamente piccolo. Esplorando il mondo microscopico, o a scale inferiori, si osservano fenomeni bizzari che non sono spiegabili dal senso comune, né dalla Meccanica di Newton, che studiava la materia come se fosse fatta di piccole palline che si scontrano. Come vedremo, le particelle che compongono la materia non si comportano per niente come palline, non sempre, almeno.

Nel 1900, il fisico tedesco Max Planck cercò di spiegare la distribuzione dei colori emessi sullo spettro dal bagliore di oggetti roventi e bianchi, come i filamenti di lampadine. Da ciò l’idea che diede vita alla fisica quantistica: bisogna ipotizzare che la materia possa scambiare energia in forma di radiazione solo sotto forma di pacchetti energetici discreti, multipli di valore base: i quanti.

## **La quantizzazione nel modello atomico**

Nel 1913 Niels Bohr applicò l’ipotesi di Quantizzazione di Planck al modello planetario dell’atomo del 1911 di Ernest Rutherford, che postulava che gli elettroni orbitavano attorno al nucleo nello stesso modo in cui orbitano i pianeti attorno al sole. Bohr propose che gli elettroni fossero limitati a orbite “speciali”, livelli energetici quantizzati in cui l’elettrone non perde mai energia, attorno al nucleo di un atomo. Potevano saltare solo tra queste precise orbite e l’energia prodotta dal salto causava specifiche emissioni, e quindi colori, di luce, osservati come linee spettrali. Il salto, quindi, avviene senza una transizione graduale, non è un movimento progressivo, l’elettrone scompare da un’orbita e riappare in un’altra.

## **Particelle di luce**

Nel 1905, Einstein pubblicò un articolo, "Per quanto riguarda un punto di vista euristico verso l'emissione e la trasformazione della luce", in cui immaginava che la luce viaggiasse non come un'onda, ma come una sorta di quanti energetici. Questo pacchetto di energia, suggerì Einstein, poteva essere assorbito o generato solo nel suo insieme. Secondo questo modello, i quanti energetici di Einstein contenevano la differenza di energia del salto elettronico; quando divisa per la costante di Planck, quella differenza di energia determinava il colore della luce trasportato da quei quanti.

Circa due decenni dopo il lavoro di Einstein, il termine " fotone " fu reso popolare per descrivere i quanti di energia grazie al lavoro di Arthur Compton del 1923, che mostrò che se una radiazione elettromagnetica colpisce una lastra, la radiazione diffusa avrà lunghezza d'onda maggiore di quella incidente dato che avrà perso una parte della sua quantità di moto cedendola all'elettrone della superficie e, perciò, aumentando la sua lunghezza d'onda.

### **Onde di materia**

Dalla scoperta dell'elettrone nel 1896, le prove dell'esistenza di tutta la materia sotto forma di particelle stavano lentamente prendendo piede. Tuttavia, la dimostrazione della dualità della luce ha fatto sì che gli scienziati si chiedessero se la materia si limitasse ad agire solo come particelle. Forse la dualità onda-particella poteva essere vera anche per la materia? Il primo scienziato a fare sostanziali progressi con questo ragionamento fu il fisico francese Louis de Broglie. Nel 1924, de Broglie usò le equazioni della teoria della relatività speciale di Einstein per dimostrare il perché l'elettrone segue orbite quantizzate e non ha stati intermedi. Ciò può essere possibile solo se si ipotizza che tutta la materia, sottoposta a determinate condizioni, può esibire sia una natura particellare che una ondulatoria.

Ma come dimostrare che l'elettrone presenta una natura ondulatoria?

Possiamo, osservando la diffrazione di un elettrone attraverso una fenditura con lo stesso ordine di grandezza della lunghezza d'onda dell'elettrone secondo De Broglie.

Questo è proprio ciò che attuarono Davidson e Germer nel 1927 quando, sparando elettroni con un tubo catodico contro una lastra di grafite, cristallo che si comporta come una fenditura con un passo nell'ordine di  $10^{-10}$  per la sua struttura cristallina, videro che l'angolo di diffrazione degli elettroni era paragonabile alla lunghezza d'onda di De Broglie dimostrando, quindi, che gli elettroni, oltre ad essere particelle, hanno anche un comportamento ondulatorio.

### **La necessità di un cambiamento**

Se le particelle a volte si comportano come onde, allora la Meccanica di Newton non va bene per descriverle. Serve una nuova Meccanica che tenga conto del loro comportamento anomalo, ossia servono nuove leggi fisiche.

Nel 1925, tre scienziati, lavorando in modo indipendente e usando linee separate di pensiero matematico, applicarono il ragionamento di de Broglie per spiegare come gli elettroni sfrecciavano negli atomi. In Germania, il fisico Werner Heisenberg raggiunse questo obiettivo sviluppando la meccanica della matrici, il fisico austriaco Erwin Schrödinger sviluppò una teoria simile chiamata meccanica delle onde o ondulatoria, mentre il britannico Paul Dirac formulò la meccanica degli operatori.

Nella meccanica ondulatoria, essendo un naturale sviluppo delle teorie di De Broglie, ad ogni particella è associata un'onda di materia. L'oggetto di questa meccanica sono, perciò, le diverse funzioni d'onda  $\Psi$  (psi). Esisterà un'equazione cui obbediscono tutte le funzioni psi e da cui tutta la fisica deriva le sue soluzioni. Questa equazione è la scrittura quantistica del principio di conservazione di massa che determina l'evoluzione temporale dello stato di un sistema: formulata nel 1925, è la celebre equazione di Schrödinger.

Essa porta con sé uno dei principi fondamentali di tutta la meccanica quantistica per il funzionamento dei computer quantistici. Se, infatti,  $\Psi_a$  e  $\Psi_b$  sono due possibili soluzioni dell'equazione, allora una combinazione lineare delle due sarà ancora possibile.

Da ciò il principio di Sovrapposizione per cui se un sistema fisico è descritto da più di una funzione, allora è ammissibile anche una loro combinazione.

Queste, però, non sono solo soluzioni di un'equazione, ma sono descrittori di stati fisici della materia.

Se, per esempio, è presente una barriera di potenziale, le soluzioni dell'equazione potrebbero prevedere sia che l'onda rimbalzi sulla barriera sia che la attraversi, ma per il principio di sovrapposizione è possibile anche una combinazione delle due soluzioni. Ecco, questo non significa che parte dell'onda attraverserà la barriera e parte no, ma che esiste una probabilità di avvenimento per entrambe le soluzioni possibili. Nel caso in cui l'onda superasse la barriera di potenziale, nonostante non abbia energia sufficiente per farlo, si può parlare di Effetto tunnel quantomeccanico.

### **Una visione probabilistica**

La fisica, perciò, si trasformò da scienza che attraverso le sue leggi riusciva a descrivere precisamente la maggior parte dei fenomeni naturali, ad una scienza che si basava sulla probabilità che accadesse l'uno o l'altro scenario.

Per risolvere i diversi paradossi formulati dai detrattori della nuova fisica quantistica, Werner Heisenberg insieme a Niels Bohr idearono l'interpretazione di Copenaghen della meccanica quantistica secondo la quale i sistemi fisici, generalmente, non hanno proprietà definite prima di essere misurati e la meccanica quantistica può solo prevedere le probabilità che le misurazioni produrranno determinati risultati. L'atto di misurazione comporterà un collasso della funzione d'onda. Da ciò, la fondamentale conseguenza per cui in un unico esperimento non si potranno mai verificare gli effetti corpuscolari/molecolari e quelli ondulatori.

Negli intervalli tra le misurazioni, perciò, i sistemi quantistici esistono davvero come una miscela sfocata di tutte le possibilità potenziali. Questa è la sovrapposizione quantistica; l'universo materiale normale ha significato solo al momento della misurazione.

Nel caso del nostro elettrone, la sovrapposizione può essere descritta come la possibilità che l'elettrone si trovi contemporaneamente in posizioni diverse. Questo può essere applicato allo spin, una forma intrinseca del momento angolare dell'elettrone, secondo il principio di incertezza. L'elettrone può ruotare in tutte le direzioni fino a quando non misuriamo la sua rotazione che sarà allineata alla direzione di misurazione o nella direzione opposta, spin down o spin up.

### **La densità di probabilità**

Quale è, però, il significato della funzione d'onda?

Analizzando l'esperimento di Davidson e Germer, Schrödinger sostenne che l'elettrone diventa un'onda solo in prossimità della fenditura perdendo la sua natura particellare, sostanzialmente si smaterializzerebbe.

Max Born, invece, fece un'ipotesi alquanto differente: l'elettrone è particella prima e dopo la fenditura, ma manifesta comportamenti ondulatori; il grafico di diffrazione, perciò, non sarebbe la raffigurazione della diffrazione di un'onda, ma la rappresentazione della distribuzione di probabilità che un elettrone si trovi in un dato punto. Per questo più ci allontaniamo dall'origine del sistema di riferimento più il numero di elettroni decresce, semplicemente la probabilità di trovare un elettrone a quella distanza è molto minore.

L'errore di Schrödinger era stato quello di aver sparato milioni di elettroni in una volta sola, mentre Born propose di ripetere l'esperimento milioni di volte mandando verso la fenditura un elettrone

alla volta. È, quindi, il comportamento casuale del corpuscolo a giustificare il comportamento ondulatorio.

Born ipotizzò che il modulo quadrato della funzione d'onda  $\Psi$  è la densità di probabilità di trovare l'elettrone in un intervallo  $a, b$ . Questo è il significato fisico dell'equazione di Schrödinger.

$$p(a < x < b) = \int_a^b |\Psi(x, t)|^2 dx$$

### **Applicazioni Tecnologiche**

Sebbene la storia del computer quantistico si faccia risalire al 1982, anno in cui il fisico statunitense Richard Feynman ne espose la teoria ipotizzandone la realizzazione grazie al principio di sovrapposizione di stati delle particelle elementari, ripresa poi nel 1985 da parte di David Deutsch che riuscì a dimostrare la validità della teoria di Feynman, la primissima idea di una simile possibilità venne allo scienziato Murray Gell-Mann che nei primi anni '80 intravide nel comportamento delle particelle elementari la possibilità di sviluppo di una nuova tipologia di scienza informatica.

Dalla concezione da parte di Deutsch l'evoluzione dei computer quantistici è stata costante, con prime applicazioni teoriche come l'algoritmo di Shor, in grado di scomporre in fattori primi numeri di grandi dimensioni in tempi brevi, e poi applicazioni pratiche nei primi anni 2000. Solo negli ultimi anni, però, sono stati creati computer quantistici utilizzabili per risolvere problemi reali.

L'elettronica negli ultimi cinquant'anni si è sviluppata intorno al silicio e alla sua capacità di agire da semiconduttore. Proprio quest'ultimo è il motivo per cui questo materiale è utilizzato nella produzione di processori e altri dispositivi per l'elaborazione logica. Essi si basano sui transistor, sandwich di silicio che permettono alla corrente di fluire all'interno dello strato di mezzo di silicio normalmente isolante quando questo viene stimolato da una carica elettrica.

Oggigiorno si utilizzano i MOSFET, ovvero strutture in cui si sfrutta l'effetto di campo di una corrente applicata a un gate metallico per far scorrere la corrente da una source (sorgente) a un drain (scarico), per cui applicando una tensione al gate si permette il passaggio di corrente da source a drain facendo registrare un uno, bloccando invece il passaggio di elettroni si registra una zero; ogni 0 e 1 registrato costituisce un bit, binary digit.

Negli anni '60, il co-fondatore di Intel Gordon Moore si rese empiricamente conto che la potenza dei computer raddoppiava ogni circa 18 mesi, cioè che il numero delle componenti di un chip raddoppiava. Questa tendenza apparentemente irremovibile è nota come Legge di Moore.

### **I limiti dei classical computers**

Il problema che il settore sta affrontando attualmente è che per ottenere maggiore velocità e maggiore densità, correlati ed entrambi necessari per ottenere maggiore capacità di calcolo, è necessario ridurre sempre più la dimensione dei gate, misurata in nanometri (attualmente, ad esempio, i gate dei processori AMD con architettura Zen 2 hanno gate di 7 nm). Utilizzando il silicio ci si scontra con dei limiti fisici dettati dalle sue caratteristiche strutturali, un transistor, infatti, non potrà mai essere più piccolo dell'ordine di grandezza di atomi. Subentrano, infatti, le leggi della fisica quantistica: il transistor è sostanzialmente uno switch elettronico che determina il fluire o il bloccare di elettroni, nel caso di transistor nell'ordine dei  $10^{-10}$  m, anche se chiusi, potrebbero far passare gli elettroni a causa dell'effetto tunnel quanto-meccanico.

L'ipotesi è che si possano realizzare computer che riescano a sfruttare gli effetti della meccanica quantistica per superare queste limitazioni e fare calcoli con più risultati allo stesso tempo, senza dunque seguire un concetto di stretto determinismo, possano portare a miglioramenti sostanziali nelle capacità di calcolo e nelle possibili applicazioni.

### **Entanglement e Sovrapposizione**

Ci sono due principi fisici fondamentali sottostanti il quantum computing: l'entanglement e la sovrapposizione. I normali computer funzionano con la corrente elettrica: un segnale sopra una certa soglia di tensione rappresenta un 1, sotto tale soglia rappresenta uno 0. I computer quantistici usano invece particelle subatomiche come gli elettroni o i fotoni e ne sfruttano alcune caratteristiche come lo spin degli elettroni o la polarizzazione dei fotoni. Tali particelle, insieme al loro stato, sono definite qubit, ovvero quantum bit, letteralmente "pezzetto di informazione quantistico".

L'intuizione di base è che i computer convenzionali sono macchine "o", "o" il che significa che il piccolo circuito di silicio che codifica un dato bit di informazioni agisce come un interruttore aperto o chiuso.

L'insieme di qubit che comprende la memoria di un computer quantistico esiste in ogni possibile combinazione di 1 e 0 contemporaneamente. Laddove un computer classico debba provare ciascuna combinazione a turno, un computer quantistico potrebbe elaborare tutte quelle combinazioni contemporaneamente; svolgendo quindi i calcoli non più in serie, ma in parallelo.

Una caratteristica di questi stati nel mondo della fisica quantistica è che non sono in alternativa: un qubit può dunque rappresentare sia 0 sia 1 sia una qualsiasi combinazione dei due allo stesso tempo: questa è la proprietà definita Sovrapposizione Quantistica.

L'esistenza simultanea di tutti gli stati possibili di una particella è presente solo prima della sua misurazione. Con la misurazione è possibile definire in modo preciso la proprietà del qubit: prima che avvenga la misurazione, quindi, gli stati dei qubit co-esistono e possono essere visti come una specie di "nuvola di probabilità"; questa nuvola collasserà e diventerà uno stato definito nel momento in cui verrà misurata.

L'entanglement è invece la proprietà per cui due particelle possono essere messe in correlazione l'una con l'altra in modo tale che abbiano lo stesso stato e un'azione sulla prima si rifletta anche sulla seconda. Un legame così forte, infatti, che due o più particelle quantistiche possono essere indissolubilmente legate all'unisono perfetto, anche se separate da grandi distanze. Le particelle sono così intrinsecamente connesse che si può dire che "danzino" all'unisono istantaneo e perfetto, anche se poste alle estremità opposte dell'universo.

Il meccanismo con cui questa proprietà funziona non è ancora compreso completamente; è famosa la descrizione di Einstein, che affermò come questa proprietà portasse a una "inquietante azione spettrale a distanza": se, infatti, le due particelle fossero fotoni, l'informazione tra i due dovrebbe viaggiare più veloce della luce, rompendo la più basilare legge della relatività.

### **La Decoerenza Quantistica**

La costruzione di un computer quantistico funzionale richiede di mantenere un oggetto in uno stato di sovrapposizione abbastanza a lungo da eseguire vari processi su di esso.

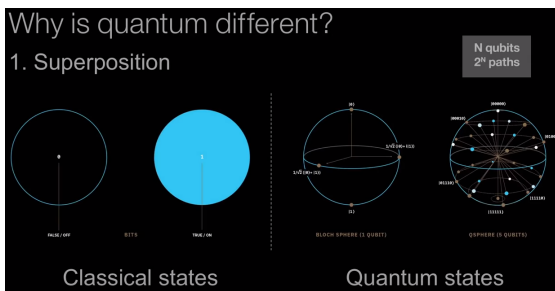
Esiste perciò un limite: si chiama decoerenza quantistica ed è il processo per cui viene persa l'associazione tra le particelle. L'informazione non viene quindi più mantenuta dal sistema. Ciò avviene a causa dell'interazione tra lo stato quantistico del sistema e quello di materiali che fanno parte di un sistema misurato, i qubit perdono il loro stato di sovrapposizione e diventano un noioso pezzo classico.

Per ora, i computer quantistici sono estremamente sensibili: il calore, i campi elettromagnetici e le collisioni con molecole d'aria possono far perdere le proprietà quantiche a un qubit.

I Qubit sono rappresentati usando la sfera Bloch, una sfera unitaria in cui la metà superiore

rappresenta la cifra binaria 0 e la metà inferiore rappresenta la cifra binaria 1.

All'interno della sfera Bloch, c'è un vettore derivante dal centro della sfera che punta verso l'esterno in qualsiasi direzione. Se il vettore punta sopra l'orizzonte della sfera Bloch, il qubit rappresenta uno 0. Se punta sotto l'orizzonte, il qubit rappresenta un 1.



### Qubit in un computer quantistico

Un Qubit può essere un elettrone con spin, un fotone con polarizzazione, o uno ione intrappolato. Diversi sono i potenziali procedimenti per la creazione di un qubit: un metodo consiste nel creare qubit usando punti quantici, particelle nanoscopicamente minuscole di semiconduttori all'interno delle quali è possibile controllare singoli portatori di carica, elettroni o lacune, che si comportano come super-conduttori, cioè che non hanno resistenza al passaggio di corrente elettrica, grazie alle temperature bassissime. Un altro metodo crea qubit da quelle che vengono chiamate trappole ioniche: si aggiunge o si toglie un elettrone da un atomo per creare uno ione, lo si tiene fisso in una specie di riflettore laser e lo si capovolge in diversi stati con impulsi laser.

Più difficili da stabilizzare sono i qubit basati sugli spin di elettroni o nuclei atomici, perché questi spin sono facilmente rovinati dai campi magnetici delle particelle vicine. Tuttavia, Andrea Morello e Andrew Dzurak, fisici dell'Università del New South Wales a Sydney, in Australia, hanno annunciato di aver eliminato tale interferenza incorporando spin-qubit in silicio purificato che non contiene isotopi magnetici dell'elemento. I qubit risultanti sono vissuti fino a 30 secondi.

È stato usato l'elettrone più esterno di un atomo di fosforo come qubit.

Per scrivere informazioni sull'elettrone/qubit, si colpisce l'elettrone con microonde della specifica frequenza di risonanza dell'elettrone che, acquisendo energia, passerà allo stato più energetico di spin-up.

Si possono, però, anche mandare microonde che fermino lo spin ad uno specifico punto della sfera di Bloch, determinando quindi la probabilità che quell'elettrone sia uno 0 o un 1. Questa è una particolare sovrapposizione quantistica di spin up e spin down.

Anche con i qubit più robusti, tuttavia, gli errori sono inevitabili. Questo è anche il caso dei normali computer, ma gli errori sono particolarmente problematici in un computer quantistico perché crescono esponenzialmente con il numero di qubit.

### Campi di Applicazione del Quantum Computing

In generale è possibile sfruttare il quantum computing in molti modi. La ricerca attualmente si sta concentrando prevalentemente sui problemi di ottimizzazione, ma ci sono possibili applicazioni anche nel campo della chimica come la modellizzazione di composti chimici per la creazione di farmaci, ma anche applicazioni nella finanza o nell'apprendimento automatico del machine learning o, addirittura, per rendere ancora più potenti alcune AI. Il campo, forse, più interessato è quello della ricerca di nuovi materiali, favorito dalla capacità dei quantum computer di simulare le diverse combinazioni di decine di molecole attraverso calcoli in parallelo.

## Prospettive per il futuro

A causa della necessità di tenere i computer quantistici a temperature prossime allo zero assoluto non è plausibile attendersi che ci sia la stessa diffusione di questi computer come è avvenuto per quelli con base di silicio.

Non ci sarà dunque una rivoluzione totale del mondo dell'informatica, almeno non dal punto di vista dei dispositivi che utilizzeremo nella quotidianità. Ci potrà, però, essere potenzialmente una rivoluzione nel tipo di calcoli che saranno effettuabili e nei risultati raggiungibili e questo potrà avere un impatto forte non solo sull'economia, ma anche sulla società.

Tutto ciò ci fa capire che l'avvento dei computer quantistici non significherà l'estinzione dei computer classici. Non tutti i problemi che risolviamo con gli attuali strumenti richiedono una computazione in parallelo, come permesso dal quantum computing. Per certi calcoli, anzi, il nostro computer resterà ancora lo strumento principale.

Tuttavia, la chimica, i nuovi materiali, l'analisi di grandi basi di dati, e tanti temi caldi del nuovo millennio come la crittografia e la cybersecurity troveranno nel quanto una risposta senza precedenti.

L'orizzonte temporale è, però, piuttosto ampio e ci vorranno diversi anni prima di vedere direttamente i frutti della ricerca nella nostra vita quotidiana.

Al momento il quantum computing è, riprendendo il famoso esempio del gatto di Schroedinger, sia il futuro dell'informatica che un vicolo cieco. Ci vorrebbe un computer quantistico per decidere quale sia!

## Esempio illustrativo

Supponiamo di gestire un'agenzia viaggi e di dover spostare un gruppo di persone da una posizione a un'altra. Per ora si devono spostare solo tre persone: Alice, Beatrice e Carlo, e supponiamo di aver prenotato 2 taxi per questo scopo e di voler capire chi arriva in quale taxi.

Supponiamo, inoltre, che vengano fornite informazioni su chi è amico di chi e chi è nemico di chi.

Diciamo che:

- Alice e Beatrice sono amiche;
- Alice e Carlo sono nemici;
- Beatrice e Carlo sono nemici.

E supponiamo che il nostro obiettivo sia di dividere questo gruppo di 3 persone nei due taxi per raggiungere i seguenti due obiettivi:

- Massimizzare il numero di coppie di amici che condividono la stessa auto;
- Ridurre al minimo il numero di coppie nemiche che condividono la stessa macchina.

Bene, questa è la premessa di base di questo problema.

Pensiamo innanzitutto a come risolvere questo problema usando un normale computer.

Etichettiamo i due taxi Taxi #1 e Taxi #0.

Quindi, si può rappresentare chi entra in quale macchina con 3 bit.

Il bit 0 rappresenta che una delle tre persone è entrata nel taxi #0 e il bit 1 che è entrata nel taxi #1.

Ad esempio, si può impostare i tre bit a 0, 0, e 1 per rappresentare:

- Alice entra nel Taxi # 0;
- Beatrice sale su Taxi # 0;
- Carlo entra nel Taxi # 1.

Dal momento che ci sono due scelte per ogni persona, ci sono  $2 \times 2 \times 2 = 8$  modi per dividere questo gruppo di persone in due auto.

Ecco tutte le possibili configurazioni:

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Ora, usando un normale computer, come potremmo determinare quale configurazione è la soluzione migliore?

Definiamo come possiamo calcolare il punteggio per ogni configurazione. Questo punteggio rappresenterà la misura in cui ciascuna soluzione raggiunge i due obiettivi menzionati in precedenza.

Definiamo semplicemente il nostro punteggio come:

(punteggio di una determinata configurazione) = (nr. coppie di amici che condividono la stessa macchina) - (nr. coppie di nemici che condividono la stessa macchina)

Ad esempio, supponiamo che Alice, Beatrice e Carlo entrino tutti in Taxi #1. Con tre bit, questo può essere espresso come 111. In questo caso, c'è solo una coppia di amici che condivide la stessa macchina: Alice e Beatrice. Tuttavia, ci sono due coppie nemiche che condividono la stessa macchina: Alice e Beatrice e Beatrice e Carlo.

Quindi, il punteggio totale di questa configurazione è  $1-2 = -1$ .

Con tutte queste impostazioni, possiamo finalmente risolvere il problema.

Con un computer normale, per trovare la migliore configurazione, bisogna essenzialmente passare attraverso tutte le configurazioni per vedere quale ottiene il punteggio più alto.

Si può pensare di costruire una tabella come questa:

A	B	C	Punteggio
0	0	0	-1
0	0	1	+1 <- prima migliore soluzione
0	1	0	-1
0	1	1	-1
1	0	0	-1
1	0	1	-1
1	1	0	+1 <- seconda migliore soluzione
1	1	1	-1

Ci sono due soluzioni corrette qui: 001 e 110, poiché entrambe raggiungono il punteggio di 1.

Questo problema è abbastanza semplice. Diventa rapidamente troppo difficile da risolvere con un normale computer all'aumentare del numero di persone.

Abbiamo visto che con 3 persone, dobbiamo passare attraverso 8 possibili configurazioni.

Con  $n$  persone, dovremo passare attraverso  $2^n$  configurazioni per trovare la soluzione migliore.

Se ci fossero 100 persone, dovremo passare attraverso:  $2^{100} \approx 10^{30}$  = un milione di milioni di milioni di milioni di configurazioni. Semplicemente impossibile da risolvere con un normale computer.

Come potremmo risolvere questo problema con un computer quantistico?

Per pensarci, torniamo al caso di dividere 3 persone in due taxi.



Con un normale computer, utilizzando 3 bit, siamo stati in grado di rappresentare solo una di queste soluzioni alla volta, ad esempio 001.

Tuttavia, con un computer quantistico, utilizzando 3 qubit, possiamo rappresentare tutte e 8 queste soluzioni contemporaneamente.

Innanzitutto, esaminiamo il primo qubit tra questi 3 qubit. Quando si imposta sia uguale a 0 che a 1 è un po' come creare due mondi paralleli.

In uno di quei mondi paralleli, il qubit è impostato su 0, nell'altro è impostato su 1.

Ora, cosa succede se si imposta anche il secondo qubit su 0 e 1? Sarà come creare 4 mondi paralleli. Nel primo mondo, i due qubit sono impostati su 00. Nel secondo, sono 01. Nel terzo, sono 10. Nel quarto, sono 11.

Allo stesso modo, se si impostano tutti e tre i qubit su 0 e 1, si creerebbero 8 mondi paralleli: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110 e 111.

Questo è uno strano modo di pensare, ma è uno dei modi corretti per interpretare come si comportano i qubit nel mondo reale.

Ora, quando applichiamo una sorta di calcolo su questi tre qubit, stiamo effettivamente applicando lo stesso calcolo in tutti quegli 8 mondi paralleli contemporaneamente.

Quindi, invece di esaminare ciascuna di queste potenziali soluzioni in sequenza, possiamo calcolare contemporaneamente in parallelo i punteggi di tutte le soluzioni.

Con questo esempio particolare un computer quantistico sarebbe in grado di trovare una delle migliori soluzioni in pochi millisecondi.

In teoria, un computer quantistico è in grado di trovare una delle migliori soluzioni ogni volta che viene eseguito. In realtà, ci sono errori quando si esegue un computer quantistico. Invece di trovare la soluzione migliore, potrebbe trovare la seconda soluzione migliore, la terza soluzione migliore e così via. Questi errori diventano più importanti man mano che il problema diventa più complesso.

In pratica, si vorrà eseguire la stessa operazione su un computer quantistico decine o centinaia di volte per poi analizzare quale risultato sia stato il migliore.

Anche con gli errori che ho citato, il computer quantistico non ha lo stesso problema di ridimensionamento di cui soffre un computer normale. Quando ci sono 3 persone che dobbiamo dividere in due auto, il numero di operazioni che dobbiamo eseguire su un computer quantistico è 1, come quando abbiamo 100 persone. Questo perché un computer quantistico calcola il punteggio di tutte le configurazioni contemporaneamente, in parallelo.

## Osservazioni Matematiche

La funzione d'onda è la descrizione dello stato di un sistema in tutte le sue componenti, in pratica contiene tutte le informazioni dinamiche di quel sistema. A livello matematico la funzione d'onda corrisponde alla soluzione dell'equazione di Schrödinger.

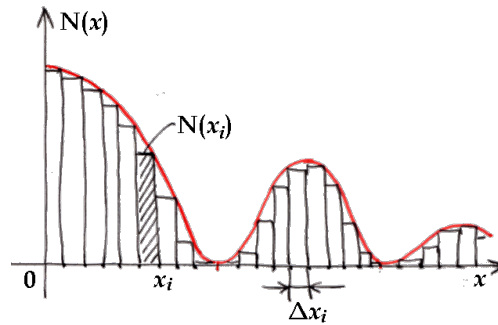
Essa descrive un insieme di possibilità, ma per trasportare queste possibilità nella realtà concreta è necessario elevarla al quadrato.

$\psi$  = l'insieme delle possibilità che una grandezza fisica del sistema in esame può assumere (ad es. la posizione di un elettrone) → Ampiezza di probabilità

$\psi^2$  = le probabilità concrete di dove questo elettrone potrebbe essere → Densità di probabilità

Il fisico tedesco Max Born propose l'ipotesi che la funzione d'onda non rappresenti un'onda fisica, come lo sono le onde del mare o le onde luminose, poichè in tal caso l'elettrone diventerebbe una sorta di pulviscolo indefinito, ma piuttosto che rappresenti un'onda di probabilità. In pratica la funzione non misura il reale stato di una particella in un determinato istante, ma solo la probabilità che quell'elettrone si trovi in quello stato in quell'istante. Lo stato esatto sarà determinato solo al momento della misurazione.

Secondo quella che oggi chiamiamo l'interpretazione di Copenaghen, Born propose di ripetere milioni di volte l'esperimento ideale, mandando verso la fenditura un singolo elettrone. Suddividiamo lo schermo, supposto monodimensionale, in una matrice di rivelatori di ampiezza  $\Delta x$ . Ogni rivelatore, dopo un tempo abbastanza lungo, segnerà l'arrivo di un numero  $N(x_i)$  di particelle, dove  $x_i$  è la posizione dell' $i$ -esimo rivelatore ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ). Tabulando  $N(x_i)$  in funzione di  $x_i$ , come in figura, si trova un grafico che coincide con una figura di diffrazione. Il risultato che si ottiene è dunque lo stesso che se mandassimo gli elettroni contro la fenditura tutti assieme.



Born ebbe l'idea di introdurre la probabilità  $p(x_i)$  che l'elettrone sia catturato dall' $i$ -esimo rivelatore, come limite della frequenza di rilevazione per un numero infinito di elettroni:

$$p(x_i) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{N(x_i)}{N}$$

L'intensità dell'onda è proporzionale al modulo quadrato della funzione d'onda; ma tale intensità è proporzionale al numero di elettroni che colpiscono il rivelatore e, quindi, alla probabilità di trovare l'elettrone in un determinato punto dello spazio ad un determinato istante. Ne segue che il modulo quadrato della funzione d'onda è legato alla probabilità di trovare l'elettrone in ogni punto:

$$p(x_i) \propto |\Psi(x, t)|^2$$

C'è però un problema da risolvere per avallare questa interpretazione. Il concetto di probabilità, infatti, ha senso solo se la variabile  $x$  è discreta, se quindi le sue determinazioni sono in numero finito, perché la  $p(x_i)$  prevede di poter contare il numero di elettroni captati dall' $i$ -esimo rivelatore di larghezza  $\Delta x_i$ . Se la  $x$  varia con continuità, come prevede la definizione matematica di  $\Psi(x, t)$ , avrei  $\Delta x_i \rightarrow 0$ , ed allora le cellette del rivelatore si ridurrebbero a punti, capterebbero zero elettroni ciascuno, e in definitiva la probabilità sarebbe nulla.

Per uscire da questo vicolo cieco si introduce il concetto di densità di probabilità. Supponiamo di dividere lo schermo in un numero infinito di celle infinitesime di spessore  $dx$ ; allora la probabilità che l'elettrone vada a cadere proprio tra  $x$  e  $x + dx$  è infinitesima anch'essa, e la chiameremo  $dp(x)$ . La  $p(x_i)$  ci dice che essa è proporzionale a  $|\Psi(x, t)|^2$ , con  $t$  fissato; ma, siccome questo modulo quadrato è finito, il coefficiente di proporzionalità deve essere infinitesimo.

$$dp(x) = |\Psi(x, t)|^2 dx$$

da cui:

$$|\Psi(x, t)|^2 = \frac{dp(x)}{dx}$$

Il modulo quadrato della funzione d'onda è dunque identificabile con la variazione puntuale di probabilità. Il modulo quadrato della funzione d'onda rappresenta dunque una grandezza probabilistica: per questo, distribuzione di probabilità e figura di diffrazione vengono a coincidere.

Da ciò, la possibilità di trovare una particella in una posizione  $\mathbf{a} < \mathbf{x} < \mathbf{b}$  all'istante  $\mathbf{t}$  è data da:

$$p(x, t) = N \int_a^b |\Psi(x, t)|^2 dx$$

Dove la costante  $N$  indipendente da  $x$  rappresenta la costante di normalizzazione, ricavata imponendo che la probabilità estesa a tutto lo spazio sia uguale 1.

$$N \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x, t)|^2 dx = 1 \rightarrow N = \frac{1}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x, t)|^2 dx}$$

Questo ci mostra come l'integrale deve per forza convergere perché se l'integrale non avesse valore finito, dovrebbe valere  $N = 0$  affinché la probabilità su tutto lo spazio sia ancora 1. Questo significa che la probabilità di trovare la particella in un intervallo finito arbitrario sarebbe nulla: ciò non ha significato fisico, per cui l'integrale deve essere finito.

Bibliography:

<http://www.fmboschetto.it/>

<https://www.ibm.com/quantum-computing/learn/what-is-quantum-computing/>

<https://medium.com/@AndrewJanWalker/the-triumph-of-quantum-mechanics-at-the-heart-of-solid-state-data-storage-baa0c7b5a2ca>

<https://phys.org/news/2010-01-noise-quantum-storage.html>

<https://www.dwavesys.com/take-leap>

<https://quantum-computing.ibm.com/composer>

<https://medium.com/visionari/quantum-computing-prova-un-computer-quantico-direttamente-da-casa-dfc3c05e794d>

<https://www.ai4business.it/intelligenza-artificiale/computer-quantistico/>

<https://medium.com/visionari/quantum-computing-quando-0-e-1-non-bastano-pi%C3%B9-49c1109d1e6e>

<https://www.sciencealert.com/quantum-computers>

<https://www.newscientist.com/question/what-is-a-quantum-computer/>

<https://www.extremetech.com/extreme/284306-how-quantum-computing-works>

<https://uwaterloo.ca/institute-for-quantum-computing/quantum-computing-101>

<https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/fundamentals-of-quantum-computing/>

<https://medium.com/datadriveninvestor/the-math-behind-quantum-computing-qubits-and-superposition-f7a871668125>

[https://www.scienzeoetiche.it/synthesis/fisica\\_quantistica/05\\_funzione\\_onda\\_schrodinger.php](https://www.scienzeoetiche.it/synthesis/fisica_quantistica/05_funzione_onda_schrodinger.php)

<https://www.roma1.infn.it/~dagos/PRO/node164.html>

<http://static.gest.unipd.it/~livio/PDF/Le%20principali%20distribuzioni%20di%20probabilita'.pdf>

[https://amslaurea.unibo.it/16395/1/tesi\\_Pippi.pdf](https://amslaurea.unibo.it/16395/1/tesi_Pippi.pdf)

<http://cdm.unimo.it/home/matematica/sacchetti.andrea/IstituzioniFisicaMatematica.pdf>